

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОГИБА НЕЖЕСТКОГО ВАЛА В ПРОЦЕССЕ РЕЗАНИЯ

Шакенова Жамила Наурызбаевна, аспирант, КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Мира 66. Тел.: 0312-49-15-84, e-mail: milya_scorpion@mail.ru

Муслимов Аннас Поясович, д.т.н., профессор, КГТУ им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Мира 66. Тел.: 0312-49-15-84.

Аннотация. Представлена схема крепления нежесткого вала в виде балки на двух опорах. Определены реакции в опорах и изгибающие моменты в сечениях Z_1 и Z_2 . Выведено общее математическое уравнение прогиба нежесткого вала от действия силы резания.

Ключевые слова: нежесткий вал, токарный станок, патрон, задняя бабка, сила резания, модуль упругости.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF BENDING OF NON-RIGID SHAFT IN THE PROCESS OF CUTTING

Shakenova Zhamila Nauryzbaevna, graduate student, Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I. Razzakov. Phone: 0312-49-15-84, e-mail: milya_scorpion@mail.ru

Muslimov Annas Poyasovich, doctor of technical Sciences, Professor, Kyrgyzstan, 720044, c.Bishkek, KSTU named after I. Razzakov. Phone: 0312-49-15-84.

Abstract. The scheme of fastening of a non-rigid shaft is presented in the form of a beam with two supports. The reactions in the supports and flexion moments were determined in the sections of Z_1 and Z_2 . The general mathematical equation of the deflection of non-rigid shaft from the action of cutting forces was received.

Keywords: non-rigid shaft, turning machine, cartridge, tailstock, cutting force, the modulus of elasticity.

Введение. Известно, что машиностроение используется практически во всех сферах человеческой деятельности, благодаря его эффективности оно превратилось в технологическую базу всех отраслей промышленности, определяющую уровень технического развития страны и ее безопасности. Непрерывно растущие потребности общества порождают рост разнообразия машиностроительных изделий, их назначения. Необходимость выпуска конкурентно-способной продукции усиливает эту тенденцию и требует непрерывного совершенствования технологических процессов и средств технологического оснащения.

Качество и точность изделий машиностроения во многом зависит от совокупности свойств конструкций изделия (прочность, жесткость, износостойкость, виброустойчивость и т.д.). Повышение точности исходных заготовок снижает трудоемкость в процессе механообработки, уменьшает размеры припусков на обработку деталей и приводит к экономии металла.

Среди разнообразных изделий машиностроения, обрабатываемых на металлорежущих станках, значительное место занимают детали, которые при заданной геометрической форме и размерах являются нежесткими. В числе нежестких деталей широко распространены нежесткие валы. К нежестким валам относятся такие валы, у которых длина в 10-12 раз превышает их диаметра, т.е. $\frac{L}{d} > 10 \div 12$ [2,4,5].

В процессе обработки нежестких валов возникают трудности, которые связаны с нежесткостью заготовки и требуют специальной оснастки, выбора не производительных режимов резания для уменьшения влияния упругих деформаций на точность токарной обработки. Токарная обработка нежестких валов является наиболее трудоемкой операцией.

Цель работы. Разработка математической модели, определяющая зависимость величины деформации (прогиба вала) от действия силы резания, каждая в дальнейшем будет использована для повышения точности изготовления детали.

Основная часть. Для решения поставленной задачи закрепим заготовку вала на токарный станок 16К20. Левый конец заготовки закрепляется в патроне станка, а правый зажимается задней бабкой. В процессе точения резец Т15К6 под действием подачи S перемещается вдоль длины заготовки L , и в каждой фиксированной точке будет оказывать давление на заготовку. Необходимо описать математическим выражением зависимость прогиба заготовки от постоянно перемещающейся вдоль заготовки.

На рисунке 1 представлена схема прогиба заготовки нежесткого вала от действия силы резания P_y .

