

«СХЕМНЫЙ» АНАЛОГ ФЛУКТУАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНОВ ДЛЯ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ВИНТОВОЙ ФОРМЫ ОТКРЫТОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ

Ачык электр жаасынын буроо түрүндөгү формасын эсеп түрүндө ишке ашыруу үчүн электрондордун температурасынын флуктуациясынын схемалык” аналогу

"Schematic" analogue of electrons temperature fluctuations for numerical realization of helical form of open electric arc

Для открытой дуги предложен модифицированный «схемный» аналог флуктуаций температуры электронов. «Схемный» аналог позволяет численно реализовать винтовую пространственную форму открытой электрической дуги постоянного тока, горящей во внешнем аксиальном магнитном поле.

Ключевые слова: винтовая форма электрической дуги; внешнее аксиальное магнитное поле; 3D нестационарная математическая модель плазмы

Ачык электр жаасы ” чүн электрондордун температурасынын флуктуациясынын жакшыртылган “схемалык аналогу сунушталган. “Схемалык” аналог тышкы аксиалдык магнит талаасында к ө йгөн туруктуу токтогу ачык электр жаасынын буроо түрүндөгү формасын эсеп түрүндө ишке ашырууга мүмкүндүк берет

Урунттуу свдвр: электр жаасынын буроо түрүндөгү формасы; тышкы аксиалдык магнит талаасы; плазманын 3D туруктуу эмес математикалык модели

Modified "Schematic" analogue of the electrons temperature fluctuations is proposed for open arc. "Schematic" analogue allows numerically realize the helical spatial form of open electric arc of a direct current burning in external axial magnetic field.

Keywords: helical form of electric arc; external axial magnetic field; 3D nonstationary mathematical model of plasma

Введение. Электродуговой разряд во внешнем аксиальном магнитном поле находит широкое применение в различных областях науки и техники [1-3] и вызывает научный и практический интерес. В работах [4, 5] выполнен численный расчет характеристик электрической дуги постоянного тока, горящей в цилиндрическом канале в однородном внешнем аксиальном магнитном поле. В настоящей работе представлены результаты моделирования открытой электрической дуги постоянного тока.

Постановка задачи и математическая модель. Рассчитывается открытая электрическая дуга постоянного тока I длиной L в аргоне атмосферного давления в однородном внешнем аксиальном магнитном поле H_x^{ext} (рис.1). Катодом и анодом являются цилиндрические графитовые стержни одинаковым радиусом $r_c = r_a$.

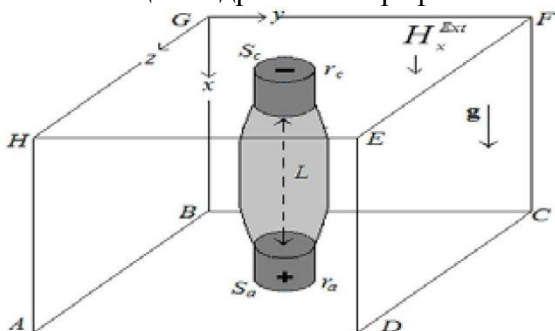


Рис.1. Схема расчетной области в виде прямоугольного параллелепипеда $ABCDEFGH$ в декартовых координатах x, y, z для открытой электрической дуги с цилиндрическим катодом (-) и анодом (+). Пунктирная линия – центральная ось дуги. Нестационарную трехмерную систему уравнений электрической дуги в приближении модели ЧЛТР плазмы запишем в виде [12, 13]: уравнение непрерывности газа тяжелых частиц

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (1)$$

уравнение непрерывности газа электронов

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \text{div}(N_e \mathbf{V}_e) = R_e, \quad (2)$$

уравнение сохранения энергии газа электронов

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} k_B T_e N_e \right) + \text{div} \left(\frac{5}{2} k_B T_e N_e \mathbf{V}_e \right) = \text{div}(\lambda_e \text{grad} T_e) + \mathbf{j}^2 / \sigma - \psi - B(T_e - T) - U_i R_e, \quad (3)$$

уравнение сохранения энергии газа тяжелых частиц:

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{3}{2} k_B T (N_i + N_a) + \text{div} \left[\frac{5}{2} k_B T (N_i + N_a) \mathbf{V} \right] = \text{div}(\lambda \text{grad} T) + B(T_e - T), \quad (4)$$

