

УДК: 37.02.

**БОЛОЧОК МАТЕМАТИКА МУГАЛИМДЕРИН ФУНКЦИЯ ТҮШҮНҮГҮН  
ОКУТУУДА ОКУУЧУЛАРДЫН ОЙ ЖҮГҮРТҮҮ ИШМЕРДҮҮЛҮГҮН  
КАЛЫПТАНДЫРУУ КОМПЕТЕНЦИЯЛАРЫН ӨНҮКТҮРҮҮ**

*Аванова Ж.А., Ураимхалилова А.  
ЖАМУ, Жалал-Абад шаары*

**Аннотация**

*Макалада мектеп курсунда функция түшүнүгүн окутуунун физикалык, турмуштук практикалык, математикалык жана экономикалык моделдери аркылуу болочок математика мугалимдерин окуучулардын ой жүгүртүү ишмердүүлүгүн калыптандырууга даярдоонун айрым жолдору каралган жана бул маселени чечүүнүн айрым шарттары аныкталган.*

**Abstract**

*The article discusses some to prepare future of mathematics to form a mental of students in the study of factions in the school mathematics courses, and with the help of practical and economic models. Some of the conditions for solving this problem were identified.*

Жаратылыштагы кубулуштардын жана чоңдуктардын өз ара байланышын чагылдыруучу түшүнүктөрдүн бири – бул функция түшүнүгү. Бул түшүнүк математика үчүн эң маанилүү болуу менен анын негизги тармагы – математикалык анализ үчүн фундаменталдык түшүнүк болуп эсептелет. Мектеп курсунда сан функциясы жөнүндө көбүрөөк айтылат – бул математика илиминин башка табигый илимдер (физика, биология, химия, ж.б.) менен тыгыз байланышта экендиги менен түшүндүрүлөт. Тилекке каршы каршы бул түшүнүктү окутууда анын табигый маанисине анчейин маани берилбей формалдуу түрдө абстрактуу формада (аныктамасы, формуласы, графиги дедуктивдүү түрдө) окутулуп жаткандыгы байкалат. Мунун башкы себебин мугалимдердин өздөрү функция түшүнүгүнүн турмуштук практикалык жагын жана башка илимдердеги колдонулушундагы математикалык байланыштарды жакшы талдоого көнүкпөгөндүгүндө деп баалоого болот. Мындай байланыштарды аныктоо **окуучулардын ой жүгүртүү ишмердүүлүгүн калыптандыруунун негизи болуп саналат. Андан сырткары бул жагдай функция түшүнүгү окуучулардын түшүнүп өздөштүрүүсү үчүн маанилүү шартты түзөт.** Ошондуктан келечектин математика мугалимдери болгон студенттерге бул проблеманы чечүүнүн жолдорун терең үйрөтүү зарыл. Ушуга байланыштуу мектеп курсунда функция түшүнүгүн окутуунун методикасын окутууда төмөндөгү маселелер каралууга тийиш:

1. Функция түшүнүгүнүн үйрөтүү жана калыптандыруу башталгыч класстардан баштап системалуу түрдө, такай окутууларын жана ал кандай формада үйрөтүлөөрү (бул окуучулардын билимдерин актуалдаштыруу үчүн да маанилүү материал болуп саналат) жөнүндө: а) турмуштук практикалык модел; б) математикалык модел;
2. Функция түшүнүгүн алгебра курсунда окутуунун моделдери: а) Физикалык моделдерди колдонуу ыкмалары; б) турмуштук практикалык модел; в) математикалык модел; г) экономикалык модел

Башталгыч класстарда «Функция» түшүнүгү өтүлбөгөнү менен чоңдуктардын өз ара байланышы (көз карандылыгы) мисал-маселелерде кеңири каралып окуучуларды жогорку класстарда бул түшүнүктөрдү өздөштүрүүгө негиз түзүлөт. Мисалы, **турмуштук төмөнкү эки жагдайды карап көрөлү:**

1-маселе. Эгер дептердин баасы 2 сом болсо, анда 2,3,4,5,6,7,8,9,10 дептердин наркын тапкыла.