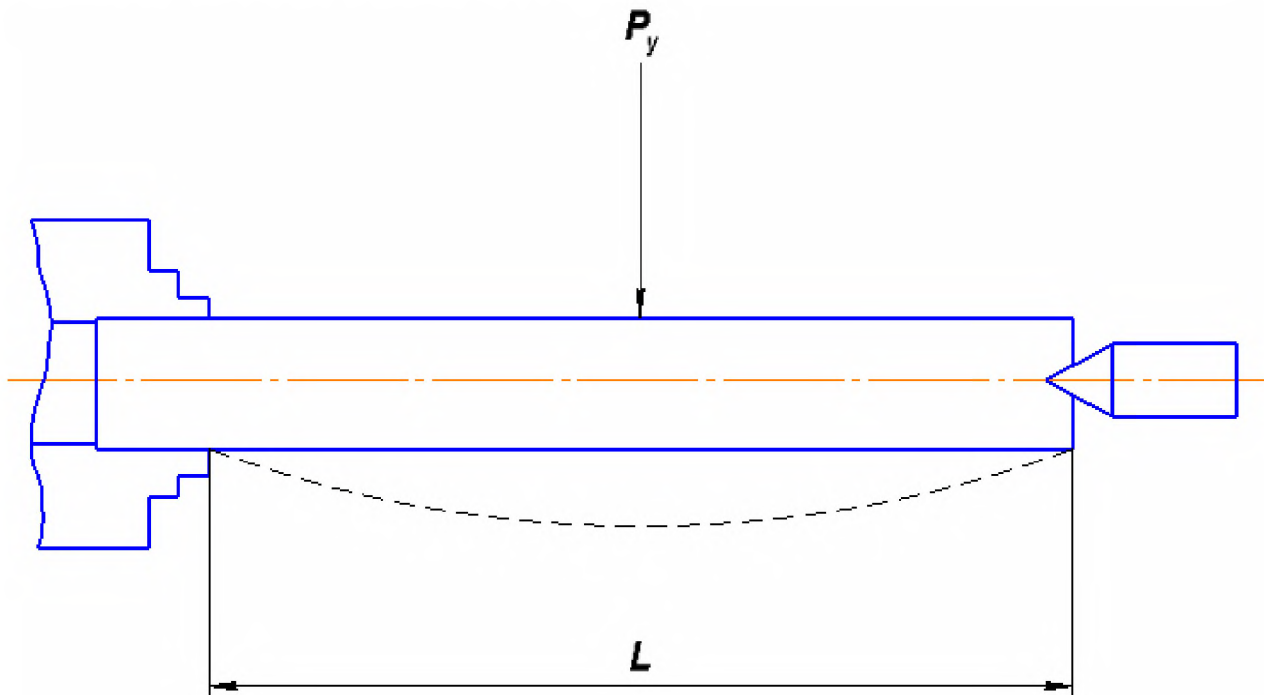


Рисунок 1 – Прогиб нежесткого вала от действия силы резания

Чтобы получить зависимость величины прогиба нежесткого вала от силы резания, схематизируем систему, как показано на рисунке 2 [1,3,6]. В патроне, в котором закреплена левая часть заготовки, показано жесткое крепление, а правая часть заготовки поддерживается задней бабкой и имеет значительно меньшую жесткость.

Для определения прогиба под действием радиальной составляющей силы резания P_y представим нежесткий вал как балку на двух опорах. Считаем, что жесткость обрабатываемой детали по всей длине является одинаковой.

1. Определим реакции на опорах А и В.

$$\text{Реактивные силы равны } R_A = R_B = \frac{P_y}{2}; \quad Z_1 = Z_2 = \frac{l}{2}.$$

2. Находим значение изгибающего момента в сечении Z_1 ; $0 \leq Z_1 \leq \frac{l}{2}$;

$$M_1(Z_1) = \frac{P_y}{2} \cdot Z_1$$

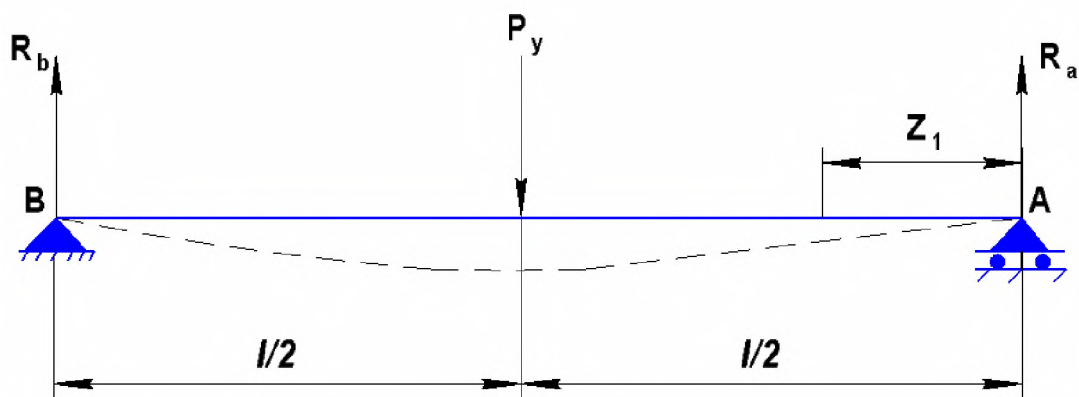


Рисунок 2 – Расчетная схема для вывода уравнения в интервале $0 \leq Z_1 \leq \frac{l}{2}$

Уравнение изогнутой оси примет вид:

$$EJ \frac{d^2 y}{dZ_1^2} = M_1(Z_1), \quad (1)$$

где E – модуль упругости материала вала;

J – осевой момент инерции сечения вала.

