ОШ МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Б. ОСМОНОВ АТЫНДАГЫ ЖАЛАЛ-АБАД МАМЛЕКЕТТИК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 05 22 651 ДИССЕРТАЦИЯЛЫК КЕҢЕШИ

Кол жазма укугунда
УДК 517.968

Садыкова Гульхан Курбанбековна

ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫ ҮЧҮН КОШУМЧА АРГУМЕНТ КИЙИРҮҮ УСУЛУН ӨНҮКТҮРҮҮ

01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу

Физика-математика илимдеринин кандидаты

окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Ош - 2023

Диссертациялык иш Ош мамлекеттик университетинин «Математикалык анализ» кафедрасында аткарылган.

Илимий жетекчи: **Аширбаева Айжаркын Жоробековна,** физика-математика илимдеринин доктору, М.М. Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин Колдонмо математика кафедрасынын профессору. (Кыргызстан, Ош ш.).

Расмий оппоненттер: **Кененбаева Гүлай Мекишовна**, физика-математика илимдеринин доктору, доцент, Жусуп Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университетинин Колдонмо математика, информатика жана компьютердик технологиялар кафедрасынын профессору (Кыргызстан, Бишкек ш.).

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович, физика-математика илимдеринин доктору, доцент, Илимий изилдөө медициналык-социалдык институтунун Табигый-гуманитардык дисциплиналар кафедрасынын профессору

Жетектөөчү мекеме: И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университетинин Математика жана аны окутуунун технологиялары кафедрасы, 720026, Бишкек ш., Раззаков көч., 51А.

Диссертациялык ишти коргоо 2023-жылдын 28-мартында саат 11:00-дө Ош шаары, Ленин көчөсү, 331, 203-каана дареги боюнча Ош мамлекеттик университетинин жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн уюштурулган Д 05.22.651 диссертациялык кеңешинин жыйынында болуп өтөт.

Диссертацияны коргоонун онлайн трансляциялоо коду: https://vc.vak.kg/b/052-pvt-luj-9ih

Диссертация менен Ош мамлекеттик университетинин жана Б. Осмонов атындагы Жалал-Абад мамлекеттик университетинин китепканаларынан жана диссертациялык кеңештин https://oshsu.kg/ шилтемесинен таанышууга болот.

Авторефераат 2023-жылдын 28-февралында жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы, ф.-м. и. к., доцент Бекешов Т.О.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер жана жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системалары көбүнчө үзгүлтүксуз чөйрөлөр механикасы, биомеханика маселелеринде жана физиканын ар кандай тармактарында белгилүү үзгүлтүксуз чөйрөнү моделдештирилген учурда кездешет.

Жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системаларын чечүү үчүн алар адегенде биринчи же экинчи тартиптеги теңдемеге же теңдемелер системасына келтирилет, андан кийин классификацияланат жана ар кандай типтеги теңдемелер үчүн иштелип чыккан айрым методдор колдонулат. Ошентип, чыгарылышты табуу кыйын жана дайыма ийгиликтүү болбойт.

Азыркы учурда жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарылыштарын табуу үчүн кошумча аргумент кийирүү усулу колдонулат. Анын жардамында кандайдыр бир системанын так чыгарылышын табууга болот.

Кошумча аргумент кийирүү усулун өнүктүрүүгө олуттуу салым кошкон окумуштуулар – М.И. Иманалиев (1989-2015), Ю.А. Ведь (1989, 1994), С.Н. Алексеенко (1992-2001), П.С. Панков (1995-2003), Т.М. Иманалиев (1991-2001), А.Ж. Аширбаева (1993-2022), Э.А. Мамазияева (2012-2022), Ж.И. Мамбетов (2013-2022) ж.б.

Т.М. Иманалиев (1999-2000) кошумча аргумент кийирүү усулун, адегенде, жекече туундулуу сызыктуу дифференциалдык теңдемелер системасына колдонгон. Анын эмгектеринде биринчи тартиптеги жекече туундулуу квазисызыктуу дифференциалдык теңдемелер системасына кошумча аргумент кийирүү усулу колдонуу каралган.

М.И. Иманалиев жана С.Н. Алексеенко (1992, 2001) тарабынан биринчи тартиптеги жекече туундулуу, сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасы каралган жана кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу менен коюлган маселенин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы далилденген.

А.Ж. Аширбаева, Ж.И. Мамбетов (2013-2018) жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системасынын жаңы класстарына кошумча аргумент кийирүү усулун жайылтуу боюнча иштерди жүргүзүшкөн.

Азыркы учурда сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын жаңы классына кошумча аргумент кийирүү усулун жайылтуу жумуштун актуалдуулугун аныктайт.

Диссертациянын темасынын окуу жана илимий мекемелер тарабынан жүргүзүлүүчү негизги илимий-изилдөө иштери менен байланышы. Диссертациялык изилдөө Ош мамлекеттик университетинин “Математикалык анализ” кафедрасында бекитилген «Жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн кошумча аргумент кийирүү усулун өнүктүрүү» темасынын алкагында жүргүзүлгөн.

Изилдөөнүн максаты. Жумуштун максаты төмөнкүдөй маселелерди чечүү үчүн кошумча аргумент кийирүү усулун өнүктүрүү болуп саналат:

1) Бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей көбөйтүүчүсү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын алуу;

2) Бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын алуу;

3) Бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен эки жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарылыштарын тургузуу;

4) Өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулу менен алынган жыйынтыктарды көп мейкиндиктик өзгөрмөлөр учуру үчүн жалпылоо.

Алынган натыйжалардын илимий жанылыгы.

Төмөнкү натыйжалар алынды:

– бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей көбөйтүүчүсү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган;

–бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган;

–бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен эки жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарылыштары тургузулган;

– өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулу менен алынган жыйынтыктар көп мейкиндиктик өзгөрмөлөр учуру үчүн жалпыланган.

Алынган натыйжалардын практикалык маанилүүлүгү. Диссертацияда жаңы жыйынтыктар алынган, алар так далилдөөлөр менен бекемделген жана жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары теориясына белгилүү бир салымын сунуш кылат.