уравнение баланса импульса газа вдоль осей координат x, y, z :

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} u) = \text{div}(\mu \text{grad} u) - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_x + s_x + (\rho - \rho_\infty) \mathbf{g}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} v) = \text{div}(\mu \text{grad} v) - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_y + s_y, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} w) = \text{div}(\mu \text{grad} w) - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H})_z + s_z, \quad (7)$$

уравнения Максвелла:

$$\text{rot} \mathbf{E} = 0, \text{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j}, \text{div} \mathbf{H} = 0, \quad (8)$$

закон Ома в обобщенной форме

$$\mu_0 (\mathbf{V}_e \times \mathbf{H}) + \mathbf{E} = \mathbf{j} / \sigma + (\mu_0 (\mathbf{j} \times \mathbf{H}) - \text{grad} P_e) / q_e N_e, \quad (9)$$

закон Дальтона

$$P / k_B T = N_i + N_a + N_e T_e / T. \quad (10)$$

Принято, что электродуговая плазма является однократно ионизованной, квазинейтральной, течение ламинарное, дозвуковое, излучение объемное; вязкой диссипацией энергии пренебрегается, приэлектродные процессы не рассматриваются.

При записи уравнений (1-10) использованы следующие обозначения: t - время, $\rho, L_e, \mu, \lambda, \sigma, \mu_0$ - соответственно плотность газа, теплопроводность электронного газа и газа тяжелых частиц, вязкость, электропроводность, излучение, m - масса атома плазмообразующего газа, $\mathbf{V}, \mathbf{V}_e, N_i, N_a, N_e$ - концентрации ионов, атомов и электронов соответственно, $R_e = N_e K_r (N_i K_i - N_e N_i)$ - скорость генерации электронов, где K_i, K_r - константы ударной ионизации и трехчастичной рекомбинации соответственно, U_i - потенциал ионизации плазмообразующего газа, $P_e = N_e k T_e$ - парциальное давление электронов, B - постоянная Больцмана, B - коэффициент энергообмена между электронами и тяжелыми частицами, \mathbf{g} - вектор ускорения свободного падения, q_e - заряд электрона, μ_0 - магнитная постоянная, $\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{j}, \mathbf{H}$ - соответственно векторы скорости, напряженности электрического поля, плотности электрического тока, напряженности собственного магнитного поля дуги, T, T_e - температура тяжелых частиц и электронов, P -

давление, u, v, w - соответственно компоненты вектора скорости в направлениях осей координат x, y, z ; $\mathbf{V}_a, \mathbf{V}_t, \mathbf{V}_d$ - векторы скоростей дрейфа электронов, термо- и амбиполярной диффузии, $\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_d + \mathbf{V}_t + \mathbf{V}_a$ - суммарная скорость электронов, s_x, s_y, s_z - дополнительные к $\text{div}(\text{jgrad}u), \text{div}(\text{jgrad}v), \text{div}(\text{jgrad}w)$ вязкие слагаемые.

Коэффициенты переноса и теплофизические свойства неравновесной аргоновой плазмы рассчитываются в соответствии с методикой [6].

Электромагнитная часть задачи решается в переменных $cp-\mathbf{A}$, где cp - скалярный потенциал электрического поля $\mathbf{E} = -\text{grad}cp$, \mathbf{A} - векторный потенциал магнитного поля, связанный с \mathbf{H} соотношением $\text{rot}\mathbf{A} = \mathbf{H}$.

Метод численного решения уравнений. Система уравнений (1-10) после несложных преобразований записывается в виде обобщенного уравнения, дифференциальная форма записи которого имеет следующий вид [7]:

$$\frac{\partial cp \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \beta_{ru} \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \beta_{rv} \Phi}{\partial y} + \frac{\partial \beta_{rw} \Phi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \delta \quad (11)$$

где Φ - одна из неизвестных: $N_e, T_e, T, u, v, w, \eta, A_x, A_y, A_z$. Значения коэффициентов a, D, γ, δ зависят от смысла переменной Φ .

Численное решение обобщенного дифференциального уравнения (11) проводится методом конечных разностей, конечно-разностная аппроксимация осуществляется методом контрольного объема по неявной разностной схеме, динамические переменные «скорость-давление» рассчитываются в рамках алгоритма SIMPLE'R [7]. В результате интегрирования по контрольному объему исходная система дифференциальных уравнений приводится к системе алгебраических уравнений, которая затем решается итерационным методом Зейделя-Гаусса с применением метода нижней релаксации.

