



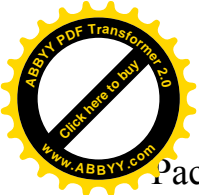
Министерство образования и науки Кыргызской Республики  
Кыргызский государственный технический университет  
им. И. Раззакова

Кафедра «Автоматизация и робототехника»

**«ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ»**

Методические указания «Разработка математической модели гидропривода с обратной гибкой связью», для выполнения практических и лабораторных работ для студентов специальности: 550202.01 «Автоматизация технологических процессов и производств»,  
553302. 01 «Мехатроника и робототехника»

Бишкек 2011



Рассмотрено

на заседании кафедры

«Автоматизация и робототехника»

Прот. № 11 от 25.05.2011г.



Рекомендовано

Методическим советом

ФТ и М

Прот. № 11 от 03.06.2011г.

УДК.: 681.5

Составители: МУСЛИМОВ А.П., АБДЫКЕРИМОВА Д.К.

Основы научных исследований: Методические указания к выполнению практических и лабораторных работ для студентов специальности 550202.01 «Автоматизация технологических процессов и производств», 553302.01 «Мехатроника и робототехника»/ Кыргыз. госуд. техн. ун-т. Сост. А.П. Муслимов, Д.К.Абдыкеримова. Бишкек, 2011. 17 с.

Методические указания «Разработка математической модели гидропривода с обратной гибкой связью» предназначены для выполнения практических и лабораторных работ по дисциплине «Основы научных исследований».

В данных методических указаниях на конкретном примере рассмотрены вопросы разработки автоматической системы с обратной связью и методика составления математических моделей элементов и систем и их анализ работы.

Ил. 9 Библиогр. 3 назв.

Оформитель: Д.К. Абдыкеримова

Рецензент канд. техн. наук, доцент Самсонов В.А.



## ВВЕДЕНИЕ

Существующие гидравлические приводы, применяемые для стабилизации и регулирования скоростей движения силовых органов, не отвечают тем требованиям, которые предъявляются к гидравлическим передачам, особенно при использовании их во внутренних кинематических цепях станков. Применение таких связей вместо механических позволило бы в значительной степени упростить конструкцию станка, повысить срок службы и снизить себестоимость его изготовления.

В данном методическом учебном пособии рассматриваются вопросы разработки гидравлического привода с регулированием режимов работы в зависимости от изменяющих внешних воздействий. Приведены результаты разработки способов автоматической стабилизации и регулирования скоростей движения исполнительных органов гидропривода металлообрабатывающих станков и другого оборудования, которые позволяют обеспечить оптимальное управление технологическими процессами в изменяющихся условиях работы.

### 1. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИДОПРИВОДА С ОБРАТНОЙ ГИБКОЙ СВЯЗЬЮ

#### 1.1. Описание гидравлической схемы

На рис.1 представлен привод, в котором регулирование скорости исполнительного органа происходит за счет приращения расхода. Вследствие разницы между задающим и потребляемым расходами возникает давление, оказывающее воздействие на регулирующий золотник. За счет этого меняется расход, поступающий в исполнительный орган.

От задающего насоса  $N_3$  масло, поступает в дроссель 1, а редукционный клапан Г57 обеспечивает на нем постоянный перепад давления ( $P=\text{const}$ ). Величину давления  $P$  задает дроссель 1. Затем жидкость поступает в регулирующий клапан 2, изменяя величину зазора  $h$ , изменение которой приводит к уменьшению или увеличению скорости поршня. Движение поршень получает от насоса постоянной производительности  $N_p$ .

При чистовой обработке краны 4, 10 закрыты, а краны 3, 13 и 7 открыты. Масло в цилиндр поступает через регулирующий клапан 2. Величина зазора  $h$  определяет скорость движения силовой цилиндра. Излишек масла через гидроканал 6 идет на слив. При увеличении внешних сил, действующих на шток поршня 5, давление в рабочей полости силового цилиндра также увеличивается, что ведет к возрастанию внутренних утечек и снижению скорости поршня силового цилиндра.