Иште алынган жыйынтыктар боюнча конкреттүү маселелердин чыгарылыштары тургузулган. Иштелип чыккан жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларын чыгаруу үчүн, кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу схемасын башка класстардагы сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларын чыгаруу үчүн да колдонууга болот.

Диссертациянын коргоого алып чыгылуучу негизги жоболору.

1. Бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей көбөйтүүчүсү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашоосу жана жалгыздыгы теоремаларын далилдөө;
2. Бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашоосу жана жалгыздыгы теоремаларын далилдөө;
3. Бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен эки жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарылыштарын тургузуу;
4. Өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулу көп мейкиндиктик өзгөрмөлүү, жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларына колдонулган.

Изденүүчүнүн жеке салымы. Биргелешип жарыялаган эмгектерде [1; 3; 7-9] маселелердин коюлушу илимий жетекчиге А.Ж. Аширбаевага, алынган негизги жыйынтыктар жана баалоолор изденүүчүгө таандык.

Изилдөөнүн натыйжаларын апробациялоо. Жумуштун жыйынтыктары баяндалган жана талкууланган:

– Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун 35 жылдыгына арналган “III Бөрүбаев окуулары” эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., май, 2019-ж., тезис жарык көргөн);

– академик А.А. Бөрүбаевдин 70 жылдыгына арналган «Заманбап математиканын маселелери жана анын колдонулушу» эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., Булан-Соготту айылы, июнь, 2021-ж., тезис жарыяланган);

– профессор Акылбек Керимбековдун 75 жылдыгына жана илимий-педагогикалык ишмердүүлүгүнүн 50 жылдыгына арналган «Оптималдуу башкаруу, динамикалык системалар жана оператордук теңдемелер теорияларынын актуалдуу маселелери» IV эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., июнь, 2022-ж.);

–анализ жана колдонмо математика боюнча алтынчы эл аралык конференция (ICAAM 2022), (Анталия ш., Түркия, октябрь, 2022-ж., тезис жарыяланган);

–“Жогорку окуу жайлардагы илим изилдөөлөрдүн фундаменталдык жана колдонмо маанилүүлүгү” аталышындагы конференцияда (Жалал-Абад ш., 12-ноябрь, 2022-ж.);

– К. Алымкулов атындагы «Математиканын актуалдуу маселелери жана аларды колдонуу» аймактык илимий семинары (2018–2022-жж.).

Диссертациянын натыйжаларынын басылып чыгарылышы. Иштин негизги жыйынтыктары [1; 3-4; 6-9] макалаларында, ошондой эле [2; 5;10] докладдардын тезистери жарык көргөн.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертациялык символдордон, кириш сөздөн, төрт баптан, 18 бөлүмдөн, корутундудан, 86 аталыштагы адабияттар тизмесинен, бардыгы болуп 91 барак компьютердик тексттеги беттен турат.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Диссертациянын материалдары төмөнкү ырааттуулукта берилет.

Киришүүдө теманын актуалдуулугунун негиздемеси, иштин жалпы мүнөздөмөсү, изилдөөнүн максаты жана милдеттери, илимий жаңылыгы, практикалык мааниси, ошондой эле коргоого алып чыгуучу негизги жоболор берилген.

Биричи бап “АДАБИЯТТАРГА ОБЗОР” деп аталат жана бул бапта диссертациянын темасы боюнча башка авторлордун эмгектеринин обзору каралган жана изилдөө үчүн мурда чечилбеген маселелер боюнча корутунду келтирилген.

Бапта келтирилген обзордон, башка авторлордун иштеринде, кээ бир жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары кошумча аргумент кийирүү усулу менен каралган. Жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер жалпыланган системалары каралган эмес. Башка усулдар менен да жалпыланган теңдемелер системасы каралган эмес.

Экинчи бап “ИЗИЛДӨӨНҮН МЕТОДОЛОГИЯСЫ ЖАНА МЕТОДДОРУ” деп аталып, коюлган маселелерди чечүүдө колдонулган материалдары жана усулдары көрсөтүлгөн.

Экинчи бап беш бөлүмдөн турат. Мында изилдөөнүн объектиси, предмети жана маселелери аныкталган.

Изилдөө объектиси: Эки жана көп өзгөрмөлүү, бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасы.

Изилдөө предмети: Каралып жаткан системалар үчүн баштапкы маселенин чечиминин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары, айрым учурлардагы алынган чыгарылыштар.

Изилдөө методдору: Кошумча аргумент кийирүү усулу өнүктүрүлөт жана төмөнкүлөр колдонулат: кысуучу чагылтуулардын принциби, удаалаш жакындаштыруу усулу.

Көмөкчү леммалар келтирилген. Кошумча аргумент кийирүү усулу боюнча кыскача маалымат берилген. Диссертациянын кыскача мазмуну баяндалып, экинчи бап боюнча корутунду берилген.

Үчүнчү бап “ЭКИ ӨЗГӨРМӨЛҮҮ, ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫН ЧЫГАРУУ” деп аталат. Мында бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашоосу жана жалгыздыгы теоремалары далилденген.

Теоремалардын далилдөөсү жана жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарылыштары тургузуу кошумча аргумент кийирүү усулу менен жүргүзүлгөн.

3.1 бөлүмүндө жекече туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн баштапкы маселе каралган:

$$\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t}+a(t,x,u_1(t,x),..u_n(t,x))\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial x}= f_i(t,x,u_1(t,x),u_2(t,x),\dots,u_n(t,x)) \quad (1)$$

$(t,x)\in Q_1(T),$

$$u_i(0,x)=\varphi_i(x), \quad x\in R, \quad i=1,2,\dots,n. \quad (2)$$

Төмөндөгүдөй теорема далилденген.