Для расчета характеристик в нерегулярной области, включающей в себя дуговую плазму и электроды, используется метод фиктивных областей, адаптированный для расчета электрической дуги [8]. Преимущество этого метода заключается в том, что исходная расчетная область с криволинейной границей заменяется областью с прямоугольной границей, что значительно облегчает проведение расчетов.

Граничные и начальные условия. Нестационарное дифференциальное уравнение (11) является уравнением эллиптического типа по пространственным координатам x, y, z и параболического типа по координате времени t . Граничные условия задаются по периметру расчетной области, а начальные условия задаются в момент времени $t = 0$.

На внешних границах расчетной области в сечениях $ABCD, EFGH, ABGF, DCHE, CBGH, ADEF$ (см. рис.1) значения температуры и концентрации электронов полагаются равными значениям температуры T_e^{min} и концентрации N_e^{min} «холодного» не ионизованного газа: $T_e = T_e^{min} = 3 \text{ К}$, $N_e = N_e^{min} = 10^{17} \text{ м}^{-3}$. Температура тяжелых частиц полагается равной температуре холодного газа $T = 300 \text{ К}$.

Течение электрического тока отсутствует, и потенциал электрического поля cp рассчитывается из условия $der \text{ } \mathbf{p} = 0$, где \mathbf{p} - нормаль к поверхности границы. На внешней токоведущей торцевой поверхности катода & анода S_a потенциал электрического поля cp рассчитывается из условия протекания электрического тока / по нормали к поверхности. Такое же условие для cp используется на границе «катод-плазма». Вне катода и анода течение электрического тока отсутствует.

Подчеркнем, что в настоящей работе за направление электрического тока / выбрано направление от катода (-) к аноду (+).

Компоненты векторного потенциала A_x, A_y, A_z магнитного поля определяются из условия равенства нулю первой производной $\nabla A / \nabla n = 0$ по нормали к границе.

Давление равно относительному значению $P = P_0 = 1$ Па. Компоненты скорости u, v, w определяются из условия равенства нулю второй производной $\partial^2 \sqrt{\partial n^2} = 0$.

При постановке начальных условий принято, что между электродами существует токопроводящая высокотемпературная ($T = 9$ кК) зона с неподвижным газом.

«Схемный» аналог флуктуаций. В настоящей работе для расчета открытой электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле используется модифицированный «схемный» аналог флуктуаций для температуры электронов. Пусть в процессе вычислений в какой-либо узловой точке с индексами (ij, k) температура электронов T_e оказывается меньше температуры электропроводности плазмы, т.е. выполняется условие $T_e < T_a$. Тогда в этом случае температура электронов в данной узловой точке (ij, k) и прилегающих к ней четырех соседних узловых точках с индексами $(z, j-1, k); (i, j+1, k); (i, j, k-1); (i, j, k+1)$ (рис.2) приравнивается минимальному значению $T_e = T_e^{\min}$

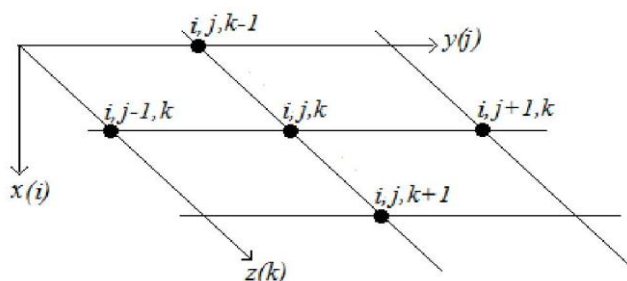


Рис. 2. Фрагмент разностной сетки в направлениях осей координат $y(i)$ и $z(k)$.

В противном случае при выполнении условия $T_e > T_a$ вновь рассчитанное значение T_e в узловой точке с индексами (ij, k) сохраняется неизменным. В настоящей работе используются значения $T_a = 3,5$ кК и $T_e^{\min} = 3$ кК.

