

СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ПОДВИЖНЫЙ РОТОР

Оморова А. И., преподаватель каф. «ТМ», Кыргызский государственный Технический Университет им. И. Раззакова, e-mail: alomorova15@gmail.com.

Усубаматов Р.Н., д.т.н., профессор, Кыргызский государственный Технический Университет им. И. Раззакова, e-mail: ryspek0701@yahoo.com.

Аннотация: Недавние исследования в области гироскопических эффектов показали, что их происхождение имеет более сложный характер, чем представленный в известных публикациях. На гироскоп действуют одновременно и взаимозависимо восемь инерционных крутящих моментов вокруг двух осей. Эти моменты создаются центробежными, общими силами инерции и силой Кориолиса, а также изменением углового момента массы вращающегося ротора. Действие этих сил подтверждает инерционное сопротивление и прецессионные моменты на любых вращающихся объектах. Новые математические модели для инерционных моментов, действующих на вращающийся ротор, демонстрируют принципиально разные подходы к решению задач гироскопа в машиностроении. Это очень важный результат, потому что устойчивая тенденция в машиностроении выражается увеличением скорости вращающихся объектов. Многочисленные конструкции передвижных машин и механизмов содержат вращающиеся компоненты, такие как турбины, роторы, диски и другие, что приводит к пропорциональному увеличению величин инерционных сил, которые формируют их процессы работы. В этой работе рассматриваются инерционные моменты,

действующие на ротор электрической железнодорожной транспортного устройства, движущейся по кривой, которая выражает гироскопические эффекты.

Ключевые слова: теория гироскопа, инерционные моменты, вращающийся ротор

FORCES ACTING ON A MOVABLE ROTOR

Omorova A.I., Kyrgyz State Technical University named after I.Razzakov, e-mail: alomorova15@gmail.com.

Usubamatov R.N., Kyrgyz State Technical University named after I.Razzakov, e-mail: ryspek0701@yahoo.com

Abstract: Recent investigations in gyroscope effects have demonstrated that their origin has more complex nature that represented in known publications. On a gyroscope are acting simultaneously and interdependently eight inertial torques around two axes. These torques are generated by the centrifugal, common inertial and Coriolis forces as well as the change in the angular momentum of the masses of the spinning rotor. The action of these forces manifests the inertial resistance and precession torques on any rotating objects. New mathematical models for the inertial torques acting on the spinning rotor demonstrate fundamentally different approaches for solving of gyroscope problems in engineering. This is the very important result because the stubborn tendency in engineering is expressed by the increasing of a velocity of rotating objects. The numerous designs of the movable machines and mechanisms contain spinning components like turbines, rotors, discs and others lead to the proportional increase of the magnitudes of inertial forces that are forming their processes of work. This work considers the inertial torques acting on the on a rotor of an electric railway carriage rounding a curve, which expresses the gyroscopic effects.

Keywords: gyroscope theory, inertial torques, spinning rotor

1. Введение

Большинство учебников по динамике машин и книг, посвященных теории гироскопов, содержат типичные примеры решения гироскопических эффектов [1-3]. Однако практика показывает, что известные математические модели действующих сил на вращающихся объектах не соответствуют их действительным силам и движениям [4, 8]. Недавние исследования в области физических принципов гироскопических движений представили новые математические модели сил, действующих на гироскоп [5-7]. Действие внешней нагрузки на вращающийся объект генерирует несколько инерционных сопротивлений и прецессионных моментов, основанных на действии вращающихся элементов массы вращающегося объекта. Крутящий момент сопротивления создается действием центробежных и Кориолисовых сил, элементов массы вращающегося объекта. Момент прецессии генерируется действием общих инерционных сил, элементов массы вращающегося объекта и изменением углового момента. Эти моменты сопротивления и прецессии действуют одновременно и взаимозависимо и строго перпендикулярны друг к другу вокруг их осей. Уравнения инерционных крутящих моментов, генерируемых вращающейся массой ротора, приведены в табл. 1, [5].1

| Тип генерируемого крутящего момента | Уравнение |
|--|---|
| Центробежные силы, $T_{ct.i}$ | $T_{ct.i} = T_{in.i} = 2\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 J\omega\omega_i$ |
| Общие инерционные силы, $T_{in.i}$ | |
| Кориолисовы силы, $T_{cr.i}$ | $T_{cr} = (8/9)J\omega\omega_i$ |
| Изменение углового момента, $T_{am.i}$ | $T_{am.i} = J\omega\omega_i$ |