3.1.1-ТЕОРЕМА. Эгерде i=1,2,..,n үчүн, $\varphi_i(x) \in \overline{C}^1(R) \cap Lip(L_i), \quad L_i > 0 - const,$

$f_i(t,x,u_1,u_2,...,u_n) \in \overline{C}^{(1)}(Q_1(T) \times R^n) \cap Lip(M_0^i\big|_x, M_1^i\big|_{u_1},...,M_n^i\big|_{u_n}),\ M_j^i > 0 - const,$

$a(t,x,u_1,..u_n) \in \overline{C}^{(1)}(Q_1(T) \times R^n) \cap Lip(N_0\big|_x, N_1\big|_{u_1},...,N_n\big|_{u_n}),\ N_i > 0 - const$

болсо, анда $\left(\overline{C}^{(1)}(Q_1(T_*))\right)^n$ мейкиндигинде (1) жекече туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелер системасы (2) баштапкы шарты менен жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, $0 < T_* \leq T$ саны жашайт.

3.2 бөлүмүндө өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулун (2) баштапкы шарты менен төмөнкүдөй жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн колдонуу каралган:

$$\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial t} + a(t,x,u_1(t,x),..u_n(t,x))\frac{\partial u_i(t,x)}{\partial x} = f_i(t,x,u_1(t,x),u_2(t,x),...,u_n(t,x)) +$$
$$+ F_i(t,x;u_1(s,\xi),...,u_n(s,\xi):s,\xi), \quad (t,x) \in Q_1(T), \qquad (3)$$
$$i = 1,2,...,n.$$

(3) теңдемесиндеги операторлор төмөнкү түрлөрүнүн бирине ээ болуп, алар үчүн кошумча шарттардын аткарылышын талап кылабыз.

$$F_i(t;u_1(s,\xi),...,u_n(s,\xi):s,\xi) = \int_0^t \int_0^\infty K_i(t,s,\xi,u_1(s,\xi),...,u_n(s,\xi))d\xi ds;$$

$$F_i(t,x;u_1(s,\xi),...,u_n(s,\xi):s,\xi) = f_i(t,x,\int_{-\infty}^{\infty} K_i(x,\xi)u_i(t,\xi)d\xi);$$

$$F_i(t,x;u_1(s,\xi),...,u_n(s,\xi):s,\xi) = \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\xi^2 - x^{-2})u_i(s,\xi)d\xi ds \text{ ; ж.б.}$$

3.2.1-ТЕОРЕМА. Эгерде 3.1.1 -теореманын бардык шарттары канааттандырылса жана:

F1) F_i операторлору биринчи жана экинчи өзгөрмөлөрү боюнча үзгүлтүксүз жана $F_i \in Lip(H_0\big|_x);$

F2) каалагандай $T_* \leq T$ үчүн $H_i > 0$ саны жашап:

$$\| F_i(t,x;u_1^1(s,\xi),...,u_n^1(s,\xi)):s,\xi) - F_i(t,x;u_1^2(s,\xi),...,u_n^2(s,\xi)):s,\xi) \|_{Q_1(T_*)} \leq$$

$| \leq \sum_{i=1}^{n} H_i \| u_i^1(t,x) - u_i^2(t,x) \|_{Q_1(T_*)}$ болсо, анда $\left(\overline{C}^{(1)}(Q_1(T_*))\right)^n$ мейкиндигинде (3) жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы (2) баштапкы шарты менен жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, $0 < T_* \le T$ саны жашайт.

Конкреттүү мисал карайлы.

3.2.1-МИСАЛ. Төмөндөгүдөй

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial t} + (u_1(t,x)+u_2(t,x))\dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial x} = \int\limits_0^1 u_1(t,s)ds + f_1(t), \\ \dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial t} + (u_1(t,x)+u_2(t,x))\dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial x} = f_2(t), \end{cases} \tag{4}$$

$(t,x) \in \tilde{Q}_1(T), \quad f_i(t) \in C(R_+, R), \qquad (k=1,2),$

системасы:

$$u_i(0,x) = \alpha_i + \beta_i x, \quad \alpha_i, \beta_i \in R, \quad x \in R_+, \quad i = 1,2 \tag{5}$$

баштапкы шарттары менен каралат.

(4)-(5) маселеси төмөндөгүдөй интегралдык теңдемелер системасына келтирилет:

$$u_1(t,x) = \alpha_1 + \beta_1\left[\frac{x-\alpha_3 t}{1+\beta_3 t} - \frac{1}{1+\beta_3 t}\int\limits_0^t (t-s)\int\limits_0^1 u_1(\nu,\xi)d\xi d\nu ds - \frac{1}{1+\beta_3 t}\int\limits_0^t\int\limits_0^s f_3(\nu)d\nu ds\right] +$$

$$+\int\limits_0^t\int\limits_0^1 u_1(s,\xi)d\xi ds + \int\limits_0^t f_1(s)ds, \tag{6}$$

$$u_2(t,x) = \alpha_2 + \beta_2\left[\frac{x-\alpha_3 t}{1+\beta_3 t} - \frac{1}{1+\beta_3 t}\int\limits_0^t (t-s)\int\limits_0^1 u_1(\nu,\xi)d\xi d\nu ds - \frac{1}{1+\beta_3 t}\int\limits_0^t\int\limits_0^s f_3(\nu)d\nu ds\right] +$$

$$+\int\limits_0^t f_2(s)ds, \tag{7}$$

мында:

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \alpha_2, \quad \beta_3 = \beta_1 + \beta_2, \quad f_3(t) = f_1(t) + f_2(t).$$

(6) үчүн удаалаш жакындаштыруу усулун колдонобуз.