В аксиальном направлении по оси $x(i)$ проверка указанного условия не проводится. Таким образом, для каждой узловой точки и окружающих ее четырех соседних точек в плоскости $y-z$ «схемный» аналог флуктуаций температуры электронов дуговой плазмы определяется следующими условиями:

$$\begin{cases} \text{если } T_e < T_a & \text{тогда } T_e = T_e^{\min} \\ \text{если } T_e \geq T_a & \text{тогда } T_e = T_e \end{cases} \quad (15)$$

Отметим, что в модели [4,5] условие (15) проверялось только в одной узловой точке с индексами (ij, k) . В расчетах были приняты значения $T_a = 4$ кК и $T_e^{\min} = 3$ кК, т.е. разность значений составляет $\Delta T = T_a - T_e^{\min} = 1$ кК.

Подчеркнем, что «схемный» аналог флуктуаций (15) сам по себе не формирует винтовую форму дуги. «Схемный» аналог флуктуаций только лишь генерирует случайным образом асимметрию распределения температуры электронов и, как следствие, других характеристик дуговой плазмы.

Обсуждение результатов расчета. Рассчитывается открытая электрическая дуга силой тока $I = 40$ А и длиной $L = 30$ мм, горящая в однородном внешнем аксиальном магнитном поле величиной H^{ax} = 10 кА/м. В модели рассматриваются графитовые сварочные электроды с торцевой токоведущей поверхностью одинакового радиуса. Для графитовых электродов известна эмпирическая зависимость [9] диаметра катода d от силы тока: $d [A] \approx (40 - 45) J [mm]$. Согласно этой зависимости, для дуги силой тока $I = 40$

А радиусы катода и анода приняты равными $z_c = z_a = 1$ мм. Расчеты проводятся на прямоугольной сетке с одинаковым шагом во всех направлениях $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.5$ мм, временной шаг равен $\tau = 10^{-8}$ с.

Вначале до выхода характеристик дуги на стационарный режим, расчет проводится без внешнего аксиального магнитного поля, т.е. $H_x^{ext} = 0$. На рис.3а показана картина

течения плазмы в вертикальной плоскости $x-z$ к моменту времени $t = 35$ мс, когда уже достигнут стационарный режим горения дуги. На рис.3б. приведено расчетное распределение пространственной формы столба дуги.

Отсчет в направлении оси x ведется от поверхности катода (-), отсчет в направлениях осей y, z ведется от центральной оси (см. рис.1). На рис.3б и последующих рисунках форма столба дуги является 3D-поверхностью, ограниченной значением температуры $T = 3$ кК. Направление обзора 3D-столба дуги выбрано перпендикулярным плоскости $x-z$. Из рисунка видно, что столб дуги является осесимметричным, и имеет плазменный диск в среднем сечении при $x \approx 15$ мм. Такая форма дуги является хорошо известной и обусловлена гидродинамикой течения плазмы [1, 3]. В результате воздействия электромагнитных сил дуги (пинч-эффект) формируются аксиальные потоки плазмы навстречу друг другу - катодная и анодная струя. В среднем сечении между электродами потоки плазмы сталкиваются, и газ растекается в радиальном направлении.

В дальнейшем, начиная с момента времени $t = 35$ мс в вычислительном алгоритме Ext

принято, что дуга горит в однородном внешнем аксиальном магнитном поле H_x кА/м. = 10

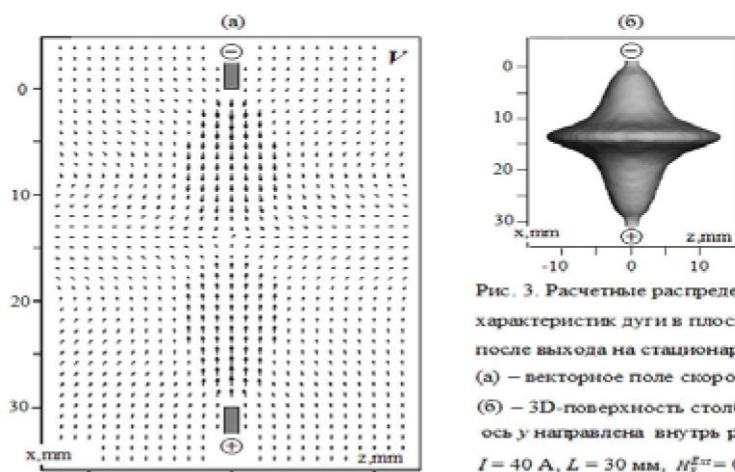


Рис. 3. Расчетные распределения характеристик дуги в плоскости $x-z$ после выхода на стационарный режим: (а) – векторное поле скорости V , (б) – 3D-поверхность столба дуги, ось y направлена внутрь рисунка. $I = 40$ А, $L = 30$ мм, $H_x^{ext} = 0$.