Маселенин мазмунун жана чыгарылышын таблицага түшүрөбүз:

Баасы:	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Саны:	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Наркы:	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Бул маселедеги үч чоңдуктун бири (баасы) турактуу болуп, калган экөө ар түрдүү (өзгөрмө) экендиги көрүнүп турат. Дагы эске ала турган жагы: дептердин саны өзгөргөндө гана анны «ээрчип» дептердин наркы да өзгөрүп жатат. Ошондой эле, бир эле сандагы дептерлерге белгилүү гана нарк (сумма) туура келет.

Эгер дептердин санын  $x$ , наркын  $y$  деп белгилесек анда берилген чоңдуктардын өз ара байланышы (көз карандылыгы) төмөнкү эки белгисиздүү теңдеме түрүндө жазууга болот:  $y = 2x$

2-маселе. Эгер бөлүнүүчү 40 болсо, анда 1,2,5,8,20,40 деген бөлүүчүлөргө тиешелүү болгон тийиндилерди тапкыла.

Бул маселенин шартын жана чыгарылышын да таблицага түшүрөбүз:

Бөлүнүүчү:	40	40	40	40	40	40
Бөлүүчү:	1	2	5	8	20	40
Тийинди:	40	20	8	5	2	1

Мында: бөлүнүүчү турактуу, бөлүнүүчүнүн өзгөрүшү тийиндинин өзгөрүшүнө алып келет. Берилген көз карандылыкты эки белгисиздүү теңдеме түрүндө жазсак:  $y = 40 : x$  түрүндө болот. Бул учурда бир бөлүүчүгө бир гана тийинди туура келет. Бул эки маселелердеги белгисиз чоңдуктардын өз ара байланышындагы өзгөчөлүккө (ар башка эреже боюнча тиешелештик орун алгандыгы) жана жалпы жагына (көз каранды эмес чоңдук жана көз каранды чоңдуктун ортосундагы бир маанилүү тиешелештикке) көңүл буруу студенттер үчүн маанилүү болууга тийиш. Ошондуктан студенттер төмөндөгү көнүгүүлөрдү талдоону билгендери оң болот.

### Көнүгүүлөр

1. Учуп бара жаткан самолетко тиешелүү болгон турактуу жана өзгөрүлмө чоңдуктарды бөлүп көрсөткүлө.

2. Адамга тиешелүү болгон турактуу жана өзгөрүлмө чоңдуктар кайсылар?

3. Адамдардын ортосундагы мамилелерди чоңдуктар катары сүрөттөөгө болобу?

4. Өндүрүлүп чыгарылган товарлардын баасына таасир эткен чоңдуктарды атагыла.

5. Кыймылды мүнөздөгөн негизги чоңдуктар кайсылар?

Төмөндөгү көнүгүүлөрдө  $X$  жана  $Y$  чоңдуктардын ортосундагы көз карандылык сөз түрүндө берилген. Аларды математикалык белгилер аркылуу туюнткула.

6. « $X$  ти квадратка көтөр жана экиге көбөйт, көбөйтүндүдөн бирди кемит».

7.1: 6 – мисалда келип чыккан туюнтманы квадратка көтөр.

7.2: 6 – мисалдагы туюнтмадан квадраттык тамыр чыгар.

8.1. « $X$  тен бирди кемит жана кубдук тамыр чыгар»;

8.2. « $X$  ти квадратка көтөр жана экини кемит»;

8.3. « $X$  ти квадратка көтөр жана экини кемит, келип чыккан туюнтманын ондук логарифмасынын» функциясын жаз.

Функция түшүнүгүн алгебра курсунда кийирүүнүн моделдерин карайлы.

