УДК 519.852.2

НЕКЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД ДЛЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ЦЕНЫ

Сапарова Г. Б., к.ф.-м.н., доцент,
Аблакимов У. А., старший преподаватель,
Зикирова Г.А., *к.п.н., доцент, gulya141005@mail.ru*
ОшТУ М.М.Адышева, г. Ош, Кыргызстан

Аннотация*: В данной статье рассмотрен алгоритм решения задачи оптимизации цены неклассическим методом. Данный метод предполагает решение задачи безусловной оптимизации и коррективку полученных значений переменных с учетом ограничений. При этом минимизируется сумма квадратов приращений переменных с учетом влияния переменных на изменение целевой функции. Полученный алгоритм решения является более простым в компьютерной реализации по сравнению с классическимим методами нелинейной оптимизации, задача оптимизации цены приводится к безусловной оптимизации и решению системы уравнения. В статье рассмотрено решение задачи форимрования цен на продукцию при максимизации прибыли от продажи продукции в ограниченном объеме поставок. При этом предполагается линейная зависимость спроса от цены. Данный неклассический метод может быть применен в системах поддержки принятия решений. Актуальность исследования обусловлена высоким влиянием ценовой политики на эффективность деятельности предприятия.*

Ключевые слова*: оптимизация цены, обратные вычисления, квадратичное программирование, система уравнений, прогнозирование, спрос.*

БААЛАРДЫ ОПТИМИЗАЦИЯЛОО МАСЕЛЕСИНДЕ КЛАССИКАЛЫК ЭМЕС ЫКМА

Сапарова Гульмира Баатыровна, ф.-м.и.к., доцент,
Аблакимов Усон Асанович, ага окутуучу,
Зикирова Гулайым Абдылдаевна, п.и.к., доцент
gulya141005@mail.ru, М.М.Адышев атындагы ОшТУ,
Ош ш., Кыргызстан

Аннотация*: Бул макалада бааларды оптимизациялоо маселесинин чечим алгоритми классикалык эмес ыкма менен каралат. Бул ыкманын жардамы менен шартсыз оптимизациянын маселесин чыгаруу жана чектоолорду эске алуу менен озгормолордун алынган маанилерин корректировка жасоо. Бул максаттуу функциянын озгорушуно озгормолордун таасирин эске алуу менен озгорулмо осуштордун квадраттарынын суммасын азайтат. Алынган чечим алгоритми сызыктуу эмес оптимизациялоонун классикалык ыкмаларына салыштырмалуу компьютерде чыгаруу оной, бааларды оптимизациялоо маселеси шартсыз оптимизациялоо жана тендеме системасына алып келинет. Макалада чектелген коломдогу жеткируулордо продукцияны сатуудан тушкон кирешени максималдаштыруу менен продукцияга бааларды тузуу маселесин чечуу каралган. Бул суроо – талаптын жана баанын сызыктуу коз карандылыгын болжолдойт. Бул классикалык эмес ыкма чечимдерди колдоо системаларында колдонулушу мумкун. Изилдоонун актуалдуулугу ишкананын натыйжалуулугуна баа саясатынын жогорку таасири менен шартталган.*

Ачкыч создор*: бааны оптимизациялоо, тескери эсептоо, квадраттык программалоо, тендемелер системасы, болжолдоо, суроо – талап.*

NON – CLASSICAL METHOD FOR PRICE OPTIMIZATION PROBLEMS

Saparova Gulmira Baatirovna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Ablakimov Uson Asanovich, senior lecturer,
Zikirova Gulayym Abdyldaevna, candidate of pedagogical sciences, associate professor, gulya141005@mail.ru, OshTU named after M.M. Adysheva, Osh, Kyrgyzstan

Abstract*: This article considers an algorithm for solving the price optimization problem using a non – classical method. This method involves solving the problem of unconstrained optimization and adjusting* *the obtained values of the variables, taking into account the constraints. In this case, the sum of squared increments of variables is minimized, taking into account the influence of variables on the change in the objective function. The resulting solution algorithm is simpler in computer implementation compared to the classical methods of nonlinear optimization; the price optimization problem is reduced to unconditional optimization and solution of the equation system. The resulting solution algorithm is simpler in computer implementation compared to the classical methods of nonlinear optimization; the price optimization problem is reduced to unconditional optimization and solution of the equation system. The article considers the solution of the problem of forming prices for products while maximizing profits from the sale of products in a limited supply. In this case, a linear dependence of demand on price is assumed. This non – classical method can be applied in decision support systems. The relevance of the study is due to the high influence of pricing policy on the efficiency of the enterprise.*

