УДК: 37.018

Исабеков К. А., канд. физ.-мат. наук, доцент,
ikubatbek@bk.ru
Теитова Э. А., магистрант
ИГУ им. К.Тыныстанова, Кыргызстан

ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Цель статьи – раскрыть проблемы при решении математических задач в школьном курсе математики. Изучая математику в школе, колледже, вузе, необходимо усвоить определенную систему понятий, предложений и доказательств, но, чтобы овладеть этой системой и затем успешно применять приобретенные знания и умения, обучая младших школьников и решая задачу их развития средствами математики, нужно сначала понять, каковы особенности математических задач, как устроены они, а также определения, предложения, выражающие свойства задач.

Авторами рассмотрены основные особенности, требования и указаны наиболее часто встречающиеся ошибки при решении математических задач. Примером объясняется, что для сведения практических задач к математическим, реальные объекты, рассматриваемые в этих задачах, заменяются соответствующими математическими объектами. А также отмечается, что всякая задача содержит одно или несколько условий – высказываний, принимаемых нами за истинные, и одно или несколько требований. Решение любой задачи состоит в том, что находят такую последовательность общих положений математики, применяя которые к условиям задачи или к их следствиям в конечном итоге удовлетворяем требования задачи.

Ключевые слова: *математические задачи, ошибки, модель задачи, решение задачи, требования, умножение, многочлен, фигура, школьник, действие, нестандартные задачи.*

Исабеков К. А., физ.-мат. илимд. канд., доцент,

ikubatbek@bk.ru
Теитова Э. А., магистрант,
К. Тыныстанов ат. ЫМУ, Кыргызстан

МЕКТЕПТИН МАТЕМАТИКА КУРСУНДАГЫ МАСЕЛЕЛЕРДИН НЕГИЗГИ ӨЗГӨЧӨЛҮКТӨРҮ

Макаланын максаты – мектептин математика курсунда математикалык маселелерди чыгаруудагы көйгөйлөрдү ачып берүү. Мектепте, колледжде, университетте математиканы окутууда түшүнүктөрдүн, сүйлөмдөрдүн жана далилдердин белгилүү бир системасын өздөштүрүү зарыл, бирок бул системаны өздөштүрүү жана андан кийин алган билимдерин жана көндүмдөрүн ийгиликтүү колдонуу үчүн, мектеп окуучуларын окутууда жана аларды математиканын жардамы менен чыгарууда адегенде математикалык маселелердин кандай өзгөчөлүктөргө ээ экендигин, алар кандай жайгаштырылгандыгын, ошондой эле маселелердин касиеттерин билдирген аныктамаларды, сүйлөмдөрдү түшүнүү керек.

Макалада негизги өзгөчөлүктөр, талаптар каралып чыгып, математикалык маселелерди чыгарууда эң көп кездешкен каталар көрсөтүлгөн. Мисал менен практикалык маселелерди математикалык маселелерге алмаштыруу үчүн, бул маселелерде каралуучу реалдуу объектилер тиешелүү математикалык объектилер менен алмаштырылары түшүндүрүлөт. Ошондой эле ар бир маселе бир же бир нече шарттарды, б. а,. биз чындык деп кабыл алган билдирүүлөрдү жана бир же бир нече талаптарды камтыйт. Ар кандай маселени чечүү бул – математиканын жалпы жоболорунун ушундай ырааттуулугун табуу, аларды маселенин шарттарына же алардын натыйжаларына колдонуу менен маселенин талаптарын канааттандыруу.

Өзөктүү сөздөр: *математикалык маселелер, каталар, маселенин модели, маселе чыгаруу, талаптар, көбөйтүү, көп мүчө, фигура, окуучу, аракет, стандарттуу эмес маселелер.*

Isabekov K., PhD, E-mail: ikubatbek@bk.ru
Teitova E. A, master,
IGU K.Tynystanov, Kyrgyzstan

THE MAIN FEATURES OF TASKS IN THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

The purpose of the article is to reveal the problems in solving mathematical problems in the school mathematics course. When studying mathematics at school, college, university, it is necessary to master a certain system of concepts, sentences and proofs, but in order to master this system and then successfully apply the acquired knowledge and skills, teaching younger students and solving the problem of their development by means of mathematics, you must first understand what are the features mathematical problems, how they are arranged, as well as definitions, sentences expressing the properties of problems.

