

УДК 621.01

МАТРИЦЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО МАНИПУЛЯТОРА С 6 СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

БАЙГУНЧЕКОВ Ж. Ж., САДИЕВА А. Э., ДУШЕНОВА М. А.
izvestiya@ktu.aknet.kg

В данной работе рассматривается определение параметров параллельного манипулятора с 6 степенями свободы.

In this paper we consider the determination of the parameters of the parallel manipulator with 6 degrees of freedom.

Анализ современного состояния робототехники показывает, что структура исполнительных механизмов роботов, т. е. манипуляторов, остается практически неизменной и представляет собой антропоморфную (рукообразную) конструкцию [1-3]. Антропоморфные манипуляторы, основанные на копировании биологических принципов организации движения, обладая универсальностью, простотой кинематической схемы, большим диапазоном зоны обслуживания, имеют и ряд существенных недостатков:

- в силу консольного характера звенья подвержены изгибным деформациям, что приводит к паразитным колебаниям и ограничивает их грузоподъемность и точность позиционирования;
- сложность решения обратной задачи кинематики затрудняет управление роботами в реальном масштабе времени и требует сложных дорогостоящих систем управления, оснащенных сервоприводами;
- необходимость расположения приводов на подвижных звеньях, масса которых превышает массу объекта манипулирования, приводит к существенному снижению КПД, быстроты действия и коэффициента сервиса;
- в течение рабочего цикла двигатели работают в неустановившихся переходных режимах интенсивного разгона и торможения;
- каждое последующее звено динамически нагружает предыдущее и искажает заданный закон движения рабочего органа (схвата).

В последнее время в мировой практике развития робототехники наблюдается тенденция использования манипуляторов с замкнутыми кинематическими цепями или так называемых параллельных манипуляторов (ПМ) [4-6]. При этом основным критерием построения манипуляционных роботов является выполнение технологической операции с минимальными энергозатратами, не обязательно подражая движению руки человека.

Благодаря наличию замкнутых кинематических цепей ПМ воспринимают нагрузку как пространственные фермы и поэтому обладают большой грузоподъемностью и жесткостью. Возможность расположения двигателей на стойке позволяет добиться большей скорости и точности, поскольку не происходит суммирования ошибок, обусловленных двигателями. Высокая удельная грузоподъемность и хорошие динамические показатели обеспечивают использование таких систем в условиях быстроменяющихся динамических нагрузок.

Наиболее распространенным ПМ, используемым в настоящее время в технике, является платформа Стьюарта, подвижная платформа (рабочий орган) которой приводится в движение с 6 гидроприводами [7].

Новый ПМ 6 степенями свободы (рис.1) содержит подвижную платформу 3, которая соединяется с неподвижной платформой (стойкой) 0 при помощи 6 пространственных диад 1-2, 4-5, 6-7, 8-9, 10-11, 12-13 вида ВСС, где В-вращательная кинематическая пара, С-сферическая кинематическая пара [8].

Число степеней свободы данного ПМ определяется по формуле:

$$W = 6n - \sum_{k=1}^5 k\rho_k - \delta, \quad (1)$$

где n – число подвижных звеньев, ρ_k – число кинематических пар k -го класса, δ – локальная подвижность. В данном ПМ: $n = 13$, 6 вращательных кинематических пар ρ_5 5 – го класса, 12 сферических кинематических пар 3 – го класса и 6 локальных подвижностей δ , т.е. по одному вращению вокруг собственных осей вращений шести бинарных звеньев 2, 4, 6, 8, 10, 12 вида СС. Бинарным звеном названо звено с двумя кинематическими парами. Следовательно, имеем:

$$W = 6 \cdot 13 - 6 \cdot 5 - 3 \cdot 12 - 6 = 6. \quad (2)$$

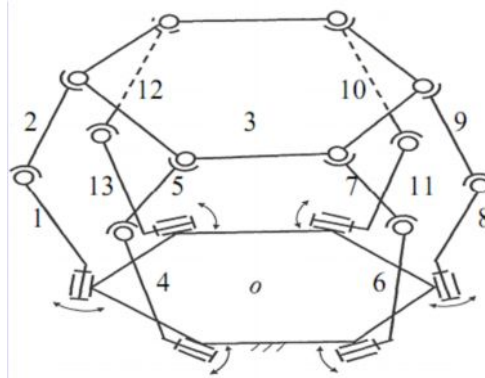


Рис. 1. Параллельный манипулятор с 6 степенями свободы

Входными кинематическими парами рассматриваемого ПМ являются вращательные кинематические пары, расположенные на стойке 0. 6 вращательных движений (обобщенных координат) элементов шести вращательных кинематических пар позволяют перемещать подвижную платформу 3 в пространстве.