| | |
|--|---|
| Момент сопротивления $T_{r,i} = T_{cl,i} + T_{cr,i}$ | $T_{r,i} = \left[2 \left(\frac{\pi}{3} \right)^2 + \frac{8}{9} \right] J \omega \omega_i$ |
| Прецессионный момент $T_{p,i} = T_{in,i} + T_{am,i}$ | $T_{p,i} = \left[2 \left(\frac{\pi}{3} \right)^2 + 1 \right] J \omega \omega_i$ |

Таблица 1. Уравнения инерционных моментов подвижного ротора.

Таблица 1 содержит следующие символы: $J = mR^2 / 2$ - момент инерции массы ротора вокруг вращающейся оси; m - масса ротора; R - внешний радиус ротора; ω_i - угловая скорость прецессии в неподвижном роторе вокруг оси i , а ω - угловая скорость ротора. В последующих анализах действий нескольких моментов и движений вокруг двух осей использована система знаков нижних индексов. Все компоненты уравнений отмечены знаками индекса, указывающими ось действия. Например, $T_{r,x}$ - крутящий момент сопротивления, действующий вокруг оси ox , ω_y - угловая скорость прецессии вокруг оси oy и т. д.

Другой тип вращающихся объектов как колеса, дисков и т. д. обладает гироскопическими свойствами. Электрическая железнодорожная каретка, движущаяся по кривой, рассматривается как плоское движение, и ее электрический ротор обладает присущими гироскопическим эффектам. В этой работе представлена математическая модель сил, действующих на подшипники ротора электрической железнодорожной каретки, движущейся по кривой.

2. Методы

Электрическая железнодорожная каретка, движущаяся по кривой и ее электродвигатель, нагружается инерционными силами, которые соответствуют гироскопическим эффектам. Криволинейное движение электродвигателя демонстрирует эффекты гироскопа подвижного ротора, которые представлены действием центробежных, общих инерционных и Кориолисовых сил и изменения скорости углового момента. Действие этих сил представляет дополнительную нагрузку на подшипники электрического ротора. Изучение действия инерционных сил на ротор предполагает, что электрическая железнодорожная каретка катится с постоянной угловой скоростью. На рисунке 1 показан вращающийся электрический ротор и нагрузки, создаваемые инерционными силами его массы и веса в системе координат Σ_{oxuz} .

Согласно новым математическим моделям для инерционных крутящих моментов, действующих на подвижный ротор (табл. 1), криволинейный поворот ротора создает несколько крутящих моментов, создаваемых массой ротора и весом. Действие этих нагрузок создает реактивные силы на подшипниках опор ротора. Инерционные моменты и другие нагрузки, действующие на подвижный ротор, представлены следующими компонентами:

- моменты сопротивления, основанные на действии центробежных сил $T_{cr,x}$ и Кориолисовых сил $T_{cr,x}$, действующих вокруг оси ox .
- моменты прецессии, основанные на действии изменения углового момента $T_{am,x}$ ротора и общих инерционных сил $T_{in,x}$, действующих вокруг оси oy .
- криволинейный поворот ротора на железной дороге создает центробежные силы, действующие на подшипники электрического ротора.
- вес ротора генерирует реактивные силы на опорах

На рисунке 1 показано действие инерционных крутящих моментов и вес подвижного ротора, который движется по криволинейной траектории.