*Физикалык моделдерди колдонуу ыкмалары.*

Алгебра курсун көпчүлүк түшүнүктөрүн үйрөнүүнү шарттоочу негизги физикалык моделдер төмөнкүлөр:

- бир калыпта сызыктуу кыймылдын процесстеринин моделдери ( $s = vt$  жана  $s = s_0 + vt$ )

- кыймылдын бир калыпта ылдамдануу процесстеринин моделдери ( $x = x_0 + v_0 t + at^2/2$ );
- чоңдуктардын органикалык өсүшүн жана кемишинин процесстери (радиактивдүү ажыроо процесстери);
- термелүү кыймылынын процесстери (гармоникалык термелүү кыймылы).

Бир калыпта түз сызыктуу кыймылдын процесстери аркылуу алгебра курсунун төмөндөгү түшүнүктөрү окутулат: түз жана тескери пропорциялаштуулуктар жана алардын графиктери; функционалдык көз карандылыктар жөнүндө жалпы түшүнүк; сызыктуу функция жана анын графиги; түз сызыктын бурчтук коэффициенти кыймылдын ылдамдыгы катары сызыктуу теңдемелер жана барабарсыздыктар жана алардын системалары, графиктери; арифметикалык прогрессия.

Кыймылдын бир калыпта ылдамдануу процесстеринин модели аркылуу төмөндөгү алгебралык түшүнүктөр каралат: квадраттык тамыр; квадраттык теңдеме жана барабарсыздыктар; квадраттык функция жана анын графиги; квадраттык теңдеме жана барабарсыздыктардын системаларын графикалык чыгаруу маселелери; тескери функциялар.

Чоңдуктардын органикалык өсүшүнүн жана кемишинин процесстеринин модели аркылуу геометриялык прогрессия, каалаган көрсөткүчтүү даражалар,  $n$ -даражадагы тамыр жана алардын касиеттери, көрсөткүчтүү жана логарифмалык функциялар жана алардын касиеттери, сан удаалаштыктары жана алардын пределдери, функциялардын монотондуулугу жана үзгүлтүксүздүгү, чоңдуктардын органикалык өсүшүнүн жана кемишинин дифференциалдык теңдемелери окутулат.

Гармоникалык термелүү кыймылынын моделин үйрөнүү тригонометриялык функциялар менен байланышкан түшүнүктөрдүн системасына кирет.

Мисалы, өткөн жол бир калыпта кыймыл кезинде кыймылдын убакыттан көз карандылыгын турмуштук бир нече мисалдарда көрсөтүү аркылуу түз пропорциялаштуулук принциби үйрөтүлөт ( $s = vt$  көз карандылыгы)

Баштапкы аралык  $s$  үчүн басып өткөн жолдун формуласы  $s = s_0 + vt$  аркылуу туюнтулат. Ошентип, кыймылдын  $s = vt$  жана  $s = s_0 + vt$  моделдерин кароо  $y = kx$  жана  $y = kx + e$  көрүнүшүндөгү функцияларды окуп үйрөнүүнүн зарылдыгын көрсөтөт. Мында, бир калыптагы кыймылды графиги – сызыктуу функциянын графиги, ал эми  $y = kx + e$  түз сызыгынын  $k$  бурчтук коэффициенти жогоруда көрсөтүлгөн физикалык моделде кыймылдын ылдамдыгына барабар болот. Мисалы, төмөндөгү маселенин жардамында сызыктуу функция түшүнүгү кийирилет:

*3-маселе.* А шаарынан В шаарына чейин 20 км. Автомашина В шаарынан С шаарына карай 60 км/саат ылдамдыкта бараткан болсо, ал  $x$  сааттан кийин А шаарынан канча аралыкка алыстайт? Чыгаруу. Ал аралыкты  $y$  десек, анда  $y=60x+20$  болот, мындагы  $y$  чоңдугу  $x$  тен көз каранды экендиги көрүнүп турат.

