УДК 539.4 (575.2) (04)

О МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССОВ ТЕЧЕНИЯ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

Я.И. Рудаев, С.М. Сулейманова

Рассматривается задача формулировки системы уравнений для математического описания процессов объемного пластического формоизменения металлов и сплавов. Устанавливаются требования к определяющим соотношениям при деформировании в режимах сверхпластичности.

Ключевые слова: уравнения равновесия; кинематические соотношения; условие несжимаемости; граничные условия; сверхпластичность.

Математическая формулировка и строгое решение задачи объемного формоизменения металлов и сплавов сопряжены с серьезными затруднениями. Из классического определения процесса обработки металлов давлением – придания металлу требуемой формы и достижения необходимого уровня физико-механических свойств – основное внимание практически всегда обращалось на формообразование. Формирование оптимальной структуры, определяющей при заданном химическом составе комплекс требуемых физико-механических характеристик, ограничивалось и в настоящее время ограничивается раздроблением литой структуры, а получение рациональной микроструктуры и размельчение зерна до уровня ультрамелкого остаются за процессами последующей термической обработки.

Задача нахождения аналитическим путем технологических параметров операций объемного формоизменения связана, в первую очередь, с установлением полей температур, напряжений и скоростей деформаций. Для их установления будем считать, что движение материальных частиц сплошной среды совершается относительно неподвижной системы координат $0xyz$. Проследим за тем, что происходит с течением времени в некоторой точке рассматриваемого пространства.

Пусть $V(v_x, v_y, v_z)$ – вектор скорости перемещения материальной частицы в точке $M(x,y,z)$. За бесконечно малый промежуток времени dt находящаяся в точке $M(x,y,z)$ частица перемещается в точку с координатами $(x+v_x dt, y+v_y dt, z+v_z dt)$, так что $v_x dt, v_y dt, v_z dt$ будут компонентами ее бесконечно малых перемещений. Построим по этим перемещениям тензор деформаций и отнесем его к промежутку времени dt. В результате получим тензор скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right), \qquad (1)$$

где $i, j \sim x, y, z$.

Геометрические координаты пространства x, y, z и время t называются переменными Эйлера, а само пространство, в котором функционируют эти параметры движения, называется эйлеровым. Иными словами, движение сложной среды предполагается известным, если кинематика течения задается в виде функций координат и времени.

В дальнейшем будем придерживаться эйлерова представления, которое оказывается более удобным по сравнению с лагранжевым.

Пусть заданным является поле скоростей перемещений, если соответствуют тензор скоростей деформаций $\dot\varepsilon_{ij}$ и скоростей относительного изменения объема $\dot{\varepsilon}_0$ в форме

$$\dot\varepsilon_0 = div\dot\varepsilon = \dot\varepsilon_x + \dot\varepsilon_y + \dot\varepsilon_z. \tag{2}$$

Кроме этого, становится легко определяемым девиатор скоростей деформаций $\dot{Э}$ с компонентами

$$\dot\varepsilon'_{ij} = \dot\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\dot\varepsilon_0 \tag{3}$$

и его интенсивность

$$\dot\varepsilon_u = \frac{2}{3}\left(\dot\varepsilon_{ij}\dot\varepsilon_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\left[\left(\dot\varepsilon_x - \dot\varepsilon_y\right)^2 + \left(\dot\varepsilon_y - \dot\varepsilon_z\right)^2 + \left(\dot\varepsilon_z - \dot\varepsilon_x\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\dot\gamma_{xy}^2 + \dot\gamma_{yz}^2 + \dot\gamma_{zx}^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{4}$$

причем δ_{ij} – символ Кронекера.

Напряженное состояние в точке определяется симметричным тензором второго ранга σ_{ij}. Девиатор напряжений S определяется компонентами

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0, \tag{5}$$

где $\sigma_0 = \delta_{kl}\sigma_{kl}/3$ – среднее напряжение или гидростатическое давление.