The authors considered the main features, requirements and indicated the most common errors in solving mathematical problems. An example explains that in order to reduce practical problems to mathematical ones, the real objects considered in these problems are *replaced by the corresponding mathematical objects. It is also given that every task contains one or more conditions - statements that we take as true, and one or more requirements.*

The solution of any problem consists in finding such a sequence of general provisions of mathematics, applying which to the conditions of the problem or to their consequences, we ultimately satisfy the requirements of the problem.

Keywords: *Mathematical problems, errors, problem model, problem solution, requirements, multiplication, polynomial, figure, student, action, non-standard problems.*

Основные требования построения определений математических понятий.

Важнейшим требованием общества к подготовке выпускников школ является формирование у них широкого научного мировоззрения, основанного на прочных знаниях и жизненном опыте, готовности к применению полученных знаний и умений в процессе своей жизнедеятельности.

Школьник в математике должен учиться многим важным умениям, играющим огромную роль в жизни каждого человека, в его работе: строить математические объекты, правильно определять понятия об этих об этих объектах, устанавливать и доказывать существенные свойства этих понятий, проводить их классификацию. Но есть еще одно трудное, но важное умение, которому школьнику надо научиться, - это умение решать задачи.

Ведь с задачами (житейскими, производственными, научными) человек встречается ежедневно. Любое дело, любая работа в конечном счете сводится к решению задач. Поэтому научить школьников решать задачи чрезвычайно важно. Конечно, в математике решаются не любые задачи, а лишь математические и сводимые к ним. Но умение решать математические задачи, и тот, кто умеет решать эти задачи, сумеет решить и другие.

Поэтому надо постоянно говорить: “Учитесь, учитесь решать математические задачи”!

Работа над задачами не должна сводится к натаскиванию учащихся на решение задач сначала одного вида, а затем другого и т.д. Главная ее цель – научить детей осознано устанавливать определенные связи между данными и искомым в разных жизненных ситуациях, предусматривая постепенное их усложнение. Чтобы добиться этого, учитель должен предусмотреть в методике обучения решению задач каждого вида такие ступени:

1. Подготовительную работу к решению задач;
2. Ознакомление с решением задач;
3. Закрепление умения решать задачи.

Рассматривая задачу в узком смысле этого понятия, в ней можно выделить следующие составные элементы:

1. Словесное изложение сюжета, в котором явно или в завуалированной форме указана функциональная зависимость между величинами, числовые значения которых входят в задачу.
2. Числовые значения величин или числовые данные, о которых говорится в тексте задачи.
3. Задание, обычно сформулированное в виде вопроса, в котором предлагается узнать неизвестные значения одной или нескольких величин. Эти значения называют искомыми.

Почему некоторые школьники не умеют самостоятельно решать задачи? Почему не знают, как подступиться к решению новой незнакомой задачи?

Главная причина состоит в том, что эти ученики не понимают сущность задачи, сущность их решения, не владеют общими методами поиска их решений.

Решение задач - сложная работа. Материалом, над которым производится эта работа, - сами задачи, методы их решения - это инструменты для работы, а само решение – это процесс работы, процесс применения инструментов к материалу. Поэтому, чтобы облегчить решение задачи, надо, конечно, знать материал этой работы, т.е. сами задачи – как они устроены, из чего состоят, надо знать и владеть инструментами - методами решения задач, и научиться разумно применять эти инструменты.

Рассмотрим основные особенности задач, решаемых в математике. В математике решаются собственно математические задачи, объектами которых являются какие–либо математические объекты, понятия и практические задачи, сводимые к математическим задачам, объектами которых являются реальные предметы или явления.

Примерами математических задач являются задачи на решение уравнений, неравенств, разные геометрические задачи и т.д. Примерами практических задач являются задачи, в которых речь идет о движении поездов, о работе, о размерах реальных предметов и т.д.

Для сведения практических задач к математическим, реальные объекты, рассматриваемые в этих задачах, заменяются соответствующими математическими объектами (числами, отрезками, функциями и т.д.), и тем самым получается модель практической задачи - математическая задача. Приведем пример [8].

Задача 1. *Велосипедист едет из одного города в другой со скоростью $10\ км/ч$. Если бы он ехал со скоростью $12\ км/ч$, то приехал бы в город на $4\ ч$ раньше. Каково расстояние между городами?*

Для решения этой задачи рассматриваемые в ней реальные объекты –

расстояние между городами и скорости велосипедиста - заменяем соответственно математическими объектами - искомое x и числа 10 и12. Тогда легко составить уравнение:

$$\frac{x}{10} = \frac{x}{12} + 4 \ .$$

Это уравнение и есть модель данной задачи - соответствующая математическая задача.