Жекече учурда, (6), (7) теңдемелеринен бир тектүү теңдеменин (3) шартын канаатандырган чыгарылышын алууга болот:

$$u_1(t,x) = \alpha_1 + \beta_1 \frac{x-\alpha_3 t}{1+\beta_3 t},$$

$$u_2(t,x) = \alpha_2 + \beta_2 \frac{x-\alpha_3 t}{1+\beta_3 t}.$$

3.3 бөлүмүндө төмөндөгүдөй жекече туундулуу сызыктуу эмес оператордук теңдемелер системасы каралган:

$$\begin{cases} D[a_1(t,x,u_1,\ldots,u_n)]u_1(t,x) = a_1(t,x,u_1,\ldots,u_n) + F_1(t;u_1) \\ D[a_2(t,x,,u_1,u_2)]u_2(t,x) = F_2(t,x;u_1,u_2) \\ D[a_3(t,x,u_1,u_2,u_3)]u_3(t,x) = F_3(t,x;u_1,u_2,u_3) \\ ----------------------------------- \\ D[a_n(t,x,u_1,\ldots,u_n)]u_n(t,x) = F_n(t,x;u_1,\ldots,u_n) \end{cases} \quad (8)$$

(8) системасы

$$\begin{cases} u_1(0,x) = x, \\ u_\kappa(0,x) = \varphi_{\kappa-1}(x), \quad \kappa = 2,\ldots,n \end{cases}. \quad (9)$$

баштапкы шарттары менен каралат.

Төмөндөгүдөй теорема далилденген.

3.3.1-ТЕОРЕМА. Айталы:

1) $\varphi_k(x) \in \overline{C}^{(1)}(R) \cap Lip(L_k), \quad k = 1,\ldots,n-1,$

$a_i(t,x,u_1,\ldots,u_n) \in \overline{C}^{(1)}(Q_1(T) \times R^n) \cap Lip(M_i\big|_x, N_i\big|_{u_i}),\ M_i > 0 - const,$

$N_i > 0 - const, i=2,\ldots,n;$

2) F1 оператору биринчи өзгөрмө боюнча үзгүлтүксүз жана ал Липшиц шартын канааттандырат: каалагандай *T*≤T* үчүн *K1>0* саны жашап:

$\| F(t;u_1) - F(t;u_2) \|_{Q_1(T_*)} \le K_1 \| u_1(t,x) - u_2(t,x) \|_{Q_1(T_*)},$

3) $F_i(t,x;u_1,u_2,\ldots,u_i), \quad i = 1,\ldots,n$ операторлору үзгүлтүксүз функцияларды үзгүлтүксүз функцияларга чагылдырат жана

$F_i(t,x;u_1,u_2,\ldots,u_i) \in Lip(P_i\big|_x, K_i\big|_{u_i}), \quad P_i, K_i - const, \quad i = 2,\ldots,n.$

Анда $\left(\overline{C}^{(1)}(Q_1(T_*))\right)^n$ мейкиндигинде (8)-(9) маселеси жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, $0 < T_* \le T$ саны жашайт.

3.4 бөлүмүндө сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чечимин тургузуу каралган:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial t} + u_2(t,x)\dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial x} = u_2(t,x) + \int\limits_0^1\int\limits_0^1 u_1(s,\xi)d\xi ds + f(t) \\ \dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial t} + u_1(t,x)\dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial x} = g(t,x,u_1(t,x)). \end{cases} \quad (10)$$

$$u_1(0,x)=x, \quad u_2(0,x)=\varphi(x), \ x\in R_+, \quad (t,x)\in\tilde{Q}_1.$$
(11)

(10)-(11) маселесинде каралган функциялар жетишерлик жылмакай функциялар, б.а.

$$\varphi(x)\in\bar{C}(R_+), \quad g(t,x,u_1)\in\bar{C}^{(1)}(\tilde{Q}_1\times R).$$

Коюлган (10)-(11) маселесинин чыгарылышы алабыз:

$$u_1(t,x)=x+(1+2b)t+\int_0^t f(s)ds.,$$

$$u_2(t,x)=\varphi(p(0,t,x))+\int_0^t g(s,p(s,t,x),p(s,t,x)+(1+2b)s+\int_0^s f(\nu)d\nu)ds,$$

мында

$$b=\int_0^1\int_0^1\int_0^s f(\nu)d\nu d\xi ds,$$

p(s,t,x)- удаалаш жакындаштыруу усулу колдонулуучу төмөнкү интегралдык теңдеменин чыгарылышы:

$$p(s,t,x)=x-\int_s^t\left[(1+2b)\nu+\int_0^\nu f(\tau)d\tau\right]d\nu-\int_s^t p(\nu,t,x)d\nu, \ (s,t,x)\in\tilde{Q}_2. \qquad (12)$$

Жекече учурда, эгерде (10) системасы төмөнкүдөй көрүнүштө берилсе:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial t}+u_2(t,x)\dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial x}=u_2(t,x)\\ \dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial t}+u_1(t,x)\dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial x}=\int_0^1 u_1(t,s)ds+g(t,x,u_1(t,x)).\end{cases} \qquad (13)$$

анда (12) интегралдык теңдемисинин чыгарылышы төмөнкүдөй болот:

$$p(s,t,x)=xe^{-(t-s)}.$$

Анда (13)-(11) маселесинин чыгарылышы төмөнкүдөй аныкталат:

$$u_1(t,x)=x,$$

$$u_2(t,x)=\frac{t}{2}+\varphi(xe^{-t})+\int_0^t g(s,xe^{-(t-s)},xe^{-(t-s)})ds.$$

Бирдей көбөйтүүчүлөрү менен эки жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылышын тургузуу 3.5 бөлүмүндө каралган:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial t}+u_1(t,x)\dfrac{\partial u_1(t,x)}{\partial x}=\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}K(t,s,\xi)\dfrac{\partial u_1(s,\xi)}{\partial \xi}d\xi\,ds+f(t)\\
\dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial t}+u_1(t,x)\dfrac{\partial u_2(t,x)}{\partial x}=g(t,x,u_1(t,x)),\quad (t,x)\in Q.
\end{cases}
\qquad (14)
$$

система (11) шарты менен каралган.