Интенсивность напряжений будет равна:

$$\sigma_u = \left(\frac{3}{2}\sigma_{ij}\sigma_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + \left(\sigma_z - \sigma_x\right)^2 + 6\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{6}$$

В механике развитых пластических деформаций большая роль отводится максимальному касательному напряжению. С ним связаны определение сдвиговых усилий в среде и, как следствие, формулировка граничных условий контакта, влияющих на выбор режимов формообразования.

Можно утверждать, что в процессах деформации малой кривизны, когда вектор напряжений направлен по касательной к траектории скорости деформаций, векторный закон связи между девиатором напряжений S и скоростей деформаций $\dot{Э}$ выражается зависимостью

$$\vec{S} = \frac{\sigma_u}{\dot\varepsilon_u}\vec{\dot{Э}}, \tag{7}$$

где для интенсивности напряжений и скоростей деформаций записаны формулы (6) и (4).

Термодинамический анализ, осуществленный в [1], показывает существование соотношений (уравнений состояния), устанавливающих зависимость давления и интенсивности напряжений от кинематических и температурных скалярных величин. Полученные при этом функционалы совместно с векторной связью (7) определяют зависимость напряжений от параметров процесса.

Для практического использования в соотношение (7) введены следующие упрощения принципиального характера [1, 2]:

- при больших пластических деформациях применительно к задачам обработки металлов давлением изменение плотности деформируемого материала считается малым и связь между давлением и изменением объема заменяется условием несжимаемости

$$\dot\varepsilon_0 = 0; \tag{8}$$

- уравнение состояния принимают вид функций, которые, если пренебречь влиянием давления, записываются так:

$$\sigma_u = \sigma_u(\dot\varepsilon_u, \varepsilon_u, \theta, \beta), \tag{9}$$

где q – абсолютная температура; b – параметр состояния; e_u – интенсивность деформаций, определяемая интегралом

$$\varepsilon_u = \int_0^t \dot\varepsilon_u dt. \tag{10}$$

При выполнении представленных упрощающих условий зависимость (7) в координатной форме перепишется в виде

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}\sigma_0 = \frac{2\sigma_u}{3\dot\varepsilon_u}\dot\varepsilon_{ij}, \tag{11}$$

причем, как и выше, $\sigma_{ij}, \dot\varepsilon_{ij}$ – соответственно составляющие тензоров напряжений и скоростей деформаций; σ_0 – среднее напряжение; σ_u, $\dot\varepsilon_u$ – интенсивности напряжений и скоростей деформаций.

Укажем, что формально определяющие уравнения (11) совпадают с соотношениями теории течения Сен-Венана–Леви–Мизеса [3]. Отличие состоит в зависимости интенсивности напряжений не только от интенсивности скоростей деформаций, но и от других параметров процесса (9).

Дополним записанные определяющие соотношения (11) дифференциальными уравнениями равновесия Навье–Коши:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0, \tag{12}$$

где F_i – проекции объемных сил.

Уравнения связи между скоростями деформаций и перемещений приведены в виде (1), а условие несжимаемости в скоростях представимо в форме

$$\dot{\varepsilon}_0 = \dot{\varepsilon}_{ii} = 0. \tag{13}$$

Остановимся на краевых условиях. В процессе формоизменения деформируемая заготовка, занимающая в эйлеровом пространстве область с кусочно-гладкой границей, взаимодействует с инструментом и окружающей средой. В изотермических условиях тепловые взаимодействия при низких скоростях можно не принимать во внимание. Если на части границы заданы напряжения, то на ней выполняются статические граничные условия, которые имеют вид

$$X_{\nu j} = \sigma_{ij} l_i, \tag{14}$$

где $X_{\nu j}$ – составляющие внешних воздействий; l_j – направляющие косинусы нормали *n* к поверхности контакта.

Условия трения на контактной поверхности представляются зависимостью

$$\tau_k = -\chi \tau_{\max}, \tag{15}$$

где τ_k – интенсивность сил трения на контакте матрицы и деформируемого материала; $\tau_{\max}$ – максимальное касательное напряжение; χ – коэффициент пропорциональности, определяемый экспериментально [4].