Как устроены задачи? Из каких частей они состоят?

Всякая задача содержит одно или несколько условий – высказываний, принимаемых нами за истинные, и одно или несколько требований.

Задача 2. *В круге проведены две взаимно перпендикулярные хорды, одна длиной* $16\,см$ *, другая* $14\,см$ *. Расстояния этих хорд до центра равны* $1\,см$ *и* $4\,см$ *. Определить отрезки, на которые делятся хорды точкой их пересечения.*

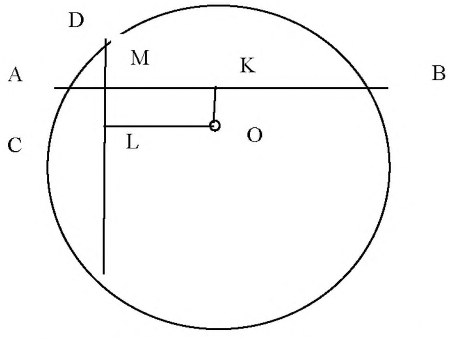
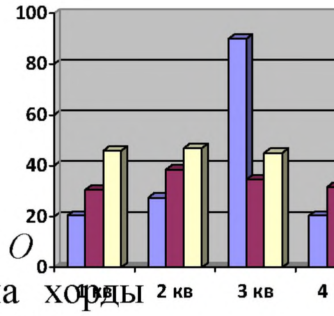


Рис.1



Построим указанные в задаче объекты: окружность центра O взаимно перпендикулярные хорды. Из центра O опустим на хорды перпендикуляры, чтобы найти их расстояние от центра (рис.1). Тогда в этой задаче можно выделить следующие условия и требования: [8]

Условия: 1) O- центр окружности; 2) AB-хорда; 3) CD-хорда; 4) $AB \perp CD$; 5) $AB = 16$; 6) $CD = 14$; 7) M -точка пересечения AB и CD; 8) $OK \perp AB$; 9) $OK = 1$; 10) $OL \perp OD$; 11) $OL = 4$.

Требования: 1) найти AM ; 2) найти BM ; 3) найти CM ; 4) найти DM .

Как видим, эта простая задача содержит 11 условий и 4 требования. А как построены условия? Анализируя их, устанавливаем, что каждое условие содержит один или несколько объектов, о которых идет речь в условиях. Так, в условии 1 имеется один объект- точка O, точно так же в условиях 2 и 3 по одному объекту- отрезки AB и CD, а вот уже в условии 4 два объекта: отрезки AB и CD, а в условии 7 даже три объекта: отрезки AB и CD и точка M . По одному объекту содержат условия 5, 6, 9 и 11 и по два объекта условия 8 и 10.

Если в условии имеется один объект, то указывается его качественная или количественная характеристика. Так в условии 1 объект - точка O характеризуется как центр окружности, в условиях 2 и 3-объекты – отрезки AB и CD характеризуются как хорды. Это все качественные характеристики. В условии 5 дается количественная характеристика объекта – отрезка AB, а именно указано, что его длина равна 16. Точно так же в условиях 6, 9 и 11 указаны количественные характеристики рассматриваемых там объектов.

Если же в условии заданы два или более объекта, то указывается соотношение между ними. Так, в условии 4 два объекта - отрезки AB и CD и в нем указано соотношение между ними: они взаимно перпендикулярны. В условии 7 соотношения между тремя ее объектами состоят в том, что один из них – точка M есть точка пересечения двух других объектов – отрезков AB и CD и т.д.

Что касается требований, то в математических задачах наиболее часто встречаются такие виды требований: 1) найти искомое (величину, форму, отношение); 2) преобразовать заданный объект в другой вид; 3) построить некоторый объект с заданными характеристиками; 4) доказать справедливость некоторого утверждения.

В приведенной задаче 2 все четыре требования первого вида. Теперь рассмотрим, в чем состоит решение задачи.

Будем решать задачу 2.

1. В четырехугольнике $OKML$ углы L, K и M - прямые по построению, тогда и угол O также прямой, ибо сумма углов четырехугольника равна 360°.
2. Следовательно, по определению прямоугольника этот четырехугольник $OKML$ - прямоугольник.
3. В прямоугольнике противоположные стороны равны, поэтому $MK = OL$, а OL по условию 11 равен 4, значить, и $MK = 4$ и т.д.

