

**Выводы.** Таким образом, классическими формулами были определены компоненты напряжений. Для установления достоверности выполнены тестовые задачи. Автором предлагаются примеры для разных регионов республики.

#### Список литературы

1. Абдылдаев Э.К. Напряженно – деформированное состояние массива горных пород вблизи выработок. Фрунзе: Илим, 1990 – 164 с.
2. Айтматов И.Т., Жумабаев Б., Исаева Г.С. Прогноз проявлений горного давления при разработке месторождений комбинированным способом. Проблемы горного давления на больших глубинах при ведении подземных и открытых работ. – Кривой Рог: НИГРИ, 1990. – С.42.
3. Айтматов И.Т., Жумабаев Б., Исаева Г.С. Методика расчета на сейсмичность устойчивости массивов пород бортов карьера и склонов прилегающих гор. Матер. международной конференции «Проблемы механики и технологии». Бишкек: БПИ, 1994. - С171.
4. Айтматов И.Т., Карагулов Н.К. Исследование распределения напряжений в горных склонах методом фотоупругости \ Напряженно – деформированное состояние горных пород при добыче полезных ископаемых и гидротехническом строительстве. Фрунзе, 1973. С.34 – 55.
5. Кутуев М.Д., Укуев Б.Т и др. Информационные технологии в строительстве, механике-Б: Авангард, 2007.-295с.
6. Кутуев М.Д., Укуев Б.Т. Строительная механика. - Б.: Авангард, 2008.-270с.

#### References

1. Abdylidaev E.K. Napryazhenno - strain state of the rocks near the mines. Frunze: Ilim, 1990 - 164 p.
2. Aitmatov IT Zhumabaev B Isayev GS Forecast manifestations of rock pressure field development in a combined way. Problems rock pressure at great depths in underground and open and public works. - Krivoy Rog: Nigro, 1990. - P.42.
3. Aitmatov I.T. Zhumabaev B Isayev GS The technique is based on seismic stability of rock massifs pit walls and slopes of the surrounding mountains. Mater. International Conference "Problems of Mechanics and technology." Bishkek: BPI, 1994. - S171.
4. Aitmatov IT, Karagulov N.K. Issledovanie stress distribution in the mountain slopes by photoelasticity \ stress - strain state of rocks in mining and hydraulic engineering. Frunze, 1973. P.34 - 55.
5. Kutuev MD, Ukuev B.T and others. Information technology in construction, mechanics-B: Vanguard, 2007. 295s.
6. Kutuev MD, BT Ukuev Construction mechanics, B.: Vanguard, 2008. -270C.

УДК: 514.763.53:519.633.2:539.378

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЯДА ТЕЙЛОРА ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ

**Искендер Козубай**, Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова, Бишкек, Кыргызская Республика, [iskan-7@mail.ru](mailto:iskan-7@mail.ru)

В данной статье приводятся результаты численных экспериментов по моделированию перемещений упругих тел на основе тензора Коши. Рассматриваются пластины (плиты). Находятся экстремальные точки перемещения с использованием ряда Тейлора. Приводятся математические модели процесса деформирования элементов конструкций, алгоритмы и примеры расчёта в MATLAB.

**Ключевые слова:** тензор Коши, тензор вращения, перемещение, деформированное состояние, кручение

### USING THE TAYLOR SERIES FOR FINDING EXTREME VALUES OF DISPLACEMENT DESIGNS

**Iskender Kozubai**, Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, Bishkek

This article presents the results of numerical experiments on modeling movements of elastic bodies on the basis of the Cauchy tensor. Considered plates (plates). Are the extreme points of motion using the Taylor series. Mathematical models of the deformation process of structural elements, and examples of calculation algorithms in MATLAB.

