

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЕСОВОГО ДОЗАТОРА НЕПРЕРЫВНОГО ДЕЙСТВИЯ

БАТЫРКАНОВ Ж.И., ЕРУЛАНОВА А.Е.
КГТУ им. И. Раззакова
izvestiya@ktu.aknet.kg

Опишем с помощью передаточных функций и получим математическую модель разработанного в [1] устройства – дозатора непрерывного действия. С позиции теории автоматического управления это устройство рассматривается как многомерный объект, связывая выходные сигналы объекта с каждым входным сигналом по каждой связи многомерного объекта. В области изображений такое описание реализуется с помощью передаточных функций по каждой связи

$$\begin{aligned} Y_1(p) &= W_{11}(p)U_1(p) + W_{12}(p)U_2(p) \\ Y_2(p) &= W_{21}(p)U_1(p) + W_{22}(p)U_2(p) \end{aligned}$$

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} Y_1(p) \\ Y_2(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & W_{12}(p) \\ W_{21}(p) & W_{22}(p) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1(p) \\ U_2(p) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Здесь передаточные функции в общем виде выглядят так:

$$W_{11}(p) = k_{11} \frac{1}{p + a_4}; \quad (2)$$

$$W_{12}(p) = k_{21} \frac{c_1 p^2 + c_2 p + c_3}{p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}; \quad (3)$$

$$W_{21}(p) = 0;$$

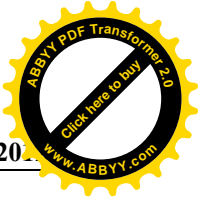
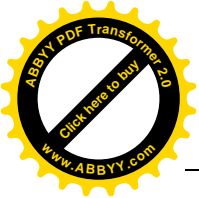
$$W_{22}(p) = k_{22} \frac{b_1 p^2 + b_2 p + b_3}{p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}. \quad (4)$$

или

$$\begin{bmatrix} Y_1(p) \\ Y_2(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_{11}}{p + a_4} & \frac{c_1 p^2 + c_2 p + c_3}{p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3} \\ 0 & \frac{b_1 p^2 + b_2 p + b_3}{p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1(p) \\ U_2(p) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Передаточные функции (2-4) получены следующим образом.

Передаточную функцию весового транспортера и весоизмерительной системы $W_{11}(p)$ представим аperiодическим звеном первого порядка. Это канал «первый вход – первый выход»



$$W_{11}(p) = k_{11} \frac{1}{Tp + 1} \tag{6}$$

Передаточная функция по каналу «первый вход – второй выход» $W_{12}(p)$ имеет вид

$$W_{12}(p) = k_{12} e^{-p\tau} W_{\dot{a}\dot{a}\dot{n}}(p) = k_{12} e^{-p\tau} \frac{2\nu}{L} \left(\frac{2(1 - e^{-\frac{p\tau}{2}})^2}{p^2} \right) \tag{7}$$

Передаточная функция по каналу «второй вход – первый выход» $W_{21}(p)$

$$W_{21}(p) = k_{21} \tag{8}$$

Передаточная функция $W_{22}(p)$ по второму каналу «второй вход – второй выход» имеет вид

$$W_{22}(p) = k_{22} e^{-p\tau} W_{\dot{a}\dot{a}\dot{n}}(p) = k_{22} e^{-p\tau} \frac{2\nu}{L} \left(\frac{2(1 - e^{-\frac{p\tau}{2}})^2}{p^2} \right), \tag{9}$$

здесь $W_{\dot{a}\dot{a}\dot{n}}(p) = \frac{2\nu}{L} \left(\frac{2(1 - e^{-\frac{p\tau}{2}})^2}{p^2} \right)$ - передаточная функция весоизмерителя типа встроенная роликкоопера ;

Для удобства дальнейшего использования разлагаем звено запаздывания в степенной ряд Паде 1^{го} порядка

$$e^{-p\tau} = \frac{2 - p\tau}{2 + p\tau} = \frac{2 - 4p}{2 + 4p} \tag{10}$$

Для нашего примера

$$\tau = \frac{L}{\nu} = 4\tilde{n} - \text{время запаздывания};$$

$$L = 1\dot{i} - \text{длина транспортерной ленты};$$

$$\nu = 0.250\dot{i} / \tilde{n} - \text{скорость движения транспортерной ленты};$$

$$\dot{O} = 1\tilde{n} - \text{постоянная времени.}$$

Коэффициенты передаточных функций – это коэффициенты усиления сигналов по соответствующим каналам. Эти коэффициенты имеют в общем случае разные размерности. Размерности коэффициентов определяются размерностями входных и выходных величин объекта управления.