*Турмуштук, практикалык маселелердеги чоңдуктардын өзгөрүшүн моделдештирүү аркылуу функция түшүнүгүн кийирүү ыкмалары.*

Окуучуларга тааныштырылуучу алгачкы функциялардын бири сызыктуу **функция**. Сызыктуу функцияларды окутууда, алдын ала функция түшүнүгүн, анын аныктоосун, ага тиешелүү өтүлгөн материалдарды кайталап, функциянын формуланын жардамында берилишине мисалдар келтирген ыңгайлуу. Андан кийин төмөнкүдөй маселелерди кароого болор эле.

*4-маселе.* Телеграмма жөнөткөндө ар бир сөз үчүн 10 тыйын алат жана телеграмма бланкасы үчүн 50 тыйын алат. Эгерде телеграммада  $x$  сөз болсо, анда канча тыйын төлөө керек? Чыгаруу: Төлөнүүчү сумманы  $y$  десек, анда  $y=10x+50$  болор эле.

*5-маселе.* Бассейнде  $30 \text{ м}^3$  суу бар болгон. Аны толтуруу үчүн кранды ачканда бир саатта  $5 \text{ м}^3$  суу куюлат.  $x$  сааттан кийин бассейнде канча суу болот?

Чыгаруу: Бассейндеги сууну  $y \text{ м}^3$  десек, анда  $y=5x+30$  болор эле. Мындагы  $y$  дагы  $x$  тең көз каранды.

Ушул сыяктуу маселелерди карап көрүп, кээ бир функциялар  $y = ax + b$  түрүндө берилишин түшүндүрүүгө болот.

Андан кийин жогорудагыдай берилүүчү функциялар **сызыктуу функциялар** деп аталышы айтылат.

$y = ax + b$  түрүндөгү сызыктуу функцияларынын графиги түз сызык болору көрсөтүлөт. Сызыктуу функциялардын графиги түз сызык болору 7-класста далилденбейт. Окуучулардын билим деңгээли, көз карашы жетишсиздик кылат.  $y=ax+b$  түрүндөгү функцияларды "сызыктуу" деп аталышы алардын графиги түз сызык болору менен байланышкан. Ал эми түз сызык өзүнүн эки чекити менен аныктала тургандыгын эске салсак, сызыктуу функциялардын графигин чийүү үчүн анын эки түгөй маанилерин алуу жетиштүү болот.

Квадраттык функция түшүнүгүн да физикалык маселелерден пайдаланып, түшүндүрүү жолу менен окутууга болот. Мисалы, төмөндөгү маселени карайлы:

*6-маселе.* Материалдык чекит  $10 \text{ см/сек}$  ылдамдык жана  $2 \text{ см/сек}^2$  ылдамдануу менен бир калыпта ылдамдануучу кыймылда жатса, ал канча убакыттан кийин  $y \text{ см}$  аралыкты басып өтөт?

Чыгаруу: Изделүүчү убакытты  $x \text{ сек}$  десек, анда бир калыптагы ылдамдануучу кыймылдын формуласы боюнча  $y = 10x + 2x^2$  болот. Демек, басып өткөн аралык убакыттан көз карандылыгын көрсөткөн экинчи даражалуу функция пайда болду. Эгерде  $y$  тин мааниси б.а.  $12 \text{ см}$  аралыкты басып өтүүгө керек болгон убакытты табу маселеси каралса, анда  $12 = 10x + 2x^2$  же  $2x^2+10x-12=0$  теңдеме түзүлөт. Мында белгисиздин эң чоң даражасы 2 ге барабар. Мында  $ax^2+bx+c=0$  түрүндөгү теңдемелер квадраттык теңдемелер деп аталат,  $a, b, c$  — каалагандай анык сандар болушат.

*Математикалык моделдерди колдонуу .*

*7-маселе.* Тик бурчтуктун жактары  $7 \text{ см}$  жана  $10 \text{ см}$  ге барабар. Анын жактарын бирдей узундукка чоңойткондо аянты  $y$  кандай өзгөрөт?