Считаем, что величина EJ задана и постоянная, т.е. $EJ = const$, y – прогиб вала.

Решаем уравнение (1). Проинтегрируем один раз:

$$EJ \frac{dy}{dZ_1} = \int M_1(Z_1) dZ_1 = \frac{P_y}{4} \cdot Z_1^2 + C_1,$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Таким образом, имеем:

$$EJ_1 \frac{dy}{dZ_1} = \frac{P_y}{4} \cdot Z_1^2 + C_1 \quad (2)$$

В уравнении (2) $\frac{dy}{dZ_1}$ – угол поворота сечения вала.

Интегрируем уравнение (2) еще один раз и находим уравнение прогиба вала, т.е. $y_1(Z_1)$

$$EJy_1(Z_1) = \frac{P_y}{12} \cdot Z_1^3 + C_1 Z_1 + D_1, \quad (3)$$

где D_1 – постоянная интегрирования.

Вывод уравнения для интервала $0 \leq Z_2 \leq l$ определяется по расчетной схеме (рис.3).

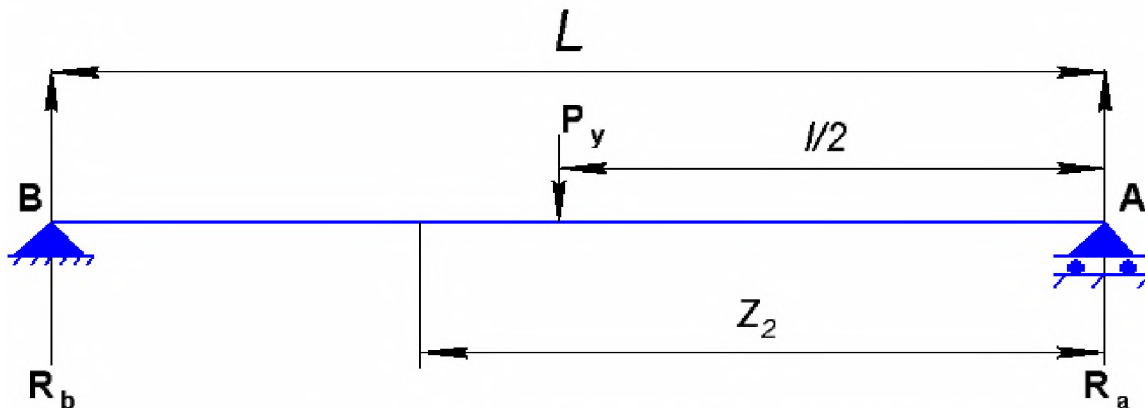


Рисунок 3 – Расчетная схема для вывода уравнения в интервале $\frac{l}{2} \leq Z_2 \leq l$

1. Находим значение изгибающего момента в сечении Z_2

$$M_2(Z_2) = R_a \cdot Z_2 - P_y \left(Z_2 - \frac{l}{2} \right). \quad (4)$$

2. Уравнение изогнутой оси примет вид

$$EJy_2^*(Z_2) = M_2(Z_2). \quad (5)$$

Проинтегрируем уравнение (5)

$$EJ_2 \frac{dy}{dZ_2} = \int M_2(Z_2) dZ_2 = \frac{P_y}{4} \cdot Z_2^2 - P_y \frac{\left(Z_2 - \frac{l}{2} \right)^2}{2} + C_2. \quad (6)$$

Далее проведем повторное интегрирование уравнения (6)

$$EJy_2(Z_2) = \frac{P_y}{12} \cdot Z_2^3 - P_y \cdot \frac{\left(Z_2 - \frac{l}{2}\right)^3}{6} + C_2 Z_2 + D_2, \quad (7)$$

где в уравнениях (6) и (7) C_2 и D_2 – постоянные интегрирования.

Для нахождения C_1, C_2 составим следующее выражение:

$$EJ_1 \frac{dy}{dZ_1} = EJ_2 \frac{dy}{dZ_2} \Rightarrow$$

$$\frac{P_y}{4} \cdot Z_1^2 + C_1 = \frac{P_y}{4} \cdot Z_2^2 - P_y \cdot \frac{\left(Z_2 - \frac{l}{2}\right)^2}{2} + C_2 \quad (8)$$

При $Z_1 = Z_2 = l/2$ определяем C_1 и C_2

$$\frac{P_y}{4} \cdot \frac{l^2}{4} + C_1 = \frac{P_y}{4} \cdot \frac{l^2}{4} - P_y \cdot \frac{\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2}\right)^2}{2} + C_2 \Rightarrow$$

$$\frac{P_y l^2}{16} - \frac{P_y l^2}{16} + C_1 = C_2 \Rightarrow C_1 = C_2.$$

Составим следующее выражение:

$$EJy_1(Z_1) = EJy_2(Z_2) \Rightarrow$$

$$\frac{P_y}{12} \cdot Z_1^3 + C_1 Z_1 + D_1 = \frac{P_y}{12} \cdot Z_2^3 - P_y \cdot \frac{\left(Z_2 - \frac{l}{2}\right)^3}{6} + C_2 Z_2 + D_2 \quad (10)$$