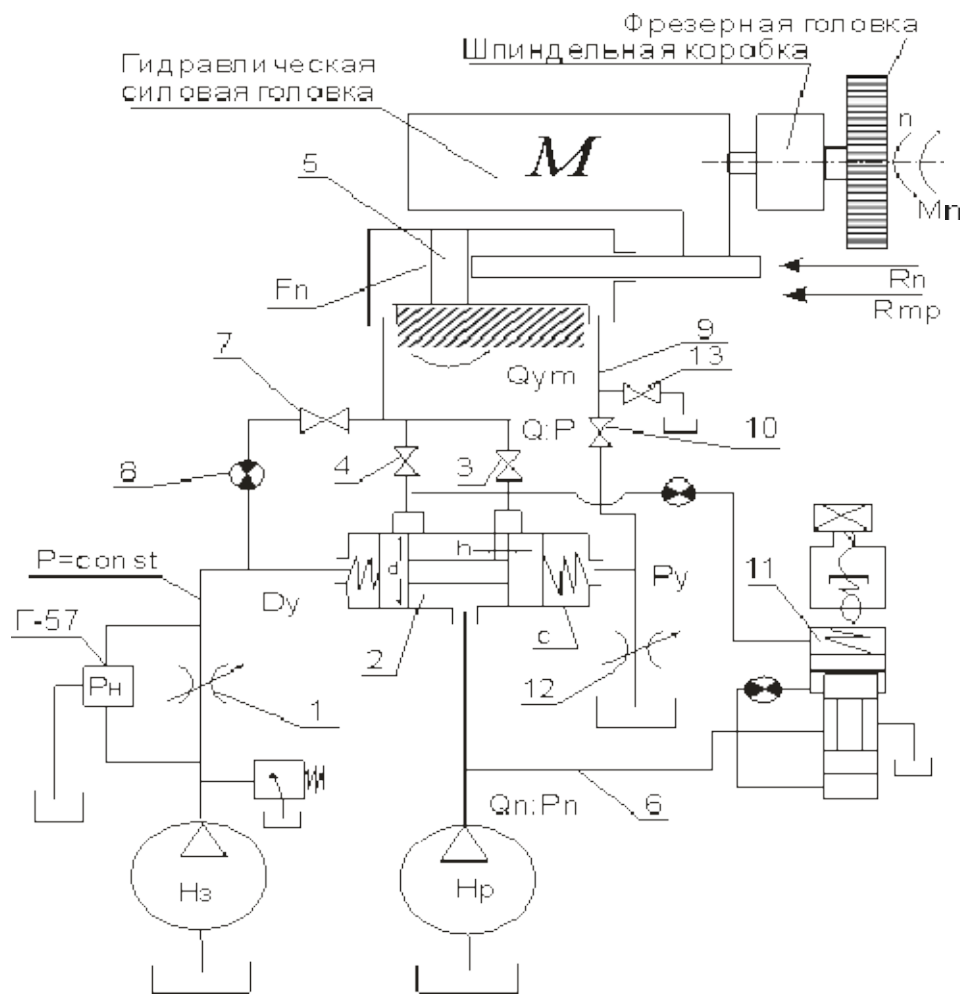
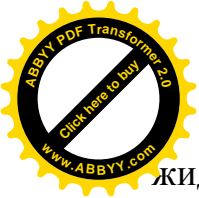


Рис. 1 Принципиальная схема силовой головки

Жидкость, проходя через кран 7 и демпфер 8, попадает в регулирующий клапан 2, оказывая дополнительное давление на поршень клапана. Таким образом, увеличивается величина зазора  $h$ , растет и расход, поступающий в силовой цилиндр, следовательно, увеличивается давление в его рабочей полости и скорость поршня восстанавливается до заданного значения. Утечки жидкости в гидроцилиндре через гидроканал 9 попадают обратно в бак, при этом кран 10 закрыт.

При черновой обработке регулирование происходит по той же схеме, что и при чистовой обработке за исключением того, что краны 3, 7 и 13 закрыты, а краны 4 и 10 открыты.

Описанный выше способ регулирования является регулированием на входе. Данная система позволяет также производить регулирование на выходе. Это происходит следующим образом. Жидкость, как и в предыдущем случае, поступает в гидроцилиндр от насоса постоянной производительности  $H_p$ , через регулирующий клапан 2. Кран 7 закрыт. Редукционный клапан 11 стабилизирует перепад давления на регулирующем клапане. При возрастании внешних воздействий на шток поршня возрастает и количество утечек в рабочей полости гидроцилиндра (между поршнем и стенками цилиндра). Затем



жидкость через гидроканал 9 и открытый кран 10 воздействует на регулирующий клапан 2 и поступает к дросселю 12. Дросселем 12 регулируется давление жидкости в клапане 2. Это приводит к изменению величины зазора  $h$ . за счет этого меняется расход, поступающий в исполнительный орган.

При чистовой обработке кран 4 закрыт, а кран 3 открыт. При черновой – кран 3 закрыт, а кран 4 находится в открытом положении.

## 2. УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ СИСТЕМЫ

В металлорежущих станках, предназначенных для обработки точных деталей, первостепенное значение имеет перемещение режущего инструмента или детали [1]. От конструкции и работы механизмов, осуществляющих эти перемещения, непосредственно зависит качество обработанной поверхности, точность и производительность работы станка.

Чем меньше подача при окончательной обработке, тем меньше шероховатость обработанной поверхности; величина скачков при врезной подаче сказывается на отклонении от правильной геометрической формы в поперечном сечении круглых деталей.

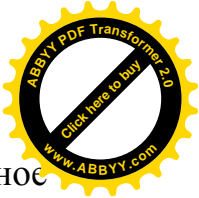
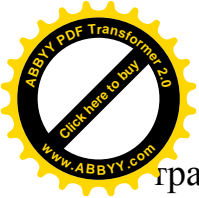
Трудность обеспечения плавности подачи обусловлена тем, что при определенных условиях движение каретки или другого элемента (узла) механизма подачи, носит скачкообразный характер.

Нестабильность скорости во время работы может оказать нежелательное влияние на качество обрабатываемой поверхности, что связано с потерей производительности и с необходимостью подрегулировки до заданной скорости подачи.

Представленная схема позволяет повысить производительность станка, увеличить трудовой ресурс инструмента за счет адаптивной оптимизации режимов резания, в частности, величины подачи. Схема позволяет также проводить обработку при широком диапазоне регулирования, а также при быстрой смене режимов резания, предохраняя при этом инструмент от поломок. Механизмы выравнивания давления позволяют стабилизировать скорость при обработке, что значительно сказывается на качестве деталей.