В равенстве (15) предполагается, что вектор касательного напряжения направлен противоположено перемещению и составляет часть максимального касательного напряжения, а величина с есть функция параметров процесса.

Итак, уравнения равновесия (12), геометрические зависимости (1), условие несжимаемости (13), определяющие соотношения (11), уравнение состояния (9) вместе с начальными данными и условиями на поверхности (14), (15) составляют полную систему уравнений, достаточную для исследования процессов пластического формообразования в широком диапазоне температур и скоростей деформаций для обширного класса металлов и сплавов.

Естественным можно считать обоснование и создание условий, обеспечивающих возможность формообразования при приложении меньших деформирующих усилий. Такие условия реализуются при использовании эффекта сверхпластичности, особенности проявления которого для промышленных алюминиевых сплавов изложены в [5, 6]. Здесь можно путем оптимального сочетания силовых, кинематических и термических параметров прогнозировать изготовление полуфабрикатов с качественными структурными показателями при сравнительно невысоких деформирующих усилиях.

Современный уровень теоретических и экспериментальных исследований позволяет рассматривать сверхпластичность как особое состояние поли-кристаллического материала, пластически деформируемого при пониженном напряжении с сохранением в продеформированном металле ультрамелкой исходной структуры (микрозеренная сверхпластичность) или с ее формированием в процессе нагрева и деформации (динамическая сверхпластичность).

В конкретных технологических процессах наличие сверхпластичности можно установить лишь косвенным путем. Очаг деформации не удается, как правило, перевести полностью в сверхпластическое состояние из-за сильной неоднородности полей температур и скоростей деформаций. Изотермические условия в оптимальном, с точки зрения сверхпластичности, температурном режиме [5, 6] вносит определенные упрощения, поскольку ответственность за осуществление эффекта сверхпластичности перекладывается на поле скоростей деформаций. В соответствии со скоростными ограничениями [5, 6] в очаге деформации появляются, помимо сверхпластической, области высокотемпературной ползучести и термопластичности [7, 8]. Сказанным подчеркивается сложность физических процессов в очаге деформации, разнообразие структурных состояний и, как следствие, параметров, характеризующих механические свойства материала деформируемой заготовки. Это означает, что уравнение состояния должно удовлетворять условиям перехода материала в сверхпластичность, имеющим аналитическую формулировку. Указанное уравнение должно адекватно описывать не только закономерности сверхпластического течения, но и пограничные состояния термопластичности и высокотемпературной ползучести.

Обобщая сказанное, можно утверждать, что использование сверхпластичности – уникального свойства многих конструкционных металлов и сплавов – создает предпосылки для применения технологических режимов обработки с пониженным сопротивлением деформированию, с высоким качеством конечного продукта и, естественно, с меньшими энергозатратами.

Литература

1. *Кийко А.И.* Пластическое течение металлов // Научные основы прогрессивной техники и технологии. М.: Машиностроение, 1985. С. 102–133.
2. *Кийко И.А., Морозов Н.А., Казаков В.Г.* Принципы и методы адаптационного математического моделирования и его применение в автоматизированных системах управления (АСУТП) обработки металлов давлением // ДАН СССР. 1978. Т. 241. № 2. С. 318–321.

3. *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
4. *Малинин Н.Н.* Технологические задачи пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1979. 119 с.
5. *Рудаев Я.И.* Введение в механику динамической сверхпластичности. Бишкек: Изд-во КРСУ, 2003. 134 с.
6. *Рудской А.И., Рудаев Я.И.* Механика динамической сверхпластичности алюминиевых сплавов. СПб.: Наука, 2009. 217 с.
7. *Смирнов О.М.* Обработка металлов давлением в режимах сверхпластичности. М.: Машиностроение, 1971. 32 с.
8. *Чумаченко Б.Н., Смирнов О.М., Цепин М.А.* Сверхпластичность: материалы, теория, технология. М.: КомКнига, 2005. 320 с.