Статический коэффициент k_{11} , показывает зависимость весового расхода сыпучего материала от скорости движения транспортерной ленты

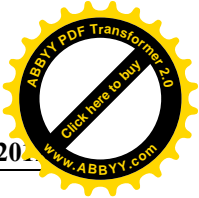
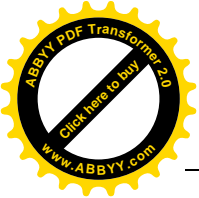
$$k_{11} = S_{\dot{o}\dot{o}}, \frac{\dot{o}}{\dot{i}} \tag{11}$$

Весовой расход сыпучего материала Q находим следующим образом:

$$Q = \nu S_{\dot{o}\dot{o}} \rho, \tag{12}$$

где $\nu, м/с$ - скорость движения транспортерной ленты;

$S_{\dot{o}\dot{o}}, \dot{i}^2$ - площадь выпускного отверстия бункера;



$\rho, m / m^3$ - насыпная плотность сыпучего материала (песок).

Для определения площади выпускного отверстия бункера выполним вспомогательные построения (рис. 1). Выпускное отверстие, имеющее вид трапеции, обозначено как DEBC.

Заданы: $b=DC$ - ширина обрушающегося с питателя слоя материала, a - уменьшение высоты слоя материала при выходе сыпучего материала из отверстия, зависящей от крупности частиц, $\angle 45^0$ - угол естественного откоса,

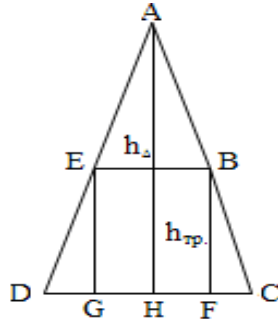


Рис. 1. Форма выпускного отверстия.

Уменьшение высоты слоя материала можно оценить по формуле (13).

$$a = \frac{\delta_{cp.}}{2.3} = 0.87 \text{ мм}, \quad (13)$$

где $\delta_{cp.}$ - средний размер частиц равный 2 мм. [3]

Опыт работ показывает, что рациональная высота выпускного отверстия принимается равной

$$h_{mp} = \frac{2}{3} h_{\Delta}, \quad (14)$$

где h_{Δ} - высота трапеции;

$$h_{\Delta} = tg45^0 HC = 320 \text{ мм} - \text{высота } \Delta DAC.$$

При слишком маленькой высоте возможно забивание выпускного отверстия крупными включениями, увеличение высоты не дает эффекта, а способствует смещению материала на ленте.

Площадь выпускного отверстия вычисляется, как площадь трапеции

$$S_{\Delta\delta} = \frac{DC+EB}{2} \cdot (h_{\Delta\delta} - a) \quad (15)$$

Для наиболее распространенной ширины ленты конвейера 800мм примем размер выпускного отверстия равным $DC=640\text{мм}$, $EB=214\text{мм}$. Тогда площадь трапеции в численном виде будет иметь вид

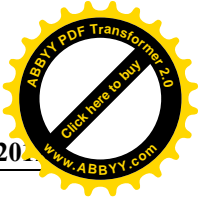
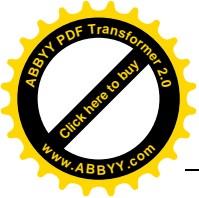
$$S_{\Delta\delta} = \frac{640 \text{ мм} + 214 \text{ мм}}{2} \cdot (213 \text{ мм} - 0.87 \text{ мм}) = 427 \cdot 212.13 = 90579 \text{ мм}^2 \approx 0.09 \text{ м}^2 \quad (16)$$

В численном виде статический коэффициент k_{11} равен

$$k_{11} = S\rho = 0.09 \text{ м}^2 \cdot 1.5 \frac{\text{т}}{\text{м}^3} = 0.135 \frac{\text{т}}{\text{м}}. \quad (17)$$

Статический коэффициент k_{12} показывает зависимость изменения весового расхода сыпучего материала от степени открытия заслонки, т.е.

$$k_{12} = \frac{dQ}{dh} = \frac{d(v\rho S)}{dh} = v\rho \frac{dS}{dh}, \quad \frac{\partial}{\partial i} \quad (18)$$



Не сложно получить формулу

$$S = f(h) = D\tilde{N} \cdot h - \frac{1}{\text{tg}45^0} h^2. \quad (19)$$

Определяем

$$\frac{dS}{dh} = D\tilde{N} - 2h \quad (20)$$

Для рассматриваемого примера при $h=0.213\text{м}$, $DC=0.640\text{м}$

$$\frac{dS}{dh} = 0.640i - 2 \cdot 0.213 = 0,214i \quad (21)$$

В численном виде статический коэффициент k_{12} равен:

$$k_{12} = 0.25 \frac{i}{\tilde{n}\tilde{a}\tilde{e}} \cdot 1.5 \frac{\dot{\theta}}{i^3} \cdot 0.214i = 0.08 \frac{\dot{\theta}}{\tilde{n}\tilde{a}\tilde{e} \cdot i} \quad (22)$$