Следует отметить также, что схема предусматривает как черновой, так и чистовой режимы резания. Даже при быстром переходе от одного режима резания к другому и обратно, все перечисленные выше качества будут сохраняться за счет адаптивности гидравлической системы.

Данная гидросхема разработана применительно к гидравлическим силовым головкам. Такие силовые головки целесообразно применять на агрегатных станках и на автоматических линиях. Эта схема также может найти применение в бурильных установках, в тракторостроении, в дорожно-



транспортных машинах, т.е. там, где требуется точное, стабильное перемещение инструмента или механизма.

## 2.1. Динамика гидропривода с обратной гидравлической связью

Схема гидропривода с обратной гидравлической связью и ее принцип действия была приведена выше, в п. 1.1.

Для того чтобы вывести общее дифференциальное уравнение, описывающее динамические процессы, происходящие при работе такого гидропривода, целесообразно составить уравнения по элементам системы [9].

### 2.1.1. Динамика силового цилиндра

При выводе уравнения динамики силового цилиндра примем следующий учет и пренебрежение факторами, имеющими место в процессе:

- 1) примем расчетную схему и обозначения, представленные на рис. 2;
- 2) учитываем силы инерции, трения, утечки и сжимаемость рабочей жидкости;
- 3) считаем, что массы движущихся частей и геометрические размеры силового цилиндра постоянны;
- 4) пренебрегаем изменением вязкости рабочей жидкости, считая, что ее температура изменяется в небольшом диапазоне.

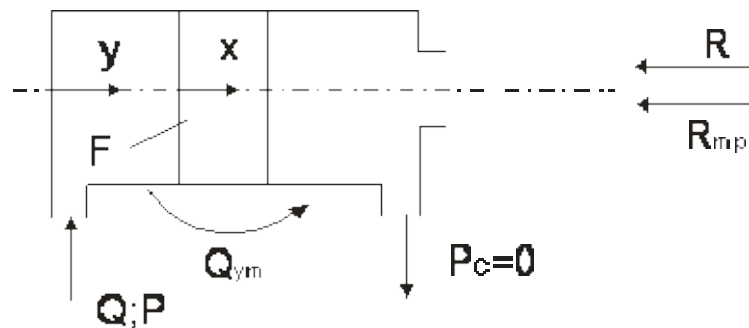


Рис. 2. Расчетная схема силового цилиндра.

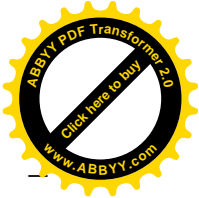
Уравнение равновесия всех сил, действующих на поршень и составленное в соответствии с принципом Д\*Аламбера:

$$P \cdot F = M \frac{d^2 x}{dt^2} + R + R_{тр} \quad (1)$$

где  $R$  и  $R_{тр}$  активные силы: полезная нагрузка и сила трения;  $M$  – масса движущихся частей;  $x$  – перемещения поршня.

Уравнение связи рабочей жидкости и поршня:

$$P \cdot F = K_{ж} (y - x), \quad (2)$$



где  $K_{ж}$  – коэффициент жесткости гидравлической жидкости;  $y$  – координата рабочей жидкости.

Уравнение, выражающее принцип неразрывности потока рабочей жидкости:

$$Q = F \frac{dx}{dt} + F \frac{d(y-x)}{dt} + K_{ут} P \quad (3)$$

где  $K_{ут}$  – коэффициент утечек жидкости в силовом цилиндре.

Решая совместно систему уравнений (1); (2); (3) и после преобразований, получим:

$$\frac{\dot{I}}{\hat{E}_e} \cdot \frac{d^3 x}{dt^3} + \frac{\hat{E}_{\dot{o}o} \dot{I}}{F^2} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + \frac{\hat{E}_{\dot{o}o} (R + R_{\dot{o}o})}{F^2} = \frac{Q}{F} \quad (4)$$

При этом считаем, что  $R$  и  $R_{тр}$  постоянны, тогда:

$$\frac{d(R + R_{тр})}{dt} = 0$$

Уравнение (4) является общим дифференциальным уравнением динамики силового цилиндра.

Введем обозначения:  $T = \sqrt{\frac{M}{K_{ж}}}$ ;  $\xi = \frac{K_{ум} \sqrt{MK_{ж}}}{2F^2}$ ,  $\alpha_0 = \frac{R + R_{тр}}{M}$ ,

$$V_0 = \frac{Q}{F}, \quad V = \frac{dx}{dt}, \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4) получим уравнение в форме, принятой в теории автоматического управления:

$$T_1^2 \frac{d^2 V}{dt^2} + 2\xi_1 T_1 \frac{dV}{dt} + V + 2\xi_1 T_1 \alpha_0 = V_0, \quad (6)$$

где  $T_1$  – постоянная времени, характеризующая инерционность системы;

$\xi_1$  – коэффициент относительного демпфирования;  $\alpha_0$  – отношение сил к массе движущих частей;  $v_0$  – скорость установившегося движения поршня.