**Keywords:** Cauchy tensor, the tensor of rotation, displacement, strain state, torsion

**Введение**

Рассмотрим пример в декартовой системе координат, оси которой обозначим через  $x_1, x_2, x_3$ , деформированное тело занимает область  $V$ .

$$2 \leq x_1 \leq 4, \pi/6 \leq x_2 \leq \pi/3, 2\pi/3 \leq x_3 \leq 5\pi/6 \tag{1}$$

Пусть известен только тензор Коши

$$\epsilon_{ij} = c \begin{pmatrix} \sin x_2 \cos x_3 & \frac{1}{2}(\sin x_2 \sin x_3 + x_1 \cos x_2 \cos x_3) & \frac{1}{2}(\cos x_2 - x_1 \sin x_2 \sin x_3) \\ \frac{1}{2}(\sin x_2 \sin x_3 + x_1 \cos x_2 \cos x_3) & x_1 \cos x_2 \sin x_3 & \frac{1}{2} x_1 \sin x_2 (\cos x_3 - 1) \\ \frac{1}{2}(\cos x_2 - x_1 \sin x_2 \sin x_3) & \frac{1}{2} x_1 \sin x_2 (\cos x_3 - 1) & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Как доказано в работе [1], этот тензор в полной мере характеризует деформированное состояние. Его компоненты достаточны для определения поля перемещения. Перемещение находим в виде

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_2, x_3) &= u_1(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \omega_{12}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_2 - x_2^0) + \\ &\quad + \omega_{13}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_3 - x_3^0) + c x_1 \sin x_2 \cos x_3 \\ u_2(x_1, x_2, x_3) &= u_2(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \omega_{21}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_1 - x_1^0) + \\ &\quad + \omega_{23}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_3 - x_3^0) + c x_1 \sin x_2 \sin x_3 \\ u_3(x_1, x_2, x_3) &= u_3(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \omega_{31}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_1 - x_1^0) + \\ &\quad + \omega_{32}(x_1^0, x_2^0, x_3^0) (x_2 - x_2^0) + c x_1 \cos x_2, \end{aligned} \tag{3}$$

где  $x_1^0, x_2^0, x_3^0$  координаты начальной точки линии интегрирования. В качестве  $x_1^0, x_2^0, x_3^0$  можно использовать координаты любой точки области  $V$ ,  $u_1(x_1^0, x_2^0, x_3^0), u_2(x_1^0, x_2^0, x_3^0), u_3(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$  - постоянные интегрирования, соответствующие параллельному переносу тела.

**Аппроксимация производных**

**Аппроксимация первой производной  $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$  функции  $\Phi$  при  $x=x_1$**

Разлагаем  $\Phi_2 = \Phi(x_2) = \Phi(x_1 + \Delta x)$  и  $\Phi_3 = \Phi(r_3) = \Phi(r_1 + \Delta r_2) = \Phi(r_1 + a \Delta r_1)$  в ряд Тейлора около точки  $r = r_1$  и ограничиваемся третьими членами разложения

(где  $\Delta r_1 = r_2 - r_1, \Delta r_2 = r_3 - r_1 = a \Delta r_1$ ):

$$\Phi_2 = \Phi(r_1 + \Delta r_1) \approx \Phi(r_1) + \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \cdot \Delta r_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \Big|_{r=r_1} \cdot (\Delta r_1)^2, \tag{4}$$

$$\Phi_3 = \Phi(r_1 + a \Delta r_1) \approx \Phi(r_1) + \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \cdot a \Delta r_1 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \Big|_{r=r_1} \cdot a^2 (\Delta r_1)^2. \tag{5}$$

Умножаем первое из этих уравнений на  $-a^2$  и складываем со вторым:

$$-a^2 \Phi_2 + \Phi_3 \approx (1 - a^2) \Phi_1 + \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \cdot (a - a^2) \Delta r_1, \tag{6}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \approx \frac{a^2 \Phi_2 - \Phi_3 - (a^2 - 1) \Phi_1}{(a^2 - a) \Delta r_1}. \tag{7}$$

**Аппроксимация первой производной  $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$  функции  $\Phi$  при  $x=x_n$**

Разлагаем  $\Phi_{n-1} = \Phi(x_{n-1}) = \Phi(x_n + \Delta x)$  и  $\Phi_{n-2} = \Phi(x_{n-2}) = \Phi(x_n - 2\Delta x)$  в ряд Тейлора около точки  $x = x_n$  и ограничиваемся третьими членами разложения:

$$\Phi_{n-1} = \Phi(x_n + \Delta x) \approx \Phi(x_n) + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=x_n} \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right|_{x=x_n} \cdot (\Delta x)^2, \quad (8)$$

$$\Phi_{n-2} = \Phi(r_1 + 2\Delta r_1) \approx \Phi(r_1) + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=r_1} \cdot 2\Delta r_1 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right|_{r=r_1} \cdot 4(\Delta r_1)^2. \quad (9)$$