(14), (11) маселесинин чыгарылышы төмөнкү формада алынат:

$$
u_1(t,x)=x-[1+t]^{-1}\{xt+\int\limits_0^t\int\limits_0^{\eta}[\int\limits_0^{\rho}\int\limits_{-\infty}^{\infty}K(\rho,s,\xi)\frac{1}{1+s}d\xi ds+g(\rho)]d\rho d\eta\}+
$$

$$
+\int\limits_0^t\left[\int\limits_0^{\rho}\int\limits_{-\infty}^{\infty}K(\rho,s,\xi)\frac{1}{1+s}d\xi ds+g(\rho)\right]d\rho.
$$

$$
u_2(t,x)=\varphi(p(0,t,x))+\int\limits_0^t g(s,p(s,t,x),u_1(s,p(s,t,x))ds,
$$

мындагы $p(s,t,x)-$төмөнкү интегралдык теңдеминин чыгарылышы:

$$
p(s,t,x)=x-\int\limits_s^t u_1(\nu,p(\nu,t,x))d\nu.
$$

Төртүнчү бап “КӨП МЕЙКИНДИК ӨЗГӨРМӨЛҮҮ, ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАСЫН ЧЫГАРУУ” деп аталат. Бул бапта өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулу көп мейкиндиктик өзгөрмөлүү, жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларына колдонуу каралган.

4.1 бөлүмүндө төмөнкүдөй биринчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн баштапкы маселеге кошумча аргумент кийирүү усулун өнүктүрүү каралган:

$$
\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial t}+\sum_{k=1}^{n}a_k(t,x_1,...,x_n,u_1,u_2,...,u_n)\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial x_k}=
$$

$$
=f_i(t,x_1,..,x_n,u_1(t,x_1,..,x_n),u_2(t,x_1,..,x_n),...,u_n(t,x_1,..,x_n)), \qquad (15)
$$

$$
i=1,2,..,n,\quad (t,x_1,..,x_n)\in Q_1^n(T),
$$

$$
u_i(0,x_1,..,x_n)=\varphi_i(x_1,..,x_n),\quad i=1,2,..,n,\quad (x_1,..,x_n)\in R^n, \qquad (16)
$$

4.1.1-ТЕОРЕМА . Айталы $\varphi_i(x_1,...,x_n)\in\overline{C}^1(R^n)$,

$$
a_i(t,x_1,...,x_n,u_1,u_2,...,u_n),\ f_i(t,x_1,...,x_n,u_1,u_2,...,u_n)\in\overline{C}^{\,0,\underbrace{1,...,1}_{n\,раз},\underbrace{1,...,1}_{n\,раз}}(Q_1^n(T)\times R^n),
$$

i=1,2,..,n.

Анда$\left(\overline{C}^{(1)}(Q^n{}_1(T_*))\right)^n$ мейкиндигинде (15)-(16) маселеси жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, берилгендерден аныкталган $0 < T_* \le T$ саны жашайт.

Өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулун (16) баштапкы шарты менен төмөнкүдөй жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасы үчүн колдонуу 4.2.-бөлүмүндө каралган:

$$\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial t}+\sum_{k=1}^{n}a_k(t,x_1,...,x_n,u_1,u_2,...,u_n)\frac{\partial u_i(t,x_1,..,x_n)}{\partial x_k}=$$
$$= f_i(t,x_1,..,x_n,u_1,u_2,...,u_n)+F_i(t,x_1,...,x_n;u_1,u_2,...,u_n:s,\xi_1,...,\zeta_n), \qquad (17)$$

$i=1,2,..,n,\quad (t,x_1,..,x_n)\in Q_2^n(T).$

4.2.1-ТЕОРЕМА. Эгерде 4.1.1- теоремасынын бардык шарттары канааттандырылса жана

F1) Fi операторлору биринчи n+1 өзгөрмөлөрү боюнча үзгүлтүксүз жана $F_i\in Lip(H_0^1\big|_{x_1},H_0^2\big|_{x_2},...,H_0^n\big|_{x_n}),\ H_0^i>0-const,\ i=1,2,...,n;$

F2) каалагандай $T_*\le T$ үчүн $H_i>0$ саны жашап:

$$\Big\|F_i(t,x_1,...,x_n;u_1^1(s,\xi),...,u_n^1(s,\xi)):s,\xi_1,...,\zeta_n)-$$
$$-F_i(t,x_1,...,x_n;u_1^2(s,\xi),...,u_n^2(s,\xi)):s,\xi_1,...,\zeta_n)\Big\|_{Q_1^n(T_*)}\le$$
$$\le\sum_{i=1}^{n}H_i\,\|u_i^1(t,x_1,...,x_n)-u_i^2(t,x_1,...,x_n)\|_{Q_1^n(T_*)}$$

Анда$\left(\overline{C}^{(1)}(Q^n{}_1(T_*))\right)^n$ мейкиндигинде (17)-(16) маселеси жалгыз чыгарылышка ээ боло тургандай, берилгендерден аныкталган $0 < T_* \le T$ саны жашайт.

4.3 бөлүмүндө n+1 көз карандысыз өзгөрмөлүү, бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларын чыгаруу каралган:

$$\begin{cases} D[a_{11}(t,x,u_1,...,u_n),...,a_{1n}(t,x,u_1,...,u_n)]u_1(t,x)=\sum_{k=1}^{n}a_{1k}(t,x,u_1,...,u_n)+f(t)\\ D[a_{21}(t,x,,u_1,u_2),a_{22},...,a_{2n}]u_2(t,x)=F_1(t,x;,u_1,u_2)\\ \\ D[a_{31}(t,x,u_1,u_2,u_3),...,a_{3n}(t,x,u_1,u_2,u_3)]u_3(t,x)=F_2(t,x;u_1,u_2,u_3)\\ -------------------------------------\\ D[a_{n1}(t,x,u_1,...,u_n),...,a_{nn}(t,x,u_1,...,u_n)]u_n(t,x)=F_{n-1}(t,x;u_1,...,u_n)\end{cases} \qquad (18)$$

$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n),\ (t, x) \in Q_1^n(T).$

(18) системасы

$$u_1(0, x) = \sum_{k=1}^{n} x_k, \qquad u_\kappa(0, x) = \varphi_\kappa(x),\ x \in R^n, \quad \kappa = 2, \ldots, n \tag{19}$$

баштапкы шарттары менен каралат.

Бул маселени чечүү үчүн кошумча аргумент кийирүү усулу колдонулат.

Конкреттүү мисал карайлы.