Общее решение дифференциального уравнения (6) определяется путем составления характеристического уравнения и определения его корней:

$$T_1^2 K^2 + 2\xi_1 T_1 K + 1 = 0; \quad K_{1,2} = -\frac{\xi_1}{T_1} \pm \frac{1}{T_1} \sqrt{\xi_1^2 - 1}$$

Если  $\xi_1^2 \geq 1$ , т.е.  $K_y^2 + K_{ж} > \frac{2F^2}{M}$ , то:



$$V=c_1e^{k_1t}+c_2e^{k_2t}+V_0-2\xi_1T_1\alpha_0. \quad (7)$$

Постоянные интегрирования определяются из начальных условий:

$$t = 0; V = 0; \quad \frac{dV}{dt} = 0,$$

$$c_2 = -K_1 \frac{V_0 - 2\xi_1T_1\alpha_0}{K_1 - K_2}, \quad c_1 = -K_2 \frac{V_0 - 2\xi_1T_1\alpha_0}{K_1 - K_2} \quad (8)$$

Если  $\xi_1^2 < 1$ , то введем обозначения:  $\omega = \frac{1}{T_1} \sqrt{1 - \xi_1^2}$ ,  $K_{1,2} = -\frac{\xi_1}{T_1} \pm j\omega$ ,

Тогда решение уравнения (6) будет:

$$V = e^{-\frac{\xi_1 t}{T_1}} (c'_1 \cos \omega t + c'_2 \sin \omega t) + V_0 - 2\xi_1T_1\alpha_0. \quad (9)$$

$$\text{При } t = 0; V = 0; \quad \frac{dV}{dt} = 0,$$

$$C_1 = - (V_0 - 2\xi_1T_1\alpha_0), \quad c_2 = -\frac{\xi_1}{T_1\omega} (V_0 - 2\xi_1T_1\alpha_0),$$

$$V = (V_0 - 2\xi_1T_1\alpha_0) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\xi_1 t}{T_1}} \left( \cos \omega t + \frac{\xi_1}{T_1\omega} \sin \omega t \right) \right). \quad (10)$$

Характер изменения выходной величины (скорости подачи) зависит от многих величин, но самое существенное влияние на нее оказывает изменение массы движущихся частей. Так при увеличении массы движущихся частей от 0 до 100 кг звено является колебательным (рис.3), а от 100 кг и выше оба корня характеристического уравнения (4) являются вещественными и отрицательными, т.е. звено становится аperiodическим (рис.4).

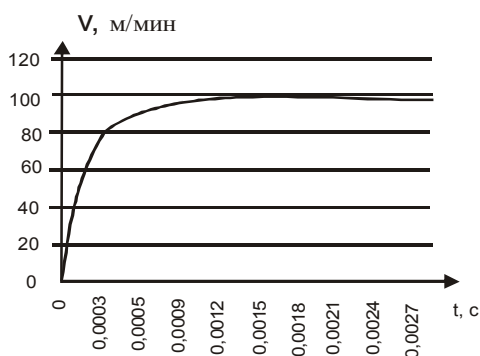


Рис. 4 График разгона и торможения силового цилиндра при резкой, мгновенной подаче расхода в силовой цилиндр при массе движущихся частей 100 кг.

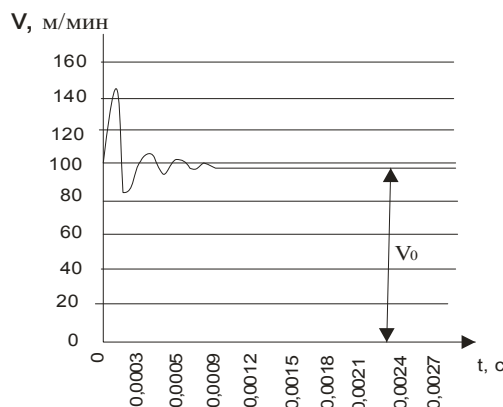


Рис. 3 График разгона и торможения силового цилиндра при резкой, мгновенной подаче расхода в силовой цилиндр (t разгона = 0,0023 с).





### 2.1.2. Динамика регулирующего клапана

Расчетная схема регулирующего клапана представлена на рис. 5.

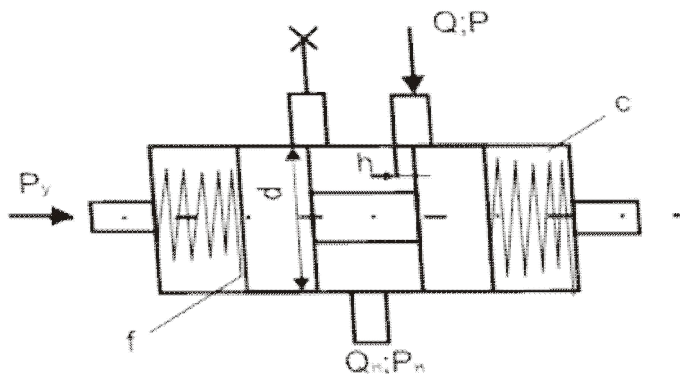


Рис.5 Расчетная схема

Дифференциальное уравнение движения золотника регулирующего клапана, имеет вид:

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} + v \frac{dh}{dt} + (K_r + c)h = P_y f, \quad (11)$$

где  $m$  – масса золотника;  $K_r$  – коэффициент пропорциональности гидродинамической силы;  $v$  – коэффициент вязкого трения, зависящий, в основном, от сорта масла;  $f$  – площадь торца клапана;  $P_y$  – давление, действующее на поршень регулирующего клапана равно,  $f$  – площадь торца, клапана,  $c$  – коэффициент жесткости пружины.

