

**ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СКОРОСТЬЮ, УСКОРЕНИЕМ, ВРЕМЕНЕМ И
РАССТОЯНИЕМ В РАЗЛИЧНЫХ СИТУАЦИЯХ ПРИ ДВИЖЕНИИ
АВТОМОБИЛЯ ПО ГОРНЫМ ДОРОГАМ**

Бул макалада автомобиль жолдорунда кыймылдагандагы ар кандай абалдардагы ылдамдыктын, ылдамдануунун, убакыттын жана аралыктын өз ара көзкарандылыгы боюнча суроолор каралды.

В данной статье рассмотрены вопросы зависимости между скоростью, ускорением, временем и расстоянием в различных ситуациях при движении автомобиля по горным дорогам.

In given article dependence questions between speed, acceleration, time and distance in various situations are considered at car movement on mountain roads.

Механика автомобиля делится на три составные части: статику, кинематику и динамику. К статическим характеристикам автомобиля относятся его размеры и вес. Кинематика занимается изучением движения без рассмотрения его причин и является чисто геометрической наукой. Поэтому вопрос о соотношении видимых элементов дороги с размерами и эксплуатационными характеристиками автомобиля относят к проектированию геометрических элементов. Динамика занимается изучением сил, вызывающих движение, или вносящих в движение какие-либо изменения. Основными движениями или маневрами автомобиля являются разгон, поворот, торможение. Размеры автомобиля определяют ширину полосы движения, ширину обочины, длину и ширину площади для стоянки, характер вертикальных кривых, расстояние видимости и геометрию устройств для разбиения транспортного потока на части. От веса автомобиля зависит не только тип дорожного покрытия, но и расход топлива, скорость движения.

Там, где сила вызывает перемещение, в обязательном порядке присутствует ускорение. Если положим, что ускорение постоянно, можем получить уравнение, выражающее зависимость

$$\frac{dv}{dt} = a ; \tag{1}$$

проинтегрируем $\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt$; отсюда $v \Big|_{v_0}^v = at \Big|_0^t$; $v - v_0 = at$ тогда

$$v = v_0 + at; \quad (2)$$

но $v = \frac{dx}{dt}$; $\frac{dx}{dt} = v_0 + at$; $dx = (v_0 + at) dt$; интегрируем обе части: $\int_0^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt$;

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2; \quad (3)$$

где a – ускорение, v – скорость; v_0 – начальная скорость; t – время; x – расстояние.

Формулы (1) – (3) выражают соотношение между ускорением и временем, скоростью и временем, расстоянием и временем, если движение равно ускорению, из выражения (1) можем получить формулу для расстояния как функции скорости:

$$a = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}; \quad \int_0^x a dx = \int_{v_0}^v v dv; \quad \text{отсюда } ax \Big|_0^x = \frac{1}{2} v^2 \Big|_{v_0}^v = \frac{1}{2} (v^2 - v_0^2);$$

$$x = \frac{1}{2a} (v^2 - v_0^2). \quad (4)$$

Если положим, что ускорение не постоянно, а изменяется обратно пропорционально скорости, то можно найти основные формулы, связывающие ускорение, скорость и расстояние со временем. Из механики известно, что обратно пропорциональная зависимость между ускорением и скоростью может быть выражена дифференциальным уравнением:

$$\frac{dv}{dt} = \alpha - \beta v; \quad (5)$$

где α и β – постоянные, причем постоянная α имеет размерность ускорения, а β^{-1} – размерность времени. При $v = 0$ имеем $\frac{dv}{dt} = \alpha$ значит, α – максимальное ускорение, а $\frac{\alpha}{\beta}$ – максимальная допустимая скорость. Если в момент времени $t = 0$ автомобиль движется со скоростью v_0 , тогда пределы интегрирования для равенства (5) равны:

$$\frac{1}{-\beta} \int_{v_0}^v \frac{-\beta dv}{\alpha - \beta v} = \int_0^t dt \quad (\text{т.к. } dv = (\alpha - \beta v) dt; \quad \frac{dv}{\alpha - \beta v} = \frac{\alpha - \beta v}{\alpha - \beta v} dt; \quad \frac{dv}{\alpha - \beta v} = dt; \quad \frac{-\beta dt}{-\beta(\alpha - \beta v)} = dt).$$

