УДК 539.37

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ СКОЛЬЖЕНИЙ В MATHCAD

ЧЫНЫБАЕВ М.К.
izvestiya@ktu.aknet.kg

Приведены результаты численного решения нелинейных дифференциальных уравнений в пакете прикладных программ MathCAD.

Введение. Согласно зависимостям (1), отношение Γ_2/Γ_1 определяется только значениями напряжений и величины Q, которая в свою очередь определяется определенной зависимостью от Γ_2/Γ_1 и Ф.

$$\Gamma_1 = \frac{\tau_m - \Psi}{4\Psi}\left[\frac{2\beta_0 - 4p\left(\beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2}\right) + 4p^2\left(\frac{3}{4}\beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2} + \frac{\sin 4\beta_0}{16}\right)}{2\beta_0 - p\left(2\beta_0 - \sin 2\beta_0\right)}\right], \Gamma_3 = -\left(\Gamma_1 + \Gamma_2\right), \qquad (1)$$

$$\Gamma_2 = -\frac{\tau_m - \Psi}{4\Psi}\left\{\frac{1-2Q}{2\beta_0 - p(2\beta_0 - \sin 2\beta_0)}\left[\beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2} - 4p\left(\frac{3}{4}\beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2} + \frac{\sin 4\beta_0}{16}\right) + 4p^2\left(\frac{5}{8}\beta_0 - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{15\sin 2\beta_0}{32} + \frac{3\sin 4\beta_0}{32} - \frac{\sin 6\beta_0}{96}\right)\right] + \frac{2Q}{2\beta_0 - p(2\beta_0 - \sin 2\beta_0)}\left[\frac{3}{4}\beta_0 - \frac{\sin 2\beta_0}{2} + \frac{\sin 4\beta_0}{16} - 4p\left(\frac{5}{8}\beta_0 - \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \frac{15\sin 2\beta_0}{32} + \frac{3\sin 4\beta_0}{32} - \frac{\sin 6\beta_0}{96}\right) + 4p^2\left(\frac{35}{64}\beta_0 - \frac{7\sin 2\beta_0}{16} + \frac{7\sin 4\beta_0}{64} - \frac{\sin 6\beta_0}{48} + \frac{\sin 8\beta_0}{512}\right)\right]\right\}.$$

где $Q = \dfrac{\tau + \Phi\left(1 - \Gamma_{12}/\Gamma_{13}\right)}{\tau_m + \Phi}$, $p = \dfrac{Q(1-Q)}{2\left(\dfrac{\tau_m - \tau_n}{\tau_m + \Phi}\right)}$, $\beta_0 = arc\sin\left(\dfrac{1}{\sqrt{2p}}\right)$.

Вычисление параметра модели. “Параметр” Φ является одной из важнейших характеристик сопротивления сдвигу, но достаточно точные методы его определения пока не установлены. кроме как определенной аппроксимации Φ как функции от уровня и вида нагружения [2].

В настоящей работе рассматривается возможность использования уравнений (1) для выявления влияния уровня и вида деформирования на значения Φ. И поскольку деформации связаны с напряжениями и параметрами модели, то указанное уравнение в принципе можно рассматривать как определяющее относительно Φ при известных пластических деформациях.

Расписав эти зависимости, получили уравнение относительно Γ_2/Γ_1, в которое в качестве параметра входит Ф. Это уравнение позволяет подобрать значения Ф так, чтобы найденные по экспериментам значения Γ_2/Γ_1 оказались его корнями, при известных значениях деформаций и напряжений.

Вычисления параметра Ф проводились для осевого растяжения и сложного нагружения. Данные для выявления *Ф* и ее аналитической аппроксимации взяты из результатов на осевое растяжение и трехзвенное нагружение (сложное напряженное состояние) тонкостенных трубок из стали *Ст-40Х*, проведенных Жигалкиным В.М.

Уравнения, состоящие из отношения деформаций Γ_2/Γ_1, а также соотношений для Q, p и β_0 , являются системой нелинейных уравнений, решение которых относительно *Ф* является сложной задачей. Для решение этой задачи воспользовались системой MathCAD, которая позволяет проводить разнообразные научные и инженерные расчеты, начиная от элементарной арифметики и заканчивая сложными реализациями численных методов. Ниже приведена компьютерная программа для определение параметра *Ф*.