$$P_p = \frac{4(R_{\text{од}} - R)}{\pi D^2} \quad (12)$$

Введем обозначения:

$$T_2 = \sqrt{\frac{m}{K_r + c}}; \quad \xi_2 = \frac{v}{\sqrt{m(K_r + c)}}; \quad K_2 = \frac{f}{K_r + c}.$$

Тогда уравнение (11) примет вид:

$$T_2^2 \frac{d^2 h}{dt^2} + 2\xi_2 T_2 \frac{dh}{dt} + h = P_y K_2, \quad (13)$$

Решение уравнения (13) при начальных условиях:

$$t = 0; \quad V = 0; \quad \frac{dV}{dt} = 0,$$

Характеристическое уравнение представляется в виде:



$$T_2^2 K^2 + 2 T_2 \xi_2 K + 1 = 0 ; \quad K_{1,2} = - \frac{\xi_2}{T_2} \pm \frac{1}{T_2} \sqrt{\xi_2^2 - 1}$$

Для случая:  $\xi_2^2 < 1$ ;  $\omega = \frac{1}{T_2} \sqrt{1 - \xi_2^2}$ ;  $K_{1,2} = - \frac{\xi_2}{T_2} \pm j\omega$ ;

$$h = e^{\frac{\beta \xi_2 t}{T_2}} (c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t) + P_y K_2, \quad (14)$$

где  $c_1 = - P_y K_2$ ;  $c_2 = - \frac{\xi_2 P_y K_2}{T_2 \omega}$ ,

Следовательно,  $h = P_y K_2 \cdot \left[ 1 - e^{\frac{\xi_2 t}{T_2}} \left( c_1 \cos \omega t + \frac{\xi_2}{T_2 \omega} \sin \omega t \right) \right]$  (15)

График стабилизации величины отклонения рабочей щели при изменении давления в силовом цилиндре показан на рис. 6.

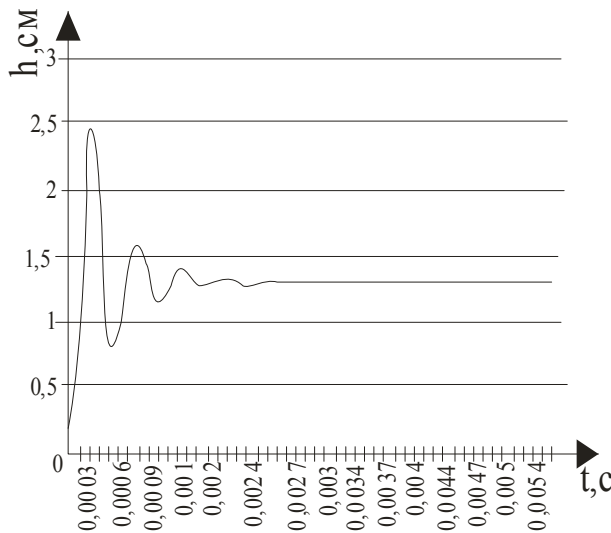


Рис. 6 График стабилизации величины открытия рабочей щели регулирующего клапана при изменении давления в силовом цилиндре :  $t = 0,0048$  с;  $m = 1,3079$  см.

### 2.1.3. Структурна схема гидропривода с обратной гидравлической связью

Выведенные выше дифференциальные уравнения основных элементов гидропривода позволяют приступить к построению структурной схемы гидропривода. Определяются передаточные функции элементов, входящих в структурную схему, затем определяются передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем [2,3].

На (рис.7) представлена структурная схема гидропривода с обратной гидравлической связью.

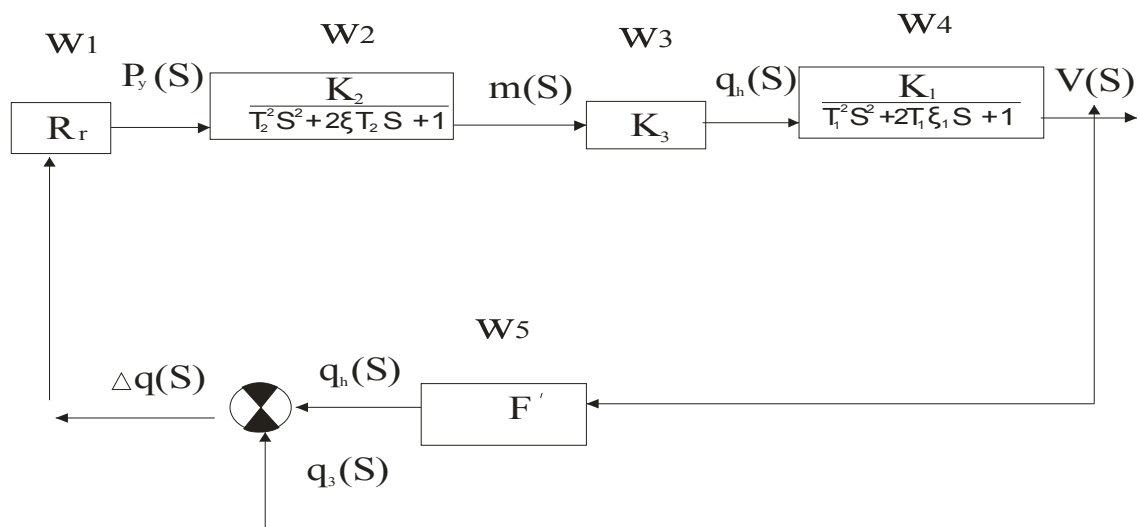


Рис. 7 Структурная схема гидропривода с обратной гидравлической связью

### Определяем передаточную функции $W_1$ .

Звено, описанное передаточной функцией  $W_1$  является пропорциональным. Выходная величина  $P_y = R_r \Delta q$  или  $P_y = W_1 \Delta q$ ,