Умножаем первое из этих уравнений на -4 и складываем со вторым:

$$-4\Phi_2 + \Phi_3 \approx (1-4)\Phi_1 + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=r_1} \cdot (2-4)\Delta r_1, \quad (10)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=x_n} \approx \frac{4\Phi_2 - \Phi_3 - 3\Phi_1}{2\Delta x}. \quad (11)$$

Аппроксимация первой производной  $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$  функции  $\Phi$  при  $x_1 < x_i < x_n$  (для внутренних точек)

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right|_{x=x_i} \approx \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{2\Delta x} \quad (12)$$

### Расчет напряженно-деформированного состояния в среде Matlab

С учетом формулы (2-11) компоненты деформации имеют вид

```

1) тензоры деформаций
e11=c(t)*sin(o(j))*cos(f(k));
e12=c(t)*0.5*(sin(o(j))*sin(f(k))+r(i)*cos(o(j))*cos(f(k)));
e13=c(t)*0.5*(cos(o(j))-r(i)*sin(o(j))*sin(f(k)));
e22=c(t)*r(i)*cos(o(j))*sin(f(k));
e23=c(t)*0.5*r(i)*sin(o(j))*(cos(f(k))-1);
e33=0;
2)тензоры нормальных и касательных напряжений
sigx=e11
sigy=e22
sigz=e33
tau_xy=e12
tau_xz=e13
tau_yz=e23
    
```

$e=[e11 \ e12 \ e13; e12 \ e22 \ e23; e13 \ e23 \ e33]$ - тензор деформаций

3) запишем программу для нахождения максимального и минимального перемещения координаты и компоненты деформации точки

```

ux=u1(j,i,k)
uy=u2(j,i,k)
uz=u3(j,i,k)

if (i~=1)&&(i~=n1),
    dux_dx=(u1(j,i+1,k)-u1(j,i-1,k))/(x1(j,i+1,k)-x1(j,i-1,k));
    duy_dx=(u2(j,i+1,k)-u2(j,i-1,k))/(x1(j,i+1,k)-x1(j,i-1,k));
    duz_dx=(u3(j,i+1,k)-u3(j,i-1,k))/(x1(j,i+1,k)-x1(j,i-1,k));
elseif i==n1,
    dx=x1(j,i,k)-x1(j,i-1,k);
    a=((x1(j,i,k)-x1(j,i-2,k))/dx)^2;
    b=(a-sqrt(a))*dx;
    dux_dx=((a-1)*u1(j,i,k)-a*u1(j,i-1,k)+u1(j,i-2,k))/b;
    
```

```

duy_dx=((a-1)*u2(j,i,k)-a*u2(j,i-1,k)+u1(j,i-2,k))/b;
duz_dx=((a-1)*u3(j,i,k)-a*u3(j,i-1,k)+u1(j,i-2,k))/b;
end

if (j~=1)&&(j~=n2),
    dux_dy=(u1(j+1,i,k)-u1(j-1,i,k))/(x2(j+1,i,k)-x2(j-1,i,k));
    duy_dy=(u2(j+1,i,k)-u2(j-1,i,k))/(x2(j+1,i,k)-x2(j-1,i,k));
    duz_dy=(u3(j+1,i,k)-u3(j-1,i,k))/(x2(j+1,i,k)-x2(j-1,i,k));
end

if (k~=1)&&(k~=n3),
    dux_dz=(u1(j,i,k+1)-u1(j,i,k-1))/(x3(j,i,k+1)-x3(j,i,k-1));
    duy_dz=(u2(j,i,k+1)-u2(j,i,k-1))/(x3(j,i,k+1)-x3(j,i,k-1));
    duz_dz=(u3(j,i,k+1)-u3(j,i,k-1))/(x3(j,i,k+1)-x3(j,i,k-1));
end

4) находим тензор напряжения
e11=dux_dx;
e12=0.5*(dux_dy+duy_dx);
e13=0.5*(dux_dz+duz_dx);
e22=duy_dy;
e23=0.5*(duy_dz+duz_dy);
e33=duz_dz;
e=[e11 e12 e13; e12 e22 e23; e13 e23 e33]
5) находим тензор вращения
w11=0;
w12=0.5*(dux_dy-duy_dx);
w13=0.5*(dux_dz-duz_dx);
w22=0;
w23=0.5*(duy_dz-duz_dy);
w33=0;
w=[w11 w12 w13; -w12 w22 w23; -w13 -w23 w33]

```

На рисунке 1 область V показана слева. Справа показаны преобразования области V, соответствующие  $c = 0.28$ .