***Keywords**: price optimization, revers calculations, quadratic programming, system of equations, fore casting, demand.*

Введение: Формирование ценовой политики является основной работой организации, которая обуславливает ее финансовые результаты. При установлении цены необходимо учитывать факторы, такие как: затраты предприятия, потребительский спрос, уровень конкуренции, существующие ограничения связанные с объемом производства и доставки товаров. При этом главной задачей является максимизация таких показателей как выручка и прибыль. В то же время, ценообразование является необходимым элементом маркетинговых мероприятий, проводимых с целью привлечения новых коиентов и их удержания. Большинство моделей ценообразования учитывают ответную реакцию покупателей на изменение цены. Связь между спросом на товар и его ценой для потребителя называется собственной ценовой эластичностью спроса – процент изменения проданного количества при увеличении цены на 1%. Собственная ценовая эластичность спроса обычно отрицательна, так как спрос почти всегда уменьшается при росте цены. Величина эластичности для разных товаров может быть больше или меньше в зависимости от наличия заменителей, степени необходимости товара для покупателей, доходов потребителей. Например, коэффициент эластичности для сахара (песок) будет более высоким по сравнению с его значением сахара (рафинад). Основная проблема при прогнозировании спроса заключается в том, что набор вариации цены ограничен. Последующее увеличение цены после ее снижения может быть принято потребителями негативно и расцениваться как переплата и упущенная выгода. Это лишает возможности гибко устанавливать цены и следить за изменением спроса.[1]

Для расчета прибыли или выручки нужно выполнить прогнозирование спроса при заданной цене. Выбор модели прогнозирования зависит от характера спроса: сезонность (зависимость от времени года), регулярность (как часто возникает необходимость в товаре) и т.д. Задача оптимизации цены также может быть связана с задачами оптимизации ассортимента, закупок, запасов предприятия.

Данная статья посвящена разработке неклассического метода на основе обратных вычислений для решения задачи формирования цены при ограниченном объеме доставки, который является более простым в компьютерной реализации по сравнению с методами Лагранжа, штрафа. При этом предполагается линейная зависимость спроса от цены, параметры линейной регрессии для определения прогнозного значения еженедельного спроса определяются на основе имеющихся статистических данных о значениях цены и спроса за предыдущие периоды.

Постановка задачи. Определить такие значения цены p_i, которые обеспечили бы максимальное значение прибыли при ограниченном объеме поставки продукции.

Имеем уравнение определения спроса y_i на изделие $i-$ го вида:

$$yi=ai+bipi,$$

где a_i и b_i – параметры линейной регрессии.

Математическое моделирование задачи представляет задачу квадратичного программирования с линейным ограничением в виде равенства:

$$\begin{cases} f(p) = -\sum_{i=1}^{n}(a_i + b_i p_i)(p_i - c_i) \to min, \\ g(p) = \sum_{i=1}^{n} g_i y_i = \sum_{i=1}^{n} g_i\,(a_i + b_i p_i) = S \\ \qquad p_i \geq 0. \end{cases} \tag{1}$$

где c_i– себестоимость изделия i– вида; g_i– объем единицы товара i– вида; S – объем доставки.

Решение данной задачи можно решить методом Лагранжа и штрафа. Но эти методы являются трудоемкими в компьютерной реализации. Чтобы решить методом штрафа требуется многократное решение задачи безусловной оптимизации с различными значениями штрафного параметра. Методом множителей Лагранжа нужно формировать функцию Лагранжа, найти ее частные производные, приравнять их к нулю и решить систему уравнений из частных производных.[1]

Методы решения: Чтобы решить задачу с помощью обратных вычислений нужно найти приращение Δp переменной функции с применением их начального значения, заданной новой величины функции, коэффициентов относительной важности переменных и направлении их изменения (уменьшения или увеличения). Задача записывается в виде системы уравнений, включающей выражения для отношения приращений и уравнения для исходной функции. Если нужно найти новое значение функции таким образом, чтобы сумма квадратов приращений переменных была минимальна, то в этом случае отсутствует необходимость применения экспертной информации. Рассмотрим применение данного решения для рассматриваемой нами задачи (1). Решение задачи будет состоять из двух шагов: решение задачи безусловной оптимизации и последующая корректировка полученного решения с учетом ограничения таким образом, чтобы сумма квадратов приращений переменных была минимальна при условии влияния отдельных переменных на изменение целевой функции. [1] То есть:

1 шаг. Решение задачи безусловной оптимизации, то есть найти точки минимума целевой функции $f(p)$.