где  $R_r$  - гидравлическое сопротивление управляющего клапана:

$$R_r = \lambda \frac{l}{d_T} \frac{U^2}{2} p + \frac{\xi p U^2}{8}, \quad (16)$$

где  $\lambda$ - коэффициент трения жидкости о стенки трубопровода;  $p$  – плотность жидкости;  $\xi$ - коэффициент местных сопротивлений;  $l, d_T$ - длина и диаметр трубопровода;  $U$  - скорость жидкости в трубопроводе.

$$U = \frac{4\Delta q}{\pi d_T^2}.$$

Первый член уравнения выражает сопротивление в канале управления при  $l/d_T < 100$  и им можно пренебречь.

Второй член – величина (на три – четыре порядка больше первого) служит для определения сопротивлений рабочей жидкости со стороны местных сопротивлений. С его помощью представляется возможным регулировать давление на регулирующем клапане посредством установки в трубопроводе местного сопротивления.

Таким образом, формула (16) упрощается:

$$R_r = \frac{\xi p U^2}{8}, \quad (17)$$

Линеаризируем  $\Delta q^2$  путем разложения ее на ряд Тейлора, так как отклонения значения расхода  $\Delta q$  от рабочего значения будет:



$$\Delta q^2 = \Delta q^2_0 + 2\Delta q(\Delta q - \Delta q_0) = -\Delta q^2_0 + 2\Delta q_0 \Delta q \quad (18)$$

Отбросив первый член в формуле (18) на основании приведенных выше замечаний, получим:

$$W_1(S) = R_r = \frac{\xi p \Delta q_0}{4} d, \quad (19)$$

где  $d = \frac{16}{\pi^2 d_T^4}$ .

**Передаточная функция второго звена  $W_2$**  определяется из дифференциального уравнения (14) при нулевых начальных условиях:

$$W_2(S) = \frac{h(S)}{P_y(S)} = \frac{K_2}{T_2^2 S^2 + 2\xi_2 T_2 S + 1} \quad (20)$$

где  $K_2 = \frac{fa}{c}$ .  $\alpha$ - коэффициент, выражающий, что часть усилий от приложенного давления оказывает непосредственное влияние на смещение регулирующего клапана от начального положения на величину  $m$ . Остальная часть усилия уравновешивается со стороны предварительно поджатой пружины.

Определим переходную функцию регулирующего клапана при внешнем воздействии  $P_y(t) = 1(t)$ , и его изображение будет  $P_y(S) = \frac{1}{S}$ , тогда:

$$h(S) = \frac{K_2 P_y(S)}{T_2^2 S^2 + 2\xi_2 T_2 S + 1} = \frac{K_2}{S(T_2^2 S^2 + 2T_2 \xi_2 S + 1)} \quad (21)$$

Корни характеристического дифференциального уравнения регулирующего клапана определяется как:

$$T_2^2 S^2 + 2\xi_2 T_2 S + 1 = 0, \quad S_1 = -\alpha + j\omega_c; \quad S_2 = -\alpha - j\omega_c$$

При условии  $2\xi_2 T_2 < T_2^2$ ,  $\alpha = \frac{\xi_2}{T_2}$ ;  $\omega_c = \frac{1}{T_2} \sqrt{1 - \xi_2^2}$ .

При ненулевых и некратных корнях, и можно использовать функцию Хэвисайда:

$$h(t) = \frac{m(0)}{D(0)} + \sum_{k=1}^2 \frac{m(S_k)}{S_k D(S_k)} \cdot e^{S_k t}, \quad (22)$$

где  $S_k$ - корни характеристического уравнения

$$m(0) = K_2; \quad M(S_k) = K_2; \quad D(0) = 1; \\ D(S) = 2T_2^2 S^2 + 2\xi_2 T_2; \quad D(S_1) = 2T_2^2 j\omega_c; \quad D(S_2) = -2T_2^2 j\omega_c.$$



Поэтому переходная функция будет:

$$h(t) = K_2 + \frac{K_2 e^{(-\alpha + j\omega_c)t}}{2(-\alpha + j\omega_c)T_2 j\omega_c} + \frac{K_1 e^{(-\alpha - j\omega_c)t}}{2(-\alpha - j\omega_c)(T_2^2 j\omega_c)} \quad (23)$$

Вторая и третья составляющие переходной функции (23) являются комплексно – сопряженными выражениями, сумма которых равна удвоенной вещественной части одного из них:

$$2R_e \frac{K_2 e^{(-\alpha + j\omega_c)t}}{2(-\alpha + j\omega_c)T_2 j\omega_c} = -K_2 e^{\alpha t} \left( \cos \omega_c t + \frac{\alpha}{\omega_c} \sin \omega_c t \right) \quad (24)$$

С учетом выражения (24) переходная функция (23) принимает следующий вид:

$$h(t) = K_2 \left( 1 - e^{-\alpha t} \left( \cos \omega_c t + \frac{\alpha}{\omega_c} \sin \omega_c t \right) \right) \quad (25)$$

Функцию (25) можно представить и в другой форме. Для этого умножим и разделим выражение, содержащее тригонометрические функции на  $\sin \varphi_1$ , где  $\varphi = \arctg \omega_c(\alpha)$ .