Как видим, решение задачи состоит из одного или нескольких шагов. Каждый шаг решения состоит в том, что мы применяем какое-то общее положение математики (определение, теорему, формулу, правило и др.) к условиям задачи или к полученным ранее результатам решения и выводим из этого следствие. Следствием последнего шага решения задачи должно быть то, что требуется в задаче.

Итак, решение любой задачи состоит в том, что находят такую последовательность общих положений математики, применяя которые к условиям задачи или к их следствиям в конечном итоге удовлетворяем требованиям задачи.

Наибольшая трудность в решении задачи – это нахождение указанной последовательности общих положений математики. Если эта последовательность уже найдена, то все остальные в решении – применение этих общих положений к условиям задачи или к следствиям, не представляет труда.

Для многих задач в самой математике разработаны эти последовательности общих положений, которые образуют известные общие правила (или, как говорят, алгоритмы) решения задач определенного вида [8].

Так, например, для производства всех действий над числом имеются готовые правила. Имеются особые правила и для решения многих алгебраических и геометрических задач. Однако большей частью эти правила сформулированы в математике в свернутом виде. Для того чтобы применить их для решения соответствующих задач, ученик должен эти свернутые правила развернуть в пошаговую программу.

Например, формула $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ есть правило для возвышения двучлена в квадрат. Для применения этого правила к решению какой-либо задачи надо это правило развернуть в пошаговую программу. Покажем, как это делается на примере решения задачи:

Представить в виде многочлена выражение $(2x-3y)^2$.

1 шаг	Найти в заданном двучлене первый и второй члены	$a=2x$, $b=-3y$
2 шаг	Возвысить первый член в квадрат	$a^2=4x^2$
3 шаг	Найти удвоенное произведение членов двучлена	$2ab=2(2x)(-3y)=-12xy$
4 шаг	Возвысить в квадрат второй член	$b^2=(-3y)^2=9y^2$
5 шаг	Сложить результаты 2, 3 и 4-го шагов	$4x^2-12xy+9y^2$

Таким образом, надо научить школьников решать задачи, математические и практические. Для этого прежде всего надо очень внимательно их изучать, анализировать, устанавливать каждый раз условия и требования, содержащие в задаче, выяснять, какие объекты, их характеристики и отношения входят в условия, что означают требования задачи. На такой подробный и тщательный анализ не надо жалеть ни времени, ни сил. Только на основе такого анализа будет эффективен ваш поиск способов решения задач. При этом следует помнить, что решение задачи сводится к нахождению таких общих положений математики, применяя которые к условиям задачи или к их следствиям можно удовлетворить ее требования. Поэтому общие положения математики: ее аксиомы, теоремы, правила, формулы, тождества надо знать, надо помнить. Без такого знания ученик не сумеет решать задачи.

Нахождение способа решения задачи подобно изобретению, а изобретение требует воображения, догадки, фантазии. Поэтому надо развивать у ученика эти качества.

А главное – учить не спешить при решении задач, не стремиться решить как можно больше задач. Лучше решить меньше задач, но вдумчиво, с пользой. А для этого, ученик решив задачу, должен обдумать проделанное решение, установить, в чем своеобразие задачи, ее решение, что нового он узнал и приобрел, решив эту задачу. Вот эти общие и специальные приемы, которые использовались при решении задач, надо ученику запомнить и усвоить. Все это пригодится ему при решении других задач.

Литература:

1. Андреев И. Д. Проблемы логики и методологии познания, -М.: Наука; 1972.
2. Баранов С. П. Сущность процесса обучения. -М.: Просвещение, 1981.
3. Виленкин Н. Я. Современные проблемы школьного курса математики и их исторические аспекты // Математика в школе. -1989, N 1.
4. Рогановский Методика преподавания в средней школе, Мн., «Высшая школа», 1990.
5. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача, -М., «Просвещение», 1998.
6 Колягин Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе, -М., «Просвещение», 1999.
7. Столяр А. А. Логические проблемы преподавания математики, Мн., «Высшая школа», 2000.
8. Фридман Л. М. Учитесь учиться математике. -М.: Просвещение, 1985.
9. Молчанова Г. А. Проблемы школьного учебника. -М.: Просвещение, 1991.