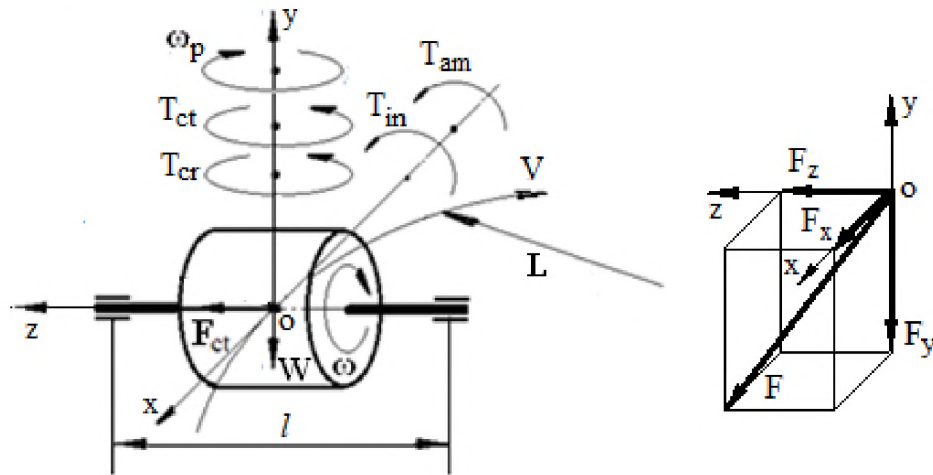


Рисунок 1. Вращающиеся моменты и силы, действующие на подвижный ротор транспортного устройства.

Поворот ротора вокруг оси oy создает моменты сопротивления и прецессии, действующие вокруг осей ox и oy соответственно. Эти моменты выражаются одним уравнением, но с собственными символами, представленными в таблице 1. Центробежная сила, генерируемая центральной массой ротора во время криволинейного движения транспортного устройства, определяется следующим уравнением:

$$F_{ct,mz} = F_z = mV^2/L = m\omega_p^2 L \quad (1)$$

где $F_{ct,mz}$ - центробежная сила, создаваемая массой центра ротора; m - масса ротора; V - тангенциальная скорость транспортного устройства; L - радиус транспортного устройства, катящейся по рельсовому пути; ω_p - угловая скорость транспортного устройства на криволинейной рельсовой дорожке.

Вес ротора создает силы нагрузки на опоры ротора, которые определяются следующим уравнением:

$$F_{Wy} = Wl/2 = mgl/2 \quad (2)$$

где F_{Wy} - сила нагрузки, создаваемая массой центра ротора, действующего на радиально-упорные подшипники; W - вес ротора; l - расстояние между подшипниками; m - масса центра ротора; g - ускорение силы тяжести.

Общие силы, действующие на подшипник ротора вдоль оси oy и ox , представлены следующими уравнениями:

$$F_y = \frac{T_{in} + T_{am}}{l} + F_w \quad (3)$$

$$F_x = \frac{T_{ct} + T_{cr}}{l} \quad (4)$$

где F_y и F_x - суммарная сила, действующая на подшипник ротора вдоль осей oy и ox соответственно.

Подставляя выражения инерционных моментов, порождаемых массой ротора, в уравнения (3) и (4), и преобразовывая, получаем следующие уравнения:

$$F_y = \frac{[(2/9)\pi^2 + 1]J\omega\omega_p}{l} + \frac{mg}{2} \quad (5)$$

$$F_x = \frac{\left(\frac{2}{9}\pi^2 + \frac{8}{9}\right)J\omega\omega_p}{l} = \frac{2(\pi^2 + 4)J\omega\omega_p}{9l} \quad (6)$$

Комбинированная нагрузка, действующая на самый нагруженный подшипник ротора, определяется следующим уравнением (рис. 1):

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = \sqrt{\left[\frac{2(\pi^2 + 4)J\omega\omega_p}{9l} \right]^2 + \left\{ \frac{[(2/9)\pi^2 + 1]J\omega\omega_p}{l} + \frac{mg}{2} \right\}^2 + (m\omega_p^2 L)^2} \quad (7)$$

все параметры определены выше.

Комбинированную нагрузку (уравнение (7)) следует использовать для определения соответствующего радиально-упорного подшипника подвижного ротора.

3. Рабочий пример

Электрическая каретка катится по криволинейной рельсовой дорожке с радиусом 300 м с линейной скоростью 90,0 км / ч. Двигатель, используемый для тяги, имеет ротор массой 600 кг и радиус вращения 300 мм. Вал двигателя параллелен осям ходовых колес транспортного устройства. Ротор поддерживается в подшипниках диаметром 750 мм симметрично и вращается в 160,0 рад / с (рис.1). Определите общую силу, создаваемую инерционными силами ротора, и его вес, действующий на самый нагруженный подшипник.

Для решения определяется следующее:

а) угловая скорость прецессии:

$$\omega_p = V / L = (90000/3600) / 300 = 0,083333 \text{ рад / с}$$

где V - линейная скорость транспортного устройства, L - радиус кривой рельса.