На рис.4 показана эволюция пространственной формы столба дуги на интервале времени $\Delta t = 35.5 \div 37$ мс. Видно, что столб дуги деформируется и за относительно короткий промежуток времени $\Delta t \approx 2$ мс принимает четко выраженную винтовую форму.

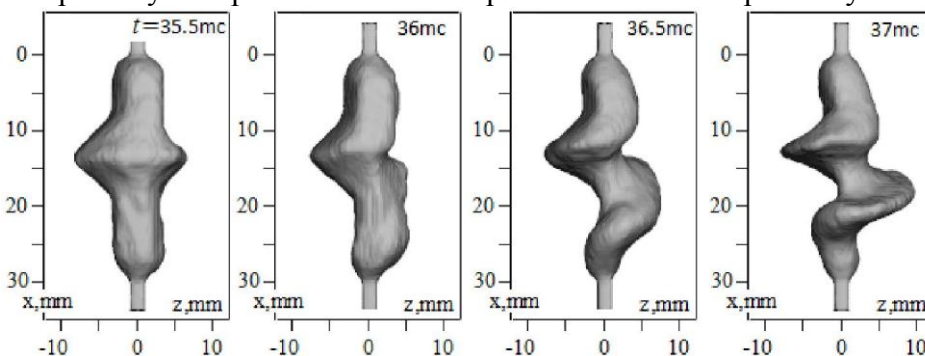


Рис. 4. Изменение формы столба дуги на интервале времени $\Delta t = 35.5 \div 37$ мс. $I = 40$ А, $L = 30$ мм, $H_x^{ext} = 10$ к А/м.

Участки дуги, прилегающие к электродам на расстоянии около 5 мм, деформируются незначительно. Этот результат согласуется с экспериментальными наблюдениями, которые показывают, что в продольном магнитном поле сам столб дуги является неустойчивым.

Если направление внешнего аксиального магнитного поля совпадает с аксиальным направлением течения электрического тока, тогда пространственная ориентация винтовой дуги как целого (см. рис.4) является правовинтовой (по часовой стрелке).

Заключение. В рамках нестационарной трехмерной математической модели в приближении частичного локального термодинамического равновесия дуговой плазмы проведено моделирование винтовой формы столба открытой дуги, горящей во внешнем аксиальном магнитном поле. Для открытой дуги предложен модифицированный «схемный» аналог флуктуаций для температуры электронов. По результатам расчетов установлено, что столб открытой электрической дуги принимает винтовую пространственную форму.

Список цитируемых источников

1. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М: Иностранная литература, 1961. с.370.

2. Новиков О.Я. Устойчивость электрической дуги. Л.: Энергия, 1978. с.160.

3. Лебедев А.Д., Урюков Б.А., Энгельшт В.С. и др. Низкотемпературная плазма. Т. 7. Сильноточный дуговой разряд в магнитном поле. Новосибирск: Наука, 1992. с.267.

4. R. M. Urusov and I. R. Urusova Numerical simulation of a helical shape electric arc in the external axial magnetic field // Physics of Plasmas 23, 103502 (2016); <http://dx.doi.org/10.1063/1.4964281>

5. Урусов Р.М., Урусова И.Р. Численное моделирование винтовой формы электрической дуги во внешнем аксиальном магнитном поле // Теплофизика высоких температур, 2017, том 55, № 5, с. 661-668.

6. Энгельшт В.С., Гурович В.Ц., Десятков Г.А. и др. Низкотемпературная плазма. Т. 1. Теория столба электрической дуги. Новосиб.: Наука, 1990. с.374.

7. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М: Энергоатомиздат, 1984. с. 146.

8. Урусов Р.М., Урусова Т.Э. Применение метода фиктивных областей для расчета характеристик электрической дуги // ТВТ. 2004. Т.42. № 3. с. 374.

9. Васильев К.В. Газоэлектрическая резка металлов. М.: Машгиз, 1963. с.174

Рецензенты: *Фоломеев В.Н.* - доктор физико-математических наук, профессор НАН КР *Байтереков А.* - кандидат физико-математических наук, доцент КНУ им. Ж.Баласагына