И применив формулу синуса суммы двух углов, получим:

$$h(t) = K_2 (1 - A e^{-\alpha t} \sin(\omega_c t + \varphi)), \quad (26)$$

где  $A = \frac{1}{\sin \varphi} \sqrt{1 + \left( \frac{\alpha}{\omega_c} \right)^2}$

Интенсивность затухания колебаний оценивается отношением амплитуд  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в момент времени, отличающимся на период колебания  $\frac{2\pi}{\omega_c}$ .

По формуле (26) находим, что:

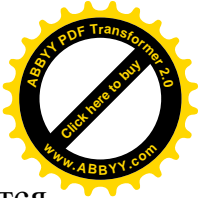
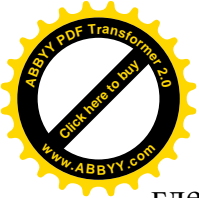
$$\delta = \ln \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \alpha \frac{2\pi}{\omega_c}$$

где  $\delta$  – логарифмический декремент затухания колебания.

### Передаточная функция третьего звена – $W_3(S)$ .

Входным параметром для третьего звена является величина открытия рабочей щели регулирующего клапана, а выходным параметром – расход, поступающий в силовой цилиндр:

$$W_3(S) \frac{Q(S)}{h(S)} = K_3 \quad (27)$$



где  $K_3 = \mu \pi d \sqrt{\frac{2g}{y}} \Delta p$ ;  $\Delta p$  - перепад давления на регулирующем клапане является постоянным, т.к. параллельно ему подключен редукционный клапан. Следовательно, применение дросселя с регулятором к регулирующему клапану позволяет считать, что  $K_3 = \text{const}$ .

### Передаточная функция четвертого звена (силовой цилиндр) – $W_4$ .

Входным параметром для данного звена является расход, поступающий в силовой цилиндр, а выходным скорость движения силового цилиндра. Эти два параметра при установившемся режиме связаны следующей зависимостью:

$$V = \frac{Q}{F},$$

тогда  $K_1 = \frac{1}{F}$  следовательно, передаточная функция будет иметь вид:

$$W_4(S) = \frac{V(S)}{Q(S)} = \frac{K_1}{T_1^2 S^2 + 2T_1 \xi_1 S + 1} \quad (28)$$

Откуда имеем:

$$V(S) = \frac{K_1}{S(T_1^2 S^2 + 2T_1 \xi_1 S + 1)}. \quad (29)$$

Корни характеристического уравнения:  $T_1^2 S^2 + 2T_1 \xi_1 S + 1 = 0$ ; будут  $S_1 = -d_1 + j\omega_c$ ;  $S_2 = -d_1 - j\omega_c$

где  $d_1 = \frac{\xi_1}{T_1}$ ;  $\omega_c = \frac{1}{T_1} \sqrt{1 - \xi_1^2}$ . (30)

При нулевых и некратных корнях  $S_1$  и  $S_2$  можно также воспользоваться формулой Хэвисайда:

$$h(t) = \frac{m(0)}{D(0)} + \sum_{K=1}^2 \frac{m(S_K)}{S_K D'(S_K)} e^{S_K t}$$

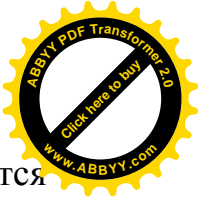
где  $S_K$ - корни характеристического уравнения

$$D(S_K) = \frac{\partial D}{\partial S} \Big|_{S=S_K}; \quad m_4(0) = K; \quad m_4(S_K) = K_1; \quad D(0) = 1;$$

$$D(S) = 2T_1 S^2 + 2\xi_1 T_1 S + 1; \quad D(S_1) = 2T_1^2 S_1 + 2\xi_1 T_1 + 2T_1^2 j\omega_{c1}; \quad D(S_2) = -2T_1 j\omega_c.$$

Тогда получим:

$$V(t) = K_1 + \frac{K_1 e^{(-\alpha_1 + j\omega_{c1})t}}{2(-\alpha_1 + j\omega_{c1})(T_1^2 j\omega_{c1})} + \frac{K_1 e^{(-\alpha_1 - j\omega_{c1})t}}{2(-\alpha_1 - j\omega_{c1})(T_1^2 j\omega_{c1})} \quad (31)$$



Вторая и третья составляющие переходной функции (31) являются комплексно – сопряженными выражениями, сумма которых равна удвоенной вещественной части одной из них:

$$2R_e \frac{K_1 e^{(-\alpha + j\omega_c)t}}{2(-\alpha_1 + j\omega_{c1})T_1^2 j\omega_{c1}} = \frac{K_1 e^{-\alpha_1 t}}{T_1^2 \omega_{c1} (\alpha_1^2 + \omega_{c1}^2)} \bullet$$

$$(\omega_{c1} \cos \omega_{c1} t + \alpha_1 \sin \omega_{c1} t) = -K_1 e^{-\alpha_1 t} \left( \cos \omega_{c1} t + \frac{\alpha_1}{\omega_{c1}} \sin \omega_{c1} t \right)$$
(32)