4.3.1-МИСАЛ.

$$\begin{cases} D[a_{11}(t, x, y, u_1, u_2), a_{12}(t, x, y, u_1, u_2)]u_1(t, x, y) = \sum_{k=1}^{2} a_{1k}(t, x, y, u_1, u_2) + \int_0^1\int_0^1 u(t, \xi, \eta)d\xi d\eta \\ D[a_{21}(t, x, y, u_1, u_2), a_{22}(t, x, y, u_1, u_2)]u_2(t, x, y) = b(t, x, y, u_1, u_2), \end{cases} \tag{20}$$

$(t, x, y) \in \tilde{Q}_1^2(T) = [0, T] \times R_+^2.$

(20) системасын

$$u_1(0, x, y) = x + y, \qquad u_2(0, x, y) = \varphi(x, y),\ (x, y) \in R_+^2. \tag{21}$$

баштапкы шарты менен карайбыз.

Берилген функциялар жетишерлик жылмакай функциялар: $\varphi(x, y)) \in C^{(1)}(R_+^2), a_{ij}(t, x, y, u_1, u_2) \in \overline{C}^{(1)}\tilde{Q}_1^2(T) \times R^2),$

$b(t, x, y, u_1, u_2) \in \overline{C}^{(1)}(\tilde{Q}_1^2(T) \times R^2), i, j = 1,2.$

Кошумча аргумент кийирүү усулунун жардамында системанын биринчи теңдемесин интегралдык теңдемеге келтиребиз, интегралдык теңдемеге удаалаш жакындаштыруу усулу колдонуу менен төмөнкүдөй чыгарылышты алабыз:

$$u_1(t, x, y) = x + y + e^t - 1.$$

Табылган функцияны системанын экинчи теңдемесине коюп, $u_2(t,x)$ белгисиз функциясына карата баштапкы маселени алабыз. Баштапкы маселеге кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу менен интегралдык теңдемелер системасына келтирилген жана интегралдык теңдемелер системасына кысуучу чагылтуулардын принциби колдонулган.

Кубулган ядролуу, жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылышын тургузуу 4.3 бөлүмүндө каралган:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_1(t,x,y)}{\partial t} + u_1(t,x,y)\dfrac{\partial u_1(t,x,y)}{\partial x} + u_2(t,\text{x},\text{y})\dfrac{\partial u_1(t,x,y)}{\partial y} = u_1(t,x,y) + \\ + u_2(t,x,y) + \int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^1 H_1(t)K_1(s,\xi,\eta)u_1(s,\xi,\eta)d\xi d\eta ds, \\ \dfrac{\partial u_2(t,x,y)}{\partial t} + u_2(t,x,y)\dfrac{\partial u_2(t,x,y)}{\partial x} + \int\limits_0^1\int\limits_0^1 u_1(t,\xi,\eta)d\xi d\eta\dfrac{\partial u_2(t,x,y)}{\partial y} = \\ = \int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^1 H_2(t)K_2(s,\xi,\eta)u_2(s,\xi,\eta)d\xi d\eta ds \end{cases} \quad (22)$$

$$u_i(0,x,y) = x + y, \quad i = 1,2, \quad (t,x,y) \in \widetilde{Q}_1^2 \quad (23)$$

баштапкы шарты менен.

Жумушта (22) жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын (23) баштапкы шарты менен чыгарылышы төмөнкүдөй көрүнүштө алынган:

$$u_1(t,x,y) = x + y + H_1(t)A/(1-B),$$

$$u_2(t,x,y) = \frac{xt}{1+t} + q_2(0,t,x,y)(1-t) + \frac{D}{1-E}\left[\int\limits_0^t H_2(\nu)d\nu - \frac{1}{1+t}\int\limits_0^t\int\limits_0^s H_2(\nu)d\nu ds\right],$$

мында

$$A = \int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^1 K_1(s,\xi,\eta)(\eta+\xi)d\xi d\eta ds,$$

$$B = \int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^1 K_1(s,\xi,\eta)H_1(s)d\xi d\eta ds \neq 1,$$

$$D = \int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^1 K_2(s,\xi,\eta)\left(\frac{\xi s}{1+s} + q_2(0,s,\xi,\eta)(1-s)\right)d\xi d\eta ds,$$

$$E = \int\limits_0^1\int\limits_0^1\int\limits_0^1 K_2(s,\xi,\eta)\left[\int\limits_0^s H_2(\nu)d\nu - \frac{1}{1+s}\int\limits_0^s\int\limits_0^\tau H_2(\nu)d\nu d\tau\right]d\xi d\eta ds \neq -1,$$

$$q_2(s,t,x,y) = y - \int\limits_s^t\int\limits_0^1\int\limits_0^1 (\xi + \eta + f(s))d\xi d\eta ds.$$

Бу бапта өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулу көп мейкиндиктик өзгөрмөлүү, жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларына колдонулган.

Кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу менен үч мейкиндиктик өзгөрмөлүү интегро-дифференциалдык теңдемелер системасынын чыгарылышы тургузулган.

КОРУТУНДУ

Диссертацияда кошумча аргумент кийирүү усулу менен бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган. Бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган.

Бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен эки жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларынын чыгарылыштары тургузулган.

Өркүндөтүлгөн кошумча аргумент кийирүү усулу менен алынган жыйынтыктар көп мейкиндиктик өзгөрмөлөр учуру үчүн жалпыланган.

Диссертациянын жыйынтыктары так далилдөөлөр менен бекемделген.

Диссертацияда жаңы жыйынтыктар алынган жана алар жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясына белгилүү бир салымын сунуш кылат.

Иштелип чыккан жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин системаларын чыгаруу үчүн кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу схемасын башка класстардагы сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин системаларын чыгаруу үчүн колдонууга болот.

Автор өзүнүн илимий жетекчиси ф.-м.и.д., профессор Аширбаева Айжаркын Жоробековнага изилдөө көйгөйүн коюп бергендиги жана ишке ар дайым көңүл бургандыгы үчүн терең ыраазычылыгын билдирет.