2 шаг. Вычисление отношений $d_{i,j}$ частных производных второго порядка целевой функции (j – индекс переменной, применяемый в качестве базовой, k_i – значение частной производной второго порядка по переменной p_i, i=1,…,n,i≠j,n–число переменных):

$$d_{i,j} = \frac{k_i}{k_j}.$$

3 шаг. Вычисление отношений $r_{i,j}$ коэффициентов при переменных в ограничении:

$$r_{i,j} = \frac{g_i b_i}{g_j b_j}.$$

4 шаг. Решение системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta p_i}{\Delta p_j} \cdot d_{i,j} = r_{i,j}, i = 1, \dots, n, i \neq j; \\ \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n} g_i \left(a_i + b_i(p_i + \Delta p_i)\right) = S. \end{cases}$$

Пример: Дана таблица исходных данных, где объем доставки равна 100 штук.

Показатель	**Виды продукции**				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
Параметр линейной регрессии, ***a***	1600	2000	1000	1400	800
Параметр линейной регрессии, ***b***	-5	-3	-6	-4	-2
Себестоимость единицы изделия, ***сом***	50	60	80	40	20
Объем единицы изделия, ***шт.***	0,3	0,1	0,4	0,6	0,2

Найти значения цены ***p***, которые обеспечили бы максимальное значение прибыли при ограниченном объеме.

Решение: Составляем систему уравнений вида:

$$\begin{cases} f(p) = -\left\{ \begin{matrix} (1600 - 5p_1)\cdot(p_1 - 50) + (2000 - 3p_2)\cdot(p_2 - 60) + \\ +(1000 - 6p_3)\cdot(p_3 - 80) + (1400 - 4p_4)\cdot(p_4 - 40) + \\ +(800 - 2p_5)\cdot(p_5 - 20) \end{matrix} \right\} \to min, \\ \\ \begin{matrix} g(p) = 0{,}3\cdot(1600 - 5p_1) + 0{,}1\cdot(2000 - 3p_2) + 0{,}4\cdot(1000 - 6p_3) + \\ +0{,}6\cdot(1400 - 4p_4) + 0{,}2\cdot(800 - 2p_5) = 100 \end{matrix} \end{cases} \Rightarrow$$

Раскроем скобки и преобразуем функции,

$$f(p) = 5p_1^2 - 1850p_1 + 3p_2^2 - 2180p_2 + 6p_3^2 - 1480p_3 + 4p_4^2 - 1560p_4 + 2p_5^2 - 840p_5 + 352000$$

Находим частные производные первого порядка, приравниваем к нулю и находим значения $p1,p2,p3,p4,p5$:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f(p)}{\partial p_1} = 10p_1 - 1850; \\ \dfrac{\partial f(p)}{\partial p_2} = 6p_2 - 2180; \\ \dfrac{\partial f(p)}{\partial p_3} = 12p_3 - 1480; \\ \dfrac{\partial f(p)}{\partial p_4} = 8p_4 - 1560; \\ \dfrac{\partial f(p)}{\partial p_5} = 4p_5 - 840. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10p_1 - 1850 = 0; \\ 6p_2 - 2180 = 0; \\ 12p_3 - 1480 = 0; \\ 8p_4 - 1560 = 0; \\ 4p_5 - 840 = 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p_1 = 185; \\ p_2 \approx 363{,}33; \\ p_3 \approx 123{,}33; \\ p_4 = 195; \\ p_5 = 210. \end{cases}$$

Находим вторые производные:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 f(p)}{\partial p_1^2} = 10; \\ \dfrac{\partial^2 f(p)}{\partial p_2^2} = 6; \\ \dfrac{\partial^2 f(p)}{\partial p_3^2} = 12; \\ \dfrac{\partial^2 f(p)}{\partial p_4^2} = 8; \\ \dfrac{\partial^2 f(p)}{\partial p_5^2} = 4. \end{cases}$$