Получим формулу связывающую скорость со временем $\frac{\ln(\alpha - \beta v)}{-\beta} \Big|_{v_0}^v = t$;

$$\ln(\alpha - \beta v) \Big|_{v_0}^v = -\beta t; \quad \ln(\alpha - \beta v) - \ln(\alpha - \beta v_0) = -\beta t; \quad \ln\left(\frac{\alpha - \beta v}{\alpha - \beta v_0}\right) = -\beta t; \quad \text{потенцируем:}$$

$$\frac{\alpha - \beta v}{\alpha - \beta v_0} = e^{-\beta t}, \quad \text{отсюда}$$

$$v = \frac{\alpha}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) + v_0 e^{-\beta t}; \quad (6)$$

так как $v = \frac{dx}{dt}$, проинтегрируем равенство (6), получим выражение расстояния как функцию времени:

$$x = \frac{\alpha}{\beta} t - \frac{\alpha}{\beta^2} (1 - e^{-\beta t}) + \frac{v_0}{\beta} (1 - e^{-\beta t}). \quad (7)$$

Подставив выражение из (6) в равенство (5), получим соотношение между ускорением и временем при маневре, связанном с изменением скорости:

$$\frac{dv}{dt} = (\alpha - \beta v_0) e^{-\beta t}. \quad (8)$$

Наиболее ценным качеством современного автомобиля является его маневренность в транспортном потоке, которая проявляется в приемистости, особенно это важно на трассах в горной местности, что позволяет избежать многие дорожно-транспортные происшествия. Движение автомобиля, скорость которого изменяется с наибольшей возможной быстротой от какой-то начальной до максимальной, довольно точно описывается моделью движения с переменным ускорением.

На рис. 1 показаны силы, приложенные к автомобилю. К силам, препятствующим движению автомобиля, относятся сопротивление воздуха, сопротивление качению, сопротивление, создаваемое подъемом дороги и сопротивление трения.

Сопротивление качению – это результирующая внутренних сил, которые препятствуют движению автомобиля. Сопротивление, создаваемое подъемом дороги – это составляющая веса автомобиля, которая действует в плоскости дороги. Тяговое усилие равно усилию, создаваемому двигателем, минус внутренние потери на трение; именно это усилие преодолевает силы сопротивления и обеспечивает движение автомобиля. Приемистость автомобиля определяется превышением тягового усилия над силами сопротивления.

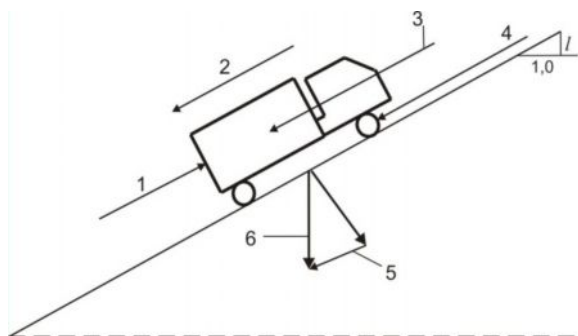


Рис.1. Силы, приложенные к движущемуся автомобилю: 1 – тяговое усилие, создаваемое двигателем; 2 – сопротивление воздуха; 3 – сопротивление качению; 4 – трение между колесами и дорогой; 5 – сопротивление, вызванное подъемом дороги; 6 – вес автомобиля

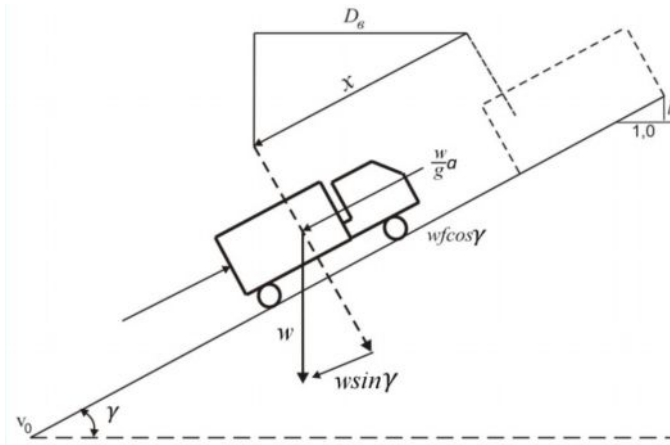


Рис. 2. Условия торможения автомобиля при подъеме: w – вес автомобиля; v_0 – скорость в начале торможения; f – коэффициент трения между колесами и дорогой; γ – угол подъема; G – подъем в процентах, деленный на 100 (равен $\tan \gamma$); g – ускорение силы тяжести; x – тормозной путь по дороге; D_e – тормозной путь по горизонтали