б) момент инерции массы ротора

$$J = mr^2 = 600 \times 0,32 = 54,0 \text{ кгм}^2$$

где m - масса электродвигателя ротора, r - радиус вращения.

в) угловая скорость ротора

$$\omega = 160,0 \text{ рад / с}$$

г) объединенная сила, действующая на подшипник, определяется заменой определенных выше параметров на уравнение (7)

$$F = \sqrt{\left[\frac{2(\pi^2 + 4)J\omega\omega_p}{9l} \right]^2 + \left\{ \frac{[(2/9)\pi^2 + 1]J\omega\omega_p}{l} + \frac{mg}{2} \right\}^2 + (m\omega_p^2 L)^2} =$$

$$\sqrt{\left[\frac{2(\pi^2 + 4) \times 54,0 \times 160,0 \times 0,083333}{9 \times 0,75} \right]^2 + \left[\frac{[(2/9)\pi^2 + 1] \times 54,0 \times 160,0 \times 0,083333}{0,75} + \frac{600 \times 9,81}{2} \right]^2 + (600 \times 0,083333^2 \times 300)^2} =$$

$$6813,171393 \text{ N}$$

Анализ полученного результата показывает, что инерционные силы, действующие на подшипник, почти в два раза больше, чем вес ротора.

Новый аналитический подход к инерционным силам, действующим на гироскопические устройства, позволяет разработать уравнения для крутящих моментов и движений любых вращающихся объектов, движущихся в пространстве. Математическая модель, полученная для суммарной силы, действующей на подшипник ротора

электродвигателя транспортного устройства, движущейся по криволинейной рельсовой дорожке, основана на действии центробежных сил, общих сил инерции и сил Кориолиса, а также изменении углового момента и весе ротора. Новый аналитический подход к задачам гироскопа демонстрирует и объясняет физические принципы действующих сил на вращающемся роторе. Математическая модель силы, действующей на подшипник ротора электродвигателя, подтверждает соответствие гироскопических эффектов. Эта модель должна использоваться для расчета нагрузки на подшипник ротора для подвижных электродвигателей и представляет собой хороший пример учебного процесса.

Вывод: В области публикаций гироскопических эффектов силы, действующие на вращающиеся объекты, являются одним из самых сложных и затруднительных в плане аналитических решений. Новые математические модели гироскопических крутящих моментов учитывают одновременное и взаимозависимое действие нескольких инерционных сил, создаваемых вращающимися элементами массы и массой центра вращающихся объектов. В качестве практического применения, эти новые физические принципы гироскопических эффектов были использованы для моделирования сил, действующих на подвижный ротор электродвигателя. Эта математическая модель отличается от таковой в общеизвестных публикациях, которые, как правило, имеют сложное численное моделирование, которое не интерпретирует происхождение гироскопических эффектов. Применение новых математических моделей для действующих сил на подвижном роторе эффективно и наглядно демонстрирует физические принципы нагрузок.

Литература

- [1] Aardema MD. *Analytical Dynamics. Theory and Application*. Academic/Plenum Publishers; New York; 2005.
- [2] Gregory DR. *Classical Mechanics*. Cambridge University Press. New York; 2006.
- [3] Hibbeler RC and Yap KB. *Mechanics for Engineers - Statics and Dynamics*. 13th ed. Prentice Hall. Pearson. Singapore; 2013.
- [4] Liang WC and Lee SC. Vorticity, gyroscopic precession, and spin-curvature force. *Physical Review D* 87, 044024, February 11; 2013, <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.87.044024>.
- [5] Usubamatov R. Analysis of Motions for Gyroscope with one Side Support. *Advances in*
- [6] Usubamatov R. Inertial Forces Acting on Gyroscope. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 32 (1); 2018; pp. 101-108.
- [7] Usubamatov R. A Mathematical Model for Motions of Gyroscope Suspended from Flexible Cord. *Cogent Engineering*, October; 2016; DOI: 10.1080/23311916.2016.1245901. Mechanical Engineering; 2018; (in process).
- [8] Zhang N, Ren YF and Li SK. Research on Testing Method of Dynamic Characteristic for MEMS-Gyroscope. *Advanced Materials Research*, 346; 2012; pp. 515- 520.