$G_1 := 1.027 \quad G_2 := -0.084 \quad G_3 := -0.943 \quad \tau_2 := 32 \quad \tau_1 := 11 \quad \tau_3 := 14$

Given

$$p = \frac{Q\cdot(1-Q)}{\dfrac{\tau_2-\tau_1}{\tau_2+F}\cdot 2} \qquad \beta = \frac{\pi}{2} \qquad Q = \frac{F\cdot\left(1-\dfrac{G_1-G_2}{G_1-G_3}\right)+\tau_3}{\tau_2+F}$$

$$\frac{\left[\dfrac{1-2\cdot Q}{2\cdot\beta-p\cdot(2\cdot\beta-\sin(2\cdot\beta))}\cdot\left[\beta-\dfrac{\sin(2\cdot\beta)}{2}-4\cdot p\cdot\left(\dfrac{3}{4}\cdot\beta-\dfrac{\sin(2\cdot\beta)}{2}+\dfrac{\sin(4\cdot\beta)}{16}\right)+4\cdot p^2\cdot\left(\dfrac{5}{8}\cdot\beta-\dfrac{15\cdot\sin(2\cdot\beta)}{32}+\right.\right.\right.}{}$$

$$\frac{\left.\left.\left.+\dfrac{3\cdot\sin(4\cdot\beta)}{32}-\dfrac{\sin(6\cdot\beta)}{96}\right)+4\cdot p^2\cdot\left(\dfrac{35}{64}\cdot\beta-\dfrac{7\cdot\sin(2\cdot\beta)}{16}+\dfrac{7\cdot\sin(4\cdot\beta)}{64}-\dfrac{\sin(6\cdot\beta)}{48}+\dfrac{\sin(8\cdot\beta)}{512}\right)\right]\right]\cdot -1}{} = \frac{G_2}{G_1};$$

$$\mathrm{Find}(F,p,\beta,Q) \rightarrow \begin{pmatrix} -32.000051978365571175 + 2.6023873694391195313\cdot 10^{-5}\cdot i & -32.000051978365571175 - 2.6023873694391195313\cdot 10^{-5}\cdot i \\ .79892583429217223549 + .39992522095013791155\cdot i & .79892583429217223549 - .39992522095013791155\cdot i \\ 1.5707963267948966192 & 1.5707963267948966192 \\ -717.94852658513482556 - 359.67174102586930455\cdot i & -717.94852658513482556 + 359.67174102586930455\cdot i \end{pmatrix}$$

$$
\begin{array}{ccc}
78.020950497380427068 & 50.648897463315965163 & -31.962302435404280542 \\
.64431232296032300184 & .48404931990559695641 & -1.0145115755449026678 \cdot 10^{-3} \\
1.5707963267948966192 & 1.5707963267948966192 & 1.5707963267948966192 \\
.43646507836226331408 & .43660565608925433967 & 1.6748608914296689748
\end{array}\Bigg) .
$$

В ходе вычислений выяснилось, что в действительности существуют несколько корней, удовлетворяющих уравнениям (1). Накладывая ограничения на интервал изменений значений параметров *p* и *Q,* нашли значения *Ф*. В приведенном примере искомое значение Ф=50,64 МПа, т.к. параметр модели *Q* изменяется в пределах $Q \in (0; 0.5)$.

Обобщение полученных данных и аналитическая аппроксимация Ф от вида и уровня деформированного состояния приведена в работе [3].

Литература

1. Салиев А.Б. О деформационных соотношениях при малых веерах скольжений и простых нагружениях. В сб.: Прочность и устойчивость реальных твердых тел и конструкций. −Фрунзе: Илим, 1991.
2. Салиев А.Б., Кыдыралиев Н.Н. Сложная деформация стали Ст-40Х в теории скольжений. /В сб.: Материалы международной конференции “Современные технологии и управление качеством в образовании, науке и производстве: опыт адаптации и внедрения”. −Бишкек, 2001г. − С. 186 − 194.
3. Чыныбаев М.К. К расчету параметра модели скольжений. / Известия. КГТУ им. И.Раззакова. −Бишкек, 2006 г. −С. 226 – 230.