ДИССЕРТАЦИЯНЫН ТЕМАСЫ БОЮНЧА ЖАРЫЯЛАНГАН ЭМГЕКТЕРДИН ТИЗМЕСИ

1. **Садыкова, Г.К.** Развитие метода дополнительного аргумента для системы нелинейных дифференциальных уравнений [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Г.К. Садыкова // Международный научно-исследовательский журнал. – Екатеринбург, 2019. – №4-1(82). – С.6-10. https://elibrary.ru/item.asp?id=37282298
2. **Sadykova, G .** Development of the method of additional argument for a system of non-linear partial differential equations [Текст] /A. Ashirbaeva, G. Sadykova // Abstracts of International Scientific Conference "III Borubaev's Readings" , Bishkek, May 24, 2019. / Ed. by Academician A.Borubaev. – P.21.
3. **Садыкова, Г.К.** Развитие метода дополнительного аргумента для системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Г.К. Садыкова // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2019. – №12. – С.35-39.
https://elibrary.ru/item.asp?id=43930772
4. **Садыкова, Г.К.** Исследование решения одной системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка [Текст] / Г.К. Садыкова // Известия ВУЗов Кыргызстана. – Бишкек, 2019. – №11. – С.15-19.
https://elibrary.ru/item.asp?id=45642100
5. **Sadykova, G**. Solution of a system of first-order nonlinear partial differential equations with n+1 independent variables [Текст] / A.Ashirbaeva, G.Sadykova//Theses of International Scientific Conference "Problems of modern mathematics and its applications". June 16-19, 2021, Issyk-Kul, Bishkek, Kyrgyzstan /Ed. by Academician A. Borubaev. – P.89.
6. **Садыкова, Г.К.** Построение решения системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных. [Текст] / Г.К. Садыкова // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2021. – №7. – С.10-13.
https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47474895
7. **Садыкова, Г.К.** Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с n+1 независимыми переменными. [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Г.К. Садыкова // Евразийское научное объединение. – Москва, 2021. – №8–1(78). – С.6–8. https://elibrary.ru/item.asp?id=46571284

8. **Садыкова, Г.К.** Решение системы операторных уравнений в частных производных первого порядка [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Г.К. Садыкова // Евразийское научное объединение. – Москва, 2021. – №11–1 (81). – С.1–5. https://elibrary.ru/item.asp?id=47417315
9. **Садыкова, Г.К.** Үч көз карандысыз өзгөрүлмөлүү жекече туундулуу сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелердин системасын чыгаруу [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Г.К. Садыкова // Вестник Ошского государственного университета. – Ош, 2022. – №1. – С.103–111. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48614391
10. **Sadykova, G.** Solving of system partial operator equations of the first order by the method of additional argument. [Текст] / A. Ashirbaeva, G. Sadykova // Abstract book of the conference ICAAM 2022. October 31-November 6, 2022, Antalya, Turkey / Sixth International Conference on Analysis and Applied Mathematics. – P.102.

Садыкова Гульхан Курбанбекованын «Жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн кошумча аргумент кийирүү усулу өнүктүрүү» деген темада 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Негизги сөздөр: жекече туундулуу дифференциалдык теңдемелер системасы, сызыктуу эмес теңдеме, интегро-дифференциалдык теңдеме, кошумча аргумент кийирүү усулу, Кошинин маселеси, кысуучу чагылтуулардын принциби.

Изилдөө объектиси: Эки жана көп өзгөрмөлүү, бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасы.

Изилдөө предмети: Каралып жаткан системалар үчүн баштапкы маселенин чечиминин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары, айрым учурлардагы алынган чыгарылыштар.

Иштин максаты: Кошумча аргумент кийирүү усулу менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык жана оператордук теңдемелердин системасынын чечимин изилдөө.

Изилдөө методдору: Кошумча аргумент кийирүү усулу өнүктүрүлөт жана төмөнкүлөр колдонулат: кысуучу чагылтуулардын принциби, удаалаш жакындаштыруу усулу.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы: Эки жана көп өзгөрмөлүү, бир нече белгисиз функциялардан көз каранды болгон бирдей жана бирдей эмес көбөйтүүчүлөрү менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин системасынын кеңири классы үчүн каралган баштапкы маселенин чечиминин жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган. Кошумча аргумент кийирүү усулу боюнча айрым теңдемелер системасынын чыгарылышы тургузулган.

Алынган жыйынтыктардын теориялык жана практикалык маанилүүлүгү: Диссертациянын жыйынтыктары так далилдөөлөр менен бекемделген. Иште алынган жыйынтыктар боюнча конкреттүү маселелердин чыгарылыштары тургузулган. Иштелип чыккан жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер системаларын чыгаруу үчүн, кошумча аргумент кийирүү усулун колдонуу схемасын башка класстардагы сызыктуу эмес дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин системаларын чыгаруу үчүн да колдонууга болот.

РЕЗЮМЕ

диссертации Садыковой Гульхан Курбанбековны на тему: “Развитие метода дополнительного аргумента для системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных” на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: Система дифференциальных уравнений в частных производных, нелинейное уравнение, интегро–дифференциальное уравнение, метод дополнительного аргумента, задача Коши, принцип сжимающих отображений.

Объект исследования: Система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производным с одинаковым и неодинаковыми сомножителями, с двумя и многими переменными, где сомножители зависят от нескольких неизвестных функций.

Предмет исследования: Достаточные условия существования и единственности решения начальной задачи для рассматриваемых систем, получение решение в конкретном случае

Цель исследования: Исследование решений систем нелинейных интегро-дифференциальных и операторных уравнений в частных производных с использованием метода дополнительного аргумента.

Методы исследования: Развивается метод дополнительного аргумента и используются: принцип сжимающих отражений, метод последовательных приближений.

Научная новизна исследования: Получены достаточные условия существования и единственности решения начальной задачи для систем широких классов нелинейных интегро-дифференциальных уравнений в частных производным с одинаковым и неодинаковыми сомножителями, с двумя и многими переменными, где сомножители зависят от нескольких неизвестных функций.