При $Z_1 = Z_2 = l/2$ определяем D_1 и D_2

$$\frac{P_y}{12} \cdot Z_1^3 + C_1 Z_1 + D_1 = \frac{P_y}{12} \cdot Z_2^3 - P_y \cdot \frac{\left(Z_2 - \frac{l}{2}\right)^3}{6} + C_2 Z_2 + D_2 \Rightarrow$$

$$\frac{P_y}{12} \cdot \frac{l^3}{8} + C_1 \frac{l}{2} - \frac{P_y}{12} \cdot \frac{l^3}{8} - C_2 \cdot \frac{l}{2} + D_1 = D_2 \Rightarrow D_1 = D_2.$$

При $Z_1 = 0$, тогда $y = 0$.

$$\frac{P_y Z_1^3}{12} + C_1 Z_1 + D_1 = 0 \Rightarrow D_1 = D_2 = 0. \quad (12)$$

При $Z_1 = l$, тогда $y = 0$.

$$\frac{P_y Z_2^3}{12} - \frac{P_y \left(Z_2 - \frac{l}{2}\right)^3}{6} + C_2 Z_2 + D_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{P_y l^3}{12} - \frac{P_y l^3}{48} + C_2 \cdot l = 0 \Rightarrow \frac{3P_y l^3}{48} + C_2 l = 0 \Rightarrow$$

$$C_2 = C_1 = -\frac{P_y l^2}{16}.$$

Уравнение (3) для левой части вала при $Z_1 = \frac{l}{2}$ будет:

$$\begin{aligned} \frac{P_y}{12} \cdot Z_1^3 - \frac{P_y l^2}{16} \cdot \frac{l}{2} + 0 &= E J y_1(Z_1) \\ -\frac{P_y l^3}{48} &= E J y_1\left(\frac{l}{2}\right), \Rightarrow y_1\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{P_y l^3}{48 E J}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $y_1\left(\frac{l}{2}\right)$ – прогиб середины вала под действием радиальной составляющей силы резания. Знак «-» означает, что вал прогибается вниз.

Уравнение (7) для правой части вала при $Z_2 = \frac{l}{2}$ примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{P_y}{12} \cdot Z_2^3 - \frac{P_y}{6} \cdot \left(Z_2 - \frac{l}{2}\right)^3 - \frac{P_y l^2}{16} \cdot Z_2 + 0 &= E J y_2(Z_2) \\ -\frac{P_y l^3}{48} &= E J y_2\left(\frac{l}{2}\right), \Rightarrow y_2\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{P_y l^3}{48 E J}. \end{aligned} \quad (15)$$

Получили то же значение прогиба, которое было получено в (14).

Правильность уравнения (7) можно проверить величиной прогиба при $Z = \frac{l}{2}$; $y_2\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{P_y}{48 E J} \left(l^3 + 3l^3 - \frac{1}{2}l^3 - 9\frac{l^3}{2} \right) = -\frac{P_y l^3}{48 E J}$, т.е. получили то же значение прогиба, которое было получено ранее (3).

Выводы: Таким образом, проведя математическое преобразование, общее уравнение прогиба нежесткого вала от действия силы резания будет:

$$y = \frac{P_y}{48 E J} \left[4Z^3 - 8\left(Z - \frac{l}{2}\right)^3 - 3l^2 Z \right]. \quad (16)$$

Полученное математическое уравнение позволяет определить величину прогиба вала по всей длине заготовки в любой фиксированной точке в зависимости от радиальной составляющей силы резания P_y и, изменяя ее значение автоматически по длине обработки существенно повысить точность обработки.

Список литературы

1. Александров А.В. Сопротивление материалов. Учебник для вузов/А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин; Под ред. А.В. Александрова. – 3 изд. испр. – М.: высшая школа, 2003. – 560 с.
2. Барановский М.А., Белькевич Б.А., Тимашков В.Д. Книга молодого токаря. – Мн.: «Беларусь», 1971. – 272 с.
3. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. Главная редакция физико-математической литературы изд-во «Наука», 1976. – 608 с.
4. Колев К.С. Технология машиностроения. Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1977. – 256 с.
5. Подпоркин В.Г. Обработка нежестких деталей. – М.: Л.: Машгиз, 1959. – 208 с.
6. Работнов Ю.Н. Сопротивление материалов. – М.: Физматгиз, 1962. – 456 с.