Статический коэффициент k_{21} показывает зависимость погонной нагрузки от скорости движения транспортной ленты $k_{21}, \frac{\dot{\theta}}{i}$. Погонная нагрузка или слой сыпучего материала не зависит от скорости движения транспортной ленты, поэтому коэффициент k_{21} равен нулю

$$k_{21} = 0. \quad (23)$$

Статический коэффициент k_{22} показывает зависимость погонной нагрузки от степени открытия заслонки

$$k_{22} = \rho \frac{dS}{dh} L, \frac{\dot{\theta}}{i}. \quad (24)$$

В численном виде статический коэффициент k_{22} равен

$$k_{22} = 0.214i \cdot 1.5 \frac{\dot{\theta}}{i^3} \cdot 1i = 0.321 \frac{\dot{\theta}}{i}. \quad (25)$$

Теперь получим передаточные функции для каждого канала в численном виде:

$$W_{11}(p) = 0.135 \frac{1}{p+1}; \quad (26)$$

$$\begin{aligned} W_{12}(p) &= 0.08 \cdot \frac{2-4p}{2+4p} \cdot 0.5 \cdot 2 \left(\frac{2p \frac{4}{2}}{2+p \frac{4}{2}} \right)^2 / 4p^2 = 0.08 \cdot \frac{2(1-2p)}{2(1+2p)} \cdot 0.5 \cdot \frac{2 \cdot 16p^2}{(2+2p)^2} \cdot \frac{1}{4p^2} = \\ &= 0.08 \frac{1-2p}{1+2p} \cdot \frac{1}{(p+1)(p+1)} = 0.08 \frac{1-2p}{2p^3 + 5p^2 + 4p + 1} = \frac{0.04 - 0.08p}{p^3 + 2.5p^2 + 2p + 0.5}; \end{aligned} \quad (27)$$

$$W_{21}(p) = k_{21} = 0; \tag{28}$$

$$\begin{aligned}
 W_{22}(p) &= 0.321 \cdot \frac{2-4p}{2+4p} \cdot 0.5 \cdot 2 \left(\frac{2p-\frac{4}{2}}{2+p\frac{4}{2}} \right)^2 / 4p^2 = 0.321 \cdot \frac{2(1-2p)}{2(1+2p)} \cdot 0.5 \cdot \frac{2 \cdot 16p^2}{(2+2p)^2} \cdot \frac{1}{4p^2} = \\
 &= 0.321 \frac{1-2p}{1+2p} \cdot \frac{1}{(p+1)(p+1)} = 0.321 \frac{1-2p}{2p^3+5p^2+4p+1} = \frac{0.1605-0.321p}{p^3+2.5p^2+2p+0.5}.
 \end{aligned} \tag{29}$$

Тогда многомерный объект для нашего примера в матричной форме имеет вид

$$\begin{bmatrix} Y_1(p) \\ Y_2(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{0.135}{p+1} & \frac{0.04 - 0.08 p}{p^3 + 2.5 p^2 + 2 p + 0.5} \\ 0 & \frac{0.1605 - 0.321 p}{p^3 + 2.5 p^2 + 2 p + 0.5} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1(p) \\ U_2(p) \end{bmatrix} \tag{30}$$

Смоделируем полученный результат в программе VisSim. На первый вход объекта подадим единичную ступеньку, а через некоторое время подадим ступеньку и на второй вход. На осциллограмме видно, что первая выходная величина зависит не только от воздействия по первому входу, но и от воздействия по второму входу (рис. 2).

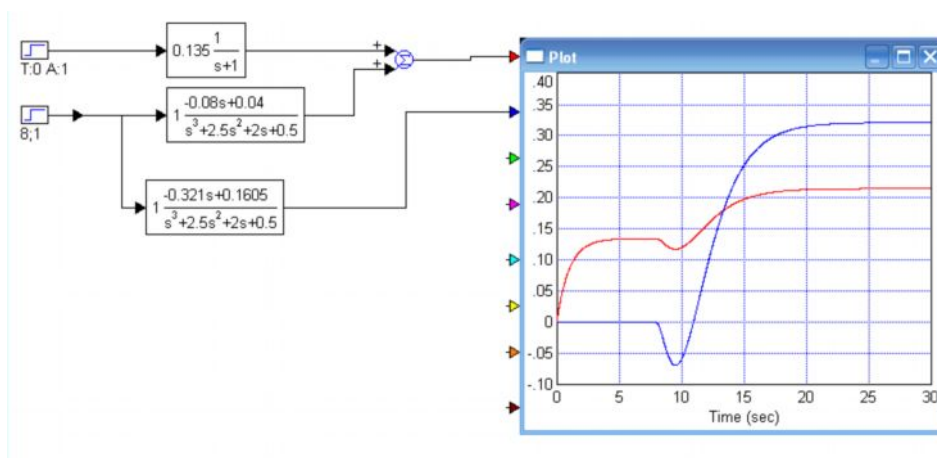


Рис. 2. Модель многомерного объекта.



Литература

1. Инновационный патент РК № 70288. Дозатор непрерывного действия /Еруланова А.Е., Шадрин Г.К. Опубликовано 15.09.2011, бюл. №9.
2. Видинеев Ю.Д. Автоматическое непрерывное дозирование сыпучих материалов – М.: «Энергия», 1974.
3. Катальмов А.В., Любартович В.А. Дозирование сыпучих и вязких материалов. – Ленинград, 1990.