В теории полагают, что все вышеуказанные силы приложены к центру тяжести автомобиля. Однако сила трения действует между поверхностью дорожного покрытия и шинами автомобиля. Именно эта сила трения позволяет водителю трогаться с места, останавливаться и маневрировать. Трение можно определить как силу, препятствующую движению. Обычно учитываем трение двух видов – трение качения и трение скольжения, причем каждое из них можно разделить на трение покоя и трение движения. Трение скольжения можно представить множеством явлений, в частности, медленным движением автомобиля при торможении. Трение покоя при скольжении больше трения движения. При покое из-за небольших шероховатостей между двумя телами, видимо, устанавливается более тесный контакт. После начала движения как для быстрого, так и для медленного перемещения одного тела по поверхности другого требуется одна и та же сила. Значит, теоретически трение скольжения не зависит от относительной скорости контактных поверхностей.

Условия торможения автомобиля на подъеме показаны на рис. 2. Тормозной путь определяется путем решения уравнения сил, действующих на автомобиль в плоскости дороги:

$$\frac{w}{g} a + w f \cos \gamma + w \sin \gamma = 0. \quad (9)$$

Так как торможение вызывает остановку автомобиля ($v = 0$), из формулы (4) $a = -\frac{v_0^2}{2x}$; причем $D_e = x \cos \gamma$, значит

$$D_e = \frac{v_0^2}{2g(f + G)} ; \quad (10)$$

если $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, v_0 – км/ч, то тормозной путь в метрах

$$D_e = \frac{v_0^2}{254(f + G)} . \quad (11)$$

В действительности при торможении коэффициент трения между шинами и дорожным покрытием не есть величина постоянная. При пользовании формулой тормозного пути полагают, что коэффициент f описывает весь диапазон изменения скорости. Однако на практике значение f не одинаково во всех случаях, а фактически изменяется обратно пропорционально скорости автомобиля. При высоких скоростях фактический тормозной путь зависит в большей степени от устройства тормозной системы, чем от проскальзывания шин. Временное ухудшение работы тормозов, вызываемое нагревом, давлением воздуха в шинах, вид протектора, шин, состояния дорожного покрытия, наличие на дороге воды, грязи, льда сказываются на коэффициенте трения. При выборе значения коэффициента трения для конкретных условий необходимо учитывать его зависимость от скорости, веса, типа автомобиля и тормозов. Проскальзывание шин при больших скоростях движение затрудняет управление автомобилем и часто приводит к дорожно-транспортным происшествиям.

Необходимо, видимо, отмечать проскальзывание шин во всех протоколах при дорожно-транспортных происшествиях; включать в курс водителей соответствующие рекомендации по данному вопросу; снабжать водителей сведениями о состоянии дорог; устанавливать указатели на скользких участках дорог.

По длине D_e следов, оставленных шинами заторможенного автомобиля на дороге, можно найти скорость автомобиля v в начале торможения. Для определения тормозного пути D_e сначала измерим длину следов каждой шины, сложим эти длины и разделим на 4. Затем по известной скорости v_t путем пробного торможения при аналогичных условиях можем вычислить коэффициент трения:

$$f = \frac{v_t^2}{254D_t} - G . \quad (12)$$

Искомую скорость v находим по формуле (11), затем подставив значения f из формулы (12):

$$v = \left(\frac{D_e}{D_t} \right)^{\frac{1}{2}} v_t . \quad (13)$$

Расчетная скорость, найденная по формулам (12) и (13), всегда меньше фактической. Это происходит вследствие того, что любое уменьшение скорости до начала скольжения и наличие какой-то скорости при ударе, если говорим о дорожно-

транспортном происшествии, закончившимся ударом, не отражается на длине следов шин автомобиля. Часто возникает необходимость в определении скорости автомобиля в момент удара. Более того, данные о силах и деформациях, вызываемых столкновениями, очень важны для конструкторов автомобилей и проектировщиков геометрических элементов дороги. Причиной многих дорожно-транспортных происшествий является столкновение автомобиля со стационарными сооружениями в полосе отвода автомобильной дороги. Допустимое с физической точки зрения замедление определяет конструкцию ремней безопасности для водителей и пассажиров. Допустимые нагрузки связаны со временем (до 40g в течение нескольких десяти + долей секунды) и скоростью нарастания усилия (не более 500g/c). Теоретически выраженная через g нагрузка на водителя равна средней силе F , действующей на автомобиль при ударе, деленной на вес автомобиля w :

$$a = \frac{F}{w} g. \quad (14)$$

Среднюю силу при ударе можно найти, приравняв уменьшение кинетической энергии автомобиля к работе, затраченной на его деформацию:

$$F = \frac{wv^2}{2gd}, \quad (15)$$

где d – суммарная деформация.