Чыгаруу: Тик бурчтуктун жактары  $x \text{ см}$  ге чоңойсун десек, анда пайда болгон тик бурчтуктун жактары  $(7+x) \text{ см}$  жана  $(10+x) \text{ см}$  болот. Аянты болсо  $y = (7 + x) \cdot (10 + x)$  мындан  $y=70+ 17x + x^2$

Мындагы көз каранды эмес өзгөрмө  $x$  тин эң чоң даражасы 2 ге барабар. Ошондуктан  $y=ax^2 + bx + c$  түрүндөгү функцияларды квадраттык функция деп айтабыз.

*Экономикалык маселелердеги чоңдуктардын өзгөрүшүн моделдештирүү аркылуу функция түшүнүгүн кийирүү ыкмалары.*

$y = kx + \epsilon$  сызыктуу функциясы аркылуу экономикада каалаган түрдө чыгарылган продукциясынын өздүк наркын туюнтууга болот. Мында  $x$  чыгарылган продукциянын саны,  $k$  —сырьеге жумшалган акчанын жана жумшаганга бөлүнгөн эмгек акынын суммасы, ал эми  $b$  — чыгарылган продукциянын көлөмүнө көз каранды эмес болгон чыгымдардын суммасы. Буга мисалы, мекеменин кызматчыларынын эмгек акысы, электр энергиясына жана башка жумшалган чыгымдар кирет. Демек  $x$  функциясынын өздүк наркы  $C$ ,  $C = kx + \epsilon$  формуласы менен туюнтулат.

$x < 0$  болгон учурда маселе маанисин жоготот. Чыгарылышы жок.  $x = 0$  учурунда өндүрүш токтойт.  $x > 0$  учурда биринчи группадагы чыгымдар көбөйөт. Өндүрүштүн кеңейтилиши менен экинчи топтогу чыгымдар да чоңоёт.

$y = kx + \varepsilon$  сызыктуу функциясынын графиги бурчтук коэффициенти  $k = \operatorname{tg} \alpha$  болгон түз сызык экендиги белгилүү, Ошондуктан эки  $x_1; y_1$  жана  $x_2; y_2$ , мында  $x_1 \neq x_2$   $y_1 \neq y_2$  болгон учурдагы түз сызыктын:  $\frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}$  теңдемеси аркылуу айрым экономикалык маселелер үчүн чыгымдын көлөмүн эсептөөгө ыңгайлуу функция аныкталат.

8-маселе. А аралыгы 150 км болгон В шаарына чейин 1т жүк ташууга 440 сом, А дан С шаарына чейин аралык 505 км – 1050 сом, А шаарынан 472 км жана 434 км алыс турган Д жана К шаарларынан 1т жүк ташууга канча сом жол кире алса болот.

$$\begin{aligned} \text{Чыгаруу: } \frac{y-440}{1050-440} &= \frac{x-150}{505-150} & y &= \frac{610}{355}x + \frac{64700}{355} \\ y_1 &= 1,72 \cdot 472 + 182 = \\ y_2 &= 1,72 \cdot 434 + 182 = \end{aligned}$$

9-маселе: Бир пункттан экинчи пунктка чейин Шоссе боюнча жүк ташыганда жүк ташуунун наркы  $C_1 = 0,25x - 1,6$ , темир жол боюнча ташыганда  $C_2 = 0,2x + 3,8$  ( $10 \leq x \leq 1000$  функциялары менен туюнтулса, (мында  $x$  – аралык) анда канча км аралыктан баштап кайсы жүк ташуу түрү менен ташуу пайдалуу болот?