С учетом выражения (32) переходная функция (31) примет следующий вид:

$$V(t) = K_1 \left( 1 - e^{-\alpha t} \left( \cos \omega_{c1} t + \frac{\alpha_1}{\omega_{c1}} \sin \omega_{c1} t \right) \right)$$
(33)

Представим функцию (33) в другом виде. Для этого умножим и разделим выражение, имеющее тригонометрические функции на  $\sin \varphi$  где

$$\varphi = \arctg \omega_{c1}(\alpha_1) .$$

Применив формулу синуса суммы двух углов, получим:

$$V(t) = K_1 (1 - A e^{-\alpha t} \sin(\omega_{c1} t + \varphi))$$
(34)

где  $A = \frac{1}{\sin \varphi} = \sqrt{1 + \left( \frac{\alpha_1}{\omega_{c1}} \right)^2} .$

Интенсивность затухания колебаний оценивается отношением амплитуд  $a_1$  и  $a_2$  момент времени, отличающимся на период колебания.

Декремент затухания колебаний:

$$\delta = \ln \frac{a_1}{a_2} = \alpha_1 \frac{2\pi}{\omega_{c1}} .$$

Передаточная функция пятого звена, выполняющего роль измерительного устройства (сам цилиндр), будет:

$$W_5(S) = \frac{q_n(S)}{V(c)} = K_5$$
(35)

где  $q_n(S)$  - потребляемый расход в изображениях Лапласа:  $K_5 = F$ .

Сумматор представляет собой участок трубопровода в управляющем канале между регулирующим клапаном и задающим устройством (рис.8).

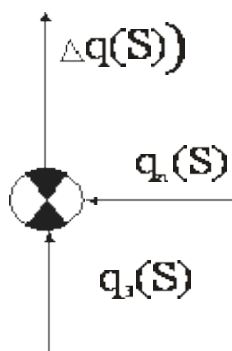


Рис. 8 Схема сумматора

### 3. РАСЧЕТ ГИДРОПРИВОДА С ОБРАТНОЙ ГИДРАВЛИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ

Вся гидросистема собирается из стандартной гидроаппаратуры, за исключением регулирующего клапана, который конструируется после определения оптимальных размеров и параметров на основании результатов динамических исследований.

Исследование работы гидросистемы будет проводиться при следующих значениях масс подвижных элементов, приложенных к штоку силового цилиндра  $M_1 = 200$  кг и  $M_2 = 1000$  кг. Тогда по формулам (5) вычисляем значения коэффициентов относительного демпфирования, которым соответственно будут равны:

$$\xi_{11} = 1,603; T_{11} = 3,162 \cdot 10^{-4} \text{ с}; \quad \xi_{12} = 3,565; T_{12} = 7,071 \cdot 10^{-4} \text{ с};$$

Определение коэффициентов относительного демпфирования  $\xi_2$  и постоянного времени  $T_2$  регулирующего клапана произведем с точки зрения наименьшей длительности переходного процесса.

Переходный процесс в регулирующем клапане определяется по формуле (25), приняв  $K_2 = 1$  для различных значений  $\xi_2$  и  $T_2$ . Определение длительности переходного процесса произведено с помощью компьютера. По этим данным построены следующие графики (рис.9) выражающие зависимость времени переходного процесса  $t_{пк}$  от  $\xi_2$  и  $T_2$ .

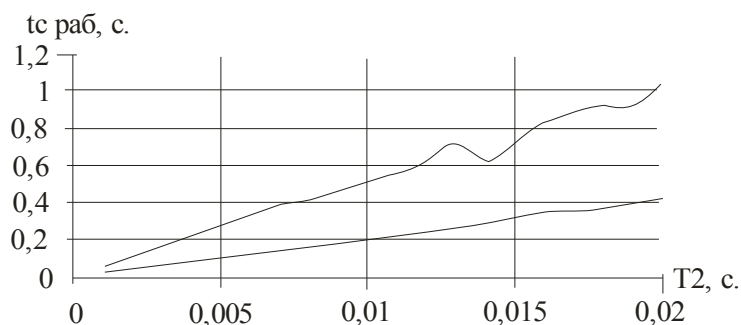


Рис. 9 График зависимости времени переходного процесса от  $T_2$  при различных  $\xi_2$





Как видно из графиков, наименьшее время срабатывания регулирующего клапана равно 0,02 с при,  $T_2 = 0,001$  с и  $\xi = 0,8$ .

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:**

1. Муслимов А.П. Расчет и конструирование гидравлических систем станков: - Фрунзе, 1985. – 31 с.
2. Муслимов А.П., Бектибай Б. Разработка и исследование системы гидроавтоматики универсальной силовой головки. – Бишкек // Вестник МУК, №1 (9), 2000.
3. Муслимов А.П., Нифадьев В.И. П.И. Пахомов. Автоматические системы управления режимами работ гидропривода машин. Учебное пособие. – Бишкек // Тип. КРСУ, 2009.