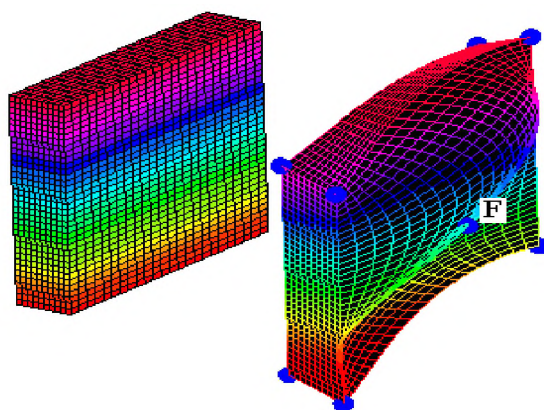


Рис .1. Кручение при  $c=0.28$ . Слева начальное состояние

Точкой F показано максимальное перемещение. Точка с координатой  
 $x1=1.5120e+001$   $x2=1.5708e+000$   $x3=3.1416e+000$

Тензор деформации:

$$\varepsilon_{i,j} = \begin{pmatrix} -2.1875e-001 & -8.5781e+000 & -8.5781e+000 \\ -8.5781e+000 & 0 & -1.1113e+000 \\ -8.5781e+000 & -1.1113e+000 & 0 \end{pmatrix}$$

Тензор напряжений для этой точки:

$$\sigma_{i,j} = \begin{pmatrix} -2.8000e-001 & -1.7145e-017 & -6.0008e-017 \\ -1.7145e-017 & 8.3987e-033 & -1.1200e+000 \\ -6.0008e-017 & -1.1200e+000 & 0 \end{pmatrix}$$

Тензор вращения:

$$\omega_{i,j} = \begin{pmatrix} 0 & 8.5781e+000 & 8.5781e+000 \\ -8.5781e+000 & 0 & 4.0750e-003 \\ -8.5781e+000 & -4.0750e-003 & 0 \end{pmatrix}$$

Нормальные напряжения:

$$\sigma_x = -2.8000e-001 \text{ МПа}$$

$$\sigma_y = 8.3987e-033 \text{ МПа}$$

$$\sigma_z = 0$$

Касательные напряжения:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{xz} = \tau_{zx}$$

$$\tau_{xy} = -1.7145e-017 \text{ МПа}, \tau_{xz} = -6.0008e-017 \text{ МПа}, \tau_{yz} = -1.1200e+000 \text{ МПа}$$

Перемещение:

$$u_x = -1.1120e+001 \text{ мм}, u_y = 1.3716e-016 \text{ мм}, u_z = 6.8580e-017 \text{ мм}.$$

**Выводы.** В данной работе показано, что тензор деформации Коши, считающийся годным только для малых деформаций, на самом деле является полновесной характеристикой деформированного состояния при больших деформациях.

#### Список литературы

1. Дуйшеналиев Т.Б. О постановке и решении статической краевой задачи// Бишкек, 2001. С. 40-50.
2. А.Б. Жакыпбек, Т.Б. Дуйшеналиев. Новое воззрение на некоторые основы механики деформируемого тела. Бишкек, 1999.
3. Дьяконов В.П. MATLAB 6. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001. С. 158-165.

#### References

1. Dyuyshenaliev T.B. On the formulation and solution of the static boundary value problem // Bishkek 2001, pp 40-50.
2. A.B. Zhakypbek, T.B. Dyuyshenaliev. A new view on some of the basics of body mechanics. Bishkek, 1999.
3. Dyakonov V.P. MATLAB 6. Course. -SPb.: Peter, 2001. 158-165.

УДК 001.891:626/627:681.5.011(575.2-17)

#### РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАТВОРА ГИДРОУЗЛА С ПРОГРАММНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ЫСЫК-АТИНСКОГО БАССЕЙНА ДЕКАДНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ (БДР)

Муканов Тынчтык Аскерович, магистр, старший преподаватель кафедры «Логистика», КГТУ им. И.Раззакова, Кыргызстан, 720044, г.Бишкек, пр. Мира, 66,  
e-mail: [tynchtyk.mukanov@gmail.com](mailto:tynchtyk.mukanov@gmail.com)