Чыгаруу:  $x = 100$  болгондо  $C_1 = 23,4$  сом,  $C_2 = 23,8$  сом ал эми  $x = 300$  болгондо  $C_1 = 73,4$  сом,  $C_2 = 63,8$  сом Демек, аралык чоңойгондо темир жол менен ташуу арзан, кичине аралыкта шоссе боюнча ташуу арзан болот. Кайсыл аралыктан баштап транспорттун эки түрү боюнча бирдей чыгым кетерин табуу төмөндөгү теңдемелер системасы менен чыгарабыз:

$$\begin{cases} C = 0,25x - 1,6 \\ C = 0,2x + 3,8 \end{cases} \quad x = 108$$

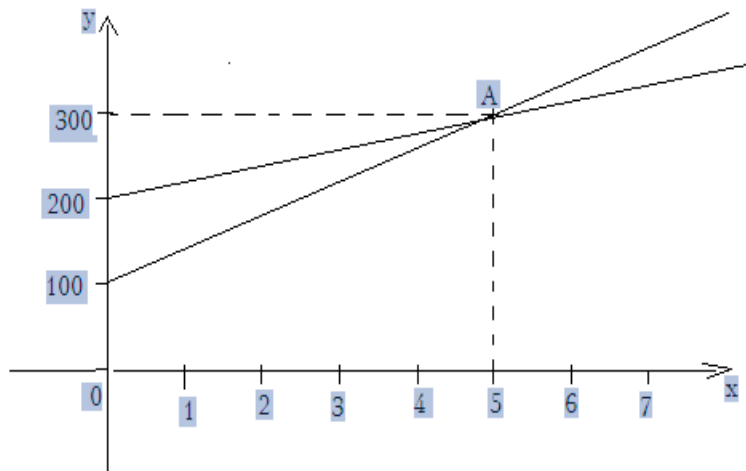
Демек, 108 км ашык аралыкта ташууда транспорттун экинчи түрү арзанга турат.

10-маселе: Эки түрдүү транспорт менен жүк ташуунун чыгымы  $y_1 = 100 + 40x$  (1)

$y_2 = 200 + 20x$  (2) мында жүк ташуу аралыгы (100 км менен)  $y_1, y_2$  – жүк ташуу чыгымдары (сом менен) кайсыл аралыкта, кайсы транспорт менен ташуу арзан болоорун аныктагыла.

$$\begin{cases} y = 100 + 40x \Rightarrow y - 2y = -300 \\ y = 200 + 20x & y = 300 \end{cases}$$

$300 = 100 + 40x$ ,  $x = 5$  Демек, (1) жана (2) функциялардын графигтери (5; 300) чекитинде кесилишет.



Бул график боюнча 500 км чейинки аралыкка жүк ташуу үчүн I түрдөгү транспорту, ал эми 500км ден ашык аралыкка жүк ташууда II түрдөгү транспорту пайдаланууга үнөмдүү болоорун байкоо кыйын эмес.

Жыйынтыктап айтканда, эгерде болочок математика мугалимдери жогоруда белгиленген функция түшүнүгүн окутуунун моделдерин үйрөнсө, анда алар:

- функция түшүнүгү окуучулардын түшүнүп өздөштүрүүсү үчүн маанилүү шарт түзө алат.
- функция түшүнүгүн окутууда окуучулардын ой жүгүртүү ишмердүүлүгүнүн калыптандыруунун натыйжалуу жолдорун өздөштүрөт.
- проблемалуу маселелерди түзүү аркылуу окутууну билет.
- студенттердин математикалык билимдерин практикада колдоно билүү жөндөмдүүлүгү калыптанат.
- студенттердин математика сабагына окуучуларды мотивациялоо билгичтиги өнүгөт.
- окутуунун «максаттуу маселелер» методдорун сабакта пайдалана билүүгө көнүгөт.
- мындайча окутуунун натыйжасында окуучулардын функция түшүнүгүн формалдуу эмес өздөштүрүүсүнө шарт түзүлөт.
- окуучулардын билимдерин предметтер аралык интеграциялоонун ыкмаларын үйрөнүшөт.

#### Адабияттар

1.

А

лыбаев К.С., Аванова Ж.А. Математика (орто окуу жайлар үчүн окуу-колдонмо). Жалал-Абад, 2010. -123 б.

Музенитов Ш.А. Задачи с экономическим содержанием на уроках математики.

//Математика в школе. 10/20. 2011.стр. 48-52.