Далее, составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\Delta p_1}{\Delta p_2} \cdot \dfrac{10}{6} = \dfrac{-1{,}5}{-0{,}3}; \\ \dfrac{\Delta p_1}{\Delta p_3} \cdot \dfrac{10}{12} = \dfrac{-1{,}5}{-2{,}4}; \\ \dfrac{\Delta p_1}{\Delta p_4} \cdot \dfrac{10}{8} = \dfrac{-1{,}5}{-2{,}4}; \\ \dfrac{\Delta p_1}{\Delta p_5} \cdot \dfrac{10}{4} = \dfrac{-1{,}5}{-0{,}4}. \\ g(x) = 0{,}3 \cdot ((1600 - 5 \cdot (185 + \Delta p_1)) + 0{,}1 \cdot ((2000 - 3 \cdot (363{,}33 + \Delta p_2)) + \\ +0{,}4 \cdot ((1000 - 6 \cdot (123{,}33 + \Delta p_3)) + 0{,}6 \cdot ((1400 - 4 \cdot (195 + \Delta p_4)) + \\ +0{,}2 \cdot ((800 - 2 \cdot (210 + \Delta p_5)). \end{cases} \Rightarrow$$

Преобразовав и упростив $g(x)$, получаем:

$$1{,}5\Delta p_1 + 0{,}3\Delta p_2 + 2{,}4\Delta p_3 + 2{,}4\Delta p_4 + 0{,}4\Delta p_5 = 845{,}509.$$

Из последней системы уравнений, получаем:

$$\Delta p1 \approx 85{,}70;\ \Delta p2 \approx 28{,}57;\ \Delta p3 \approx 114{,}27;\ \Delta p4 \approx 171{,}4;\ \Delta p5 \approx 5{,}713.$$

Тогда решениями будут следующие значения переменных: $p_i^* = p_i + \Delta p_i$;

$$p_1^* = p_1 + \Delta p_1 = 185 + 85{,}70 = 270{,}7;$$
$$p_2^* = p_2 + \Delta p_2 = 363{,}33 + 28{,}57 = 391{,}9;$$
$$p_3^* = p_3 + \Delta p_3 = 123{,}33 + 114{,}27 = 237{,}6;$$
$$p_4^* = p_4 + \Delta p_4 = 195 + 171{,}4 = 366{,}4;$$
$$p_5^* = p_5 + \Delta p_5 = 210 + 5{,}713 = 215{,}713.$$

Таким образом, получили цены на изделия, которые обеспечат максимальное значение прибыли.

Предложенный метод на основе обратных вычислений может быть применен в системах поддержки принятия решения для планирования ценовой политики организации. Кроме этого, данный метод может быть использован и для решения других задач оптимизации квадратичного программирования.

Литература:

1. Грибанова Е.Б. Решение задачи оптимизации цены с помощью обратных вычислений //Моделирование, оптимизация и информационные технологии. Научный журнал. Том 7, №3. С.
2. Фарманов Р.Ф. Оптимизация закупок материальных ресурсов в системе ресурсосбережения предприятий АПК // Вопросы структуризации экономики. 2008. №3. С.32 – 37.
3. Новиков А.И., Солодкая Т.И. Задача оптимизации и построения эффективной границы инвестиционного портфеля финансовых активов // Фундаментальные и прикладные исследования кооперативного сектора экономики. 2009. №1. С.41 – 46.
4. Криничианский К.В., Безруков А.В. Некоторые практические задачи модели оптимизации портфеля // Журнал экономической теории.2012. №3. С.142 – 147.
5. Одинцов Б.Е., Романов А.Н. Итерационный метод оптимизации управления предприятиями средствами обратных вычислений // Вестник Финансового университета. 2014. №2. С. 60 – 73
6. Грибанова Е.Б. Решение задачи оптимизации закупок с помощью обратных вычислений // Экономический анализ: теория и практика. – 2018. – Т.17, №3. – С. 586 – 596.
7. Сапарова Г.Б., Маматова Р., Математическая модель прогнозирования финансового состояния предприятия //Вестник Жалал – абадского государственного университета. 2016. С. 6 – 11.
8. Сапарова Г.Б., Асанова С. Экономико – математическое моделирование влияния информационных технологий на доходность банковских операций // Известия Ошский технологический университет им. М.М. Адышева. 2016. С.47 – 52.