Теоретическая и практическая значимость полученных результатов: Результаты диссертации подтверждены строгими доказательствами. По полученным результатам работы построены решения конкретных задач. Разработанную схему применения метода дополнительного аргумента для решения систем нелинейных уравнений в частных производных можно использовать при решении систем нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений других классов.

SUMMARY

of dissertation «Development of the method of additional argument for a system of non-linear partial integro-differential equations» of Sadykova Gulkhan Kurbanbekova is submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences by the specialty 01.01.02 –differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: system of partial differential equations, non-linear equation, integro-differential equation, method of additional argument, Cauchy problem, contracting mappings principle.

Object of research: A system of nonlinear integro-differential partial differential equations with same and unequal multipliers, with two and many variables, where the multipliers depend on several unknown functions.

Subject of research: Sufficient conditions for the existence and uniqueness of the solution of the initial problem for the systems under consideration, obtaining a solution in a specific case

Purpose of the study: Investigation of solutions of systems of nonlinear integro-differential and operator partial differential equations using the additional argument method.

Research methods: The method of additional argument developed and the following are used: contracting mappings principle, the method of successive approximations.

Scientific novelty of the research: Sufficient conditions are obtained for the existence and uniqueness of the solution of the initial problem for systems of wide classes of nonlinear integro-differential partial differential equations with the same and unequal multipliers, with two and many variables, where the multipliers depend on several unknown functions.

Theoretical and practical significance of the results obtained:

The results of the dissertation are confirmed by rigorous evidence. There are constructed solutions to specific tasks based on the results of the work. The developed scheme of application of the additional argument method for solving systems of nonlinear partial differential equations can be used in solving systems of nonlinear differential and integro-differential equations of other classes.

ШАРТТУУ БЕЛГИЛӨӨЛӨРДҮН ТИЗМЕСИ

R-чыныгы сандардын көптүгү;

$R_+=[0,\infty)$, $R_{++}=(0,\infty)$;

R^n $(n\in N)$– ченемдүү чыныгы евклиддик мейкиндик жана алардын $x=(x_1, x_2, \ldots,x_n)$ чекиттери;

$\|\cdot\|$ – норма; үзгүлтүксүз (жана чектелген, эгерде аныкталуу областы чектелбеген болсо) функциялар үчүн функциянын модулунун максимумун түшүнөбүз;

$T\in R_{++}$,m, $n\in N$ – кандайдыр бир бекемделген сан;

$$Q_m(T)=\{(t_1,t_2,t_3,..,t_m,x)|\ 0\le t_1\le t_2\le t_3\le\ldots\le t_m\le T,\ x\in R\};$$

$$Q_m^n(T)=\{(t_1,t_2,t_3,..,t_m,x)|0\le t_1\le t_2\le t_3\le\ldots\le t_m\le T,\ x\in R^n\};$$

$$Q_m=\{(t_1,t_2,t_3,..,t_m,x)|0\le t_1\le t_2\le t_3\le\ldots\le t_m<\infty,\ x\in R\};$$

$$Q_m^n=\{(t_1,t_2,t_3,..,t_m,x)|\ 0\le t_1\le t_2\le t_3\le\ldots\le t_m<\infty,\ x\in R^n\};$$

Эгерде жогорудагы мейкиндиктерде “~” белгиси коюлган болсо, мындагы $x\in R_+$ дегенди билдирет;

Ω - R^n евклиддик мейкиндигинин көптүкчөлөрү;

$C(\Omega)$,$C^{(k)}(\Omega)$, $C^{(\alpha_1,\alpha_2,\ldots\alpha_\delta)}(\Omega)$ –Ωда аныкталган жана үзгүлтүксүз (тиешелүү түрдө k-чы тартипке чейин жекече туундулары менен бирге; тиешелүү түрдө i-чи (i=1,…,n) аргументи боюнча α_i тартибине чейинки жекече туундулары менен бирге) функциялардын мейкиндиги;

$\overline{C}, \overline{C}^{(\ldots)}$–кошумча чектелүү шарты бар (тиешелүү түрдө көрсөтүлгөн туундулар үчүн да) функциялардын мейкиндиги;

Lip(N|$_u$,M|$_v$,…) –u , *v*өзгөрүлмөсү боюнча *M* коэффициенти менен,… Липшиц шартын канаатандырган функциялардын классы; бир өзгөрүлмөлүү функция үчүн индекс алынып салынат;

Дифференциалдык операторлор:

$$D[\omega] = \frac{\partial}{\partial t} + \omega \frac{\partial}{\partial x}, \quad D_n[\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n] = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \omega_k \frac{\partial}{\partial x_k};$$

Функцияларды функцияларга айландыруучу операторлор биринчи толук жазылат: кайсы функциянын өзгөрмөлөрү алынат; (кийин “;” белги): оператор кайсы функцияга (же бир нече функцияга) жана кайсы өзгөрмөлөргө таасир этет; бул функциядагы байланышкан өзгөрмөлөр (интегралды жазууга окшош), кош чекит менен бөлүнгөн. Эгерде жазуу өзгөрүүсүз кайталанса, операторлор да кыскача жазылат.

Мисал: $G(t;u(s,\xi):s,\xi) = G(t;u) = \int_0^t \int_0^1 K(t,s,\xi) \frac{\partial u(s,\xi)}{\partial \xi} d\xi ds + g(t), \quad (t,x) \in Q_1,$

(оператор эки өзгөрмөлүү функцияны бир өзгөрмөлүү функцияга айлантат, мында операнддык функциянын маанилерин ар кандай чекиттерде колдонот);

$H(u(s,\xi_1,..\xi_n):s,\xi_1,..\xi_n) = H(u) = \int_0^1 \int_0^\infty \ldots \int_0^\infty u^2(s,\xi_1,..\xi_n) d\xi_1..d\xi_n ds$ (эгер интеграл жыйналса);

Бирдиктүүлүк үчүн тамгалардын маанилерин белгилейбиз:

u(t,x)– белгисиз функция;

v(τ,t,x)– бир кошумча өзгөрмөлүү белгисиз функция;

$p(\tau,t,x;v(\rho,t,x):\rho) = x - \int_\tau^t v(\rho,t,x) d\rho$ - көмөкчү оператор.