Удар на большой скорости не обязательно связан с воздействием на водителя недопустимо больших нагрузок, ибо сам автомобиль поглощает значительную энергию. Сравнение результатов испытаний на лобовое столкновение двух автомобилей с результатами, полученными при столкновении с неподвижным препятствием, показало, что связанные с замедлением силы примерно одинаковы. Величина поглощаемой каждым автомобилем при столкновении кинетической энергии соответствует столкновению автомобиля с неподвижным препятствием. Это наблюдение противоречит распространенному мнению, что нагрузка на каждого водителя при лобовом столкновении пропорциональна сумме скоростей автомобилей. Результаты испытаний свидетельствуют о необходимости тщательного конструирования рам автомобилей. Результаты дорожно-транспортных происшествий были бы не столь тяжелыми, если бы рамы автомобилей включали элементы, предназначенные для поглощения энергии при ударе. Последствия столкновения автомобиля с каким-либо стационарным сооружением могут быть значительно смягчены путем увеличения поглощения энергии этим препятствием.

Большое значение имеет разработка критериев проектирования ограждений и столбов дорожных знаков, обеспечивающих уменьшение числа смертельных исходов и

тяжелых увечий при наезде на них, при этом необходимо учитывать, что возможность повреждения дорожных сооружений имеет второстепенное значение.

Движение автомобиля определяется углами бокового увода передних и задних колес и соотношением между ними. Из-за наличия боковой силы, обусловленной центральным ускорением, приложенным к центру тяжести автомобиля, направление, обеспечиваемое рулевым механизмом, должно отличаться от заданного направления движения на угол бокового увода. Если угол бокового увода передних колес больше, чем задних, то автомобиль будет двигаться по плавной кривой в направлении действия центробежной силы – это так называемая недостаточная поворачиваемость автомобиля. Если же угол бокового увода задних колес больше, чем передних, то автомобиль будет двигаться по кривой в противоположном направлении. В первом случае автомобиль характеризуется лучшей управляемостью. На управляемость автомобиля влияет также давление воздуха в шинах и распределение веса по осям. Для обеспечения равновесия центробежная сила должна быть уравновешена другой силой, которая называется боковой реактивной силой; она возникает в результате трения в поперечном направлении между шинами и дорогой. Эта сила изменяется в зависимости от угла бокового увода и определяется конструкцией шин и дорожным покрытием.

При повороте автомобиля проблемы управляемости усложняются. Задние колеса не могут следовать по тем же дугам окружности, что и передние. Радиус поворота передних колес больше, чем задних, поэтому радиус поворота наружного переднего колеса является определяющим, это и есть минимальный радиус поворота автомобиля. Эта характеристика автомобиля играет важную роль при проектировании устройств для разделения транспортных потоков, стоянок и подъездных дорог. При повороте на любой автомобиль действует центробежная сила (радиальная, направленная от центра поворота), противоположная центростремительной силе, вызываемой трением колес о поверхность дороги. Если дорога имеет поперечный уклон, то составляющая веса автомобиля параллельна поверхности дороги, также действует в направлении, противоположном центробежной силе.

Приравнивая составляющие центробежной и центростремительной сил, а также веса автомобиля, параллельные поверхности дороги, получим:

$$\frac{w}{g} a \cos \gamma = w f \cos \gamma + w \sin \gamma . \quad (16)$$

При криволинейном движении основное соотношение между ускорением a , скоростью v и радиусом кривизны R имеет вид:

$$a = \frac{v^2}{R} . \quad (17)$$

Подставив выражение (17) в формулу (16) и обозначив $l = tg$, где l – уклон, измеряемый перепадом высоты на поперечном участке дороги длиной 1 м. Получим основное выражение, связывающее уклон, коэффициент трения в поперечном направлении, радиус кривизны и скорость автомобиля:

$$R = \frac{v^2}{g(l + f)}. \quad (18)$$

Если $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, скорость автомобиля в км/ч, то после преобразования в одни единицы получим:

$$R = \frac{v^2}{127(l + f)}. \quad (19)$$

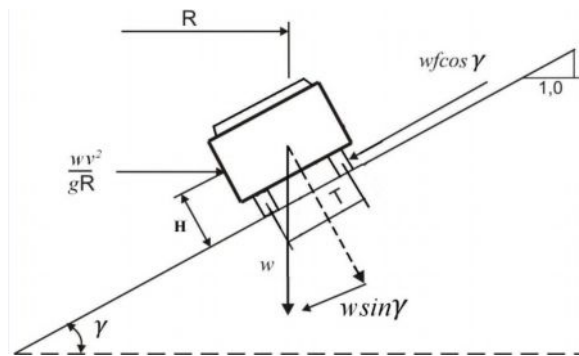


Рис. 3. Силы, действующие на автомобиль при повороте: w – вес автомобиля; f – коэффициент трения в поперечном направлении; g – ускорение силы тяжести; v – скорость автомобиля; R – радиус поворота; γ – угол поперечного уклона; $l = tg \gamma$ (поперечный уклон); T – ширина колеи; H – высота центра тяжести

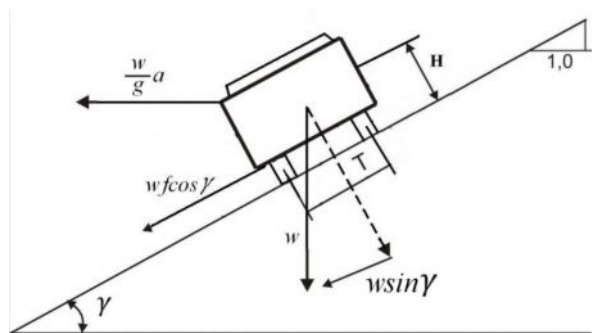


Рис. 4. Силы, действующие на скользящий по откосу дороги автомобиль: w – вес автомобиля; f – коэффициент трения в поперечном направлении; g – ускорение силы тяжести; a – ускорение автомобиля; γ – угол поперечного уклона; $l = tg \gamma$; T – ширина колеи; H – высота центра тяжести

Устойчивость автомобиля на повороте можно рассчитать, найдя моменты относительно его наружных колес. При опрокидывании, вес автомобиля действует только на наружные колеса, это можно записать таким образом:

$$\left(\frac{w}{g} a \cos \gamma - w \sin \gamma\right) H = w \cos \gamma \frac{T}{2}. \quad (20)$$

Поделив обе части равенства на $H \cdot w \cos \gamma$, получим, с учетом $l = tg \gamma$:

$$\frac{a}{g} - l = \frac{T}{2H}, \quad (21)$$

где T – ширина колеи, H – высота центра тяжести автомобиля.

Правая часть выражения (21) представляет собой коэффициент устойчивости. Из равенства (16) можно получить (поделив на $w \cos \gamma$):

$$\frac{a}{g} - l = f. \quad (22)$$

Объединив формулы (21) и (22), получим:

$$f = \frac{T}{2H}. \quad (23)$$

Для сравнения влияния на коэффициент устойчивости $\frac{T}{2H}$ изменения ширины колеи T и высоты центра тяжести H необходимо взять частные производные выражения (23) как по T , так и по H : $\frac{df}{dT} = \frac{1}{2H}$; $\frac{df}{dH} = -\frac{T}{2H^2}$. Изменение колеи оказывает меньшее влияние, чем высота центра тяжести. Поэтому повышение устойчивости современных автомобилей осуществляется в основном путем уменьшения высоты центра тяжести.

Понятие устойчивости имеет значение не только при рассмотрении случаев поворота на горизонтальной дороге и поворота на дороге с виражом. Весьма большое количество дорожно-транспортных происшествий на автомобильных дорогах связано не со столкновениями, а со съездами автомобиля с дороги. На рис. 4 указаны силы, приложенные к автомобилю, скользящему по боковому откосу насыпи дороги. В отличие от движения по виражу (рис. 3), в этом случае основное уравнение имеет вид:

$$\frac{a}{g} + l = \frac{T}{2H} = f, \quad (24)$$

где l – уклон откоса.

Вывод: любой автомобиль будет при повороте скользить по дороге, если его размеры таковы, что $\frac{T}{2H}$ превышает коэффициент трения f . Величина трения зависит от ускорения автомобиля $\frac{a}{g}$, поперечного уклона l , характеристики шин и дорожного покрытия. Теоретически, при движении с большой скоростью по закруглению автомобиль не должен опрокидываться, так как обеспечено достаточное сцепление шин с дорогой, которое препятствует скольжению.

Список литературы

1. Бельский А.Е. Расчет скоростей движения на автомобильных дорогах. – М.: Транспорт, 1966. – 192 с.
2. Гуревич Л.В., Рушевский П.В. Управление движением на улицах и дорогах. – М.: Транспорт, 1972.
3. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Наука, 1974. – 480 с.