Рассматриваемый ПМ имеет постоянные и переменные параметры. Постоянные параметры характеризуют геометрию звеньев ПМ, а переменные параметры характеризуют относительные движения элементов кинематических пар, т.е. положения звеньев.

Для определения постоянных и переменных параметров ПМ с каждым элементом каждой кинематической пары жестко связываем правые декартовые системы координат UWV и XYZ . Причем направления осей W и Z систем координат UWV и XYZ , жестко связанных с каждым элементом кинематической пары, совпадают, и они направлены по оси вращения или поступательного движения элементов данной кинематической пары.

Направления осей $U_j V_j W_j$ и $X_k Y_k Z_k$, жестко связанных на двух концах одного звена, могут быть различными, зависят от геометрии или “формы” данного звена. Для определения постоянных параметров, характеризующих геометрию звена, проводится общий перпендикуляр t_{jk} между осями W_j и Z_k (рис.2) и следующими шестью параметрами определяется взаимное расположение двух систем координат $U_j V_j W_j$ и $X_k Y_k Z_k$:

a_{jk} - расстояние от оси W_j до оси Z_k , измеряемое по направлению t_{jk} ;

α_{jk} - угол между положительными направлениями осей W_j и Z_k , измеряемый против хода часовой стрелки относительно положительного направления t_{jk} ;

b_{jk} - расстояние от направления t_{jk} до направления оси X_k , измеряемое по положительному направлению оси OZ_k ;

β_{jk} - угол между положительными направлениями t_{jk} и оси X_k , измеряемый против хода часовой стрелки относительно положительного направления оси Z_k ;

c_{jk} - расстояние от направления оси U_j до направления t_{jk} , измеряемое по положительному направлению оси W_j ;

γ_{jk} - угол между положительными направлениями оси U_j и t_{jk} , измеряемый против хода часовой стрелки относительно положительного направления оси W_j .

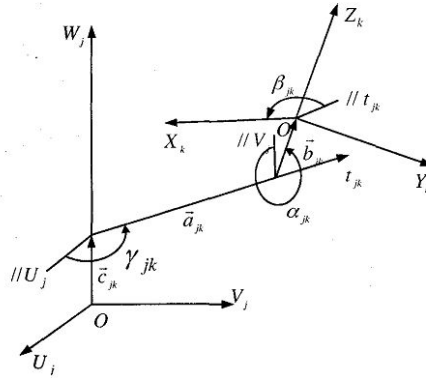


Рис.2. Правые декартовые системы координат

$$U_j V_j W_j \text{ и } X_k Y_k Z_k$$

Матрица преобразования $[T_{jk}]$, связывающая системы координат $U_j V_j W_j$ и $X_k Y_k Z_k$ согласно уравнению

$$\begin{bmatrix} 1 \\ U_j \\ V_j \\ W_j \end{bmatrix} = [T_{jk}] \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix} \quad (3)$$

состоит из произведения трех матриц элементарного сдвига и трех матриц элементарного поворота:

$$[T_{jk}] = [T_{W_j}](c_{jk}) \cdot [T_{W_j}](\gamma_{jk}) \cdot [T_{t_{jk}}](a_{jk}) \cdot [T_{t_{jk}}](\alpha_{jk}) \cdot [T_{Z_k}](b_{jk}) \cdot [T_{Z_k}](\beta_{jk}), \quad (4)$$

где

$$[T_{W_j}](c_{jk}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ c_{jk} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ — матрица элементарного сдвига относительно оси } W_j \text{ на} \quad (5) \\ \text{величину } c_{jk};$$

$$[T_{W_j}](\gamma_{jk}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma_{jk} & -\sin \gamma_{jk} & 0 \\ 0 & \sin \gamma_{jk} & \cos \gamma_{jk} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ — матрица элементарного поворота вокруг} \quad (6) \\ \text{оси } W_j \text{ на угол } \gamma_{jk};$$

$$[T_{t_{jk}}](a_{jk}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ a_{jk} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ — матрица элементарного сдвига относительно оси } t_{jk} \quad (7) \\ \text{на величину } a_{jk}.$$

$$[T_{jk}](\alpha_{jk}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha_{jk} & -\sin \alpha_{jk} \\ 0 & 0 & \sin \alpha_{jk} & \cos \alpha_{jk} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{— матрица элементарного поворота} \\ \text{вокруг оси } t_{jk} \text{ на угол } \alpha_{jk}; \end{array} \quad (8)$$

$$[T_{z_k}](b_{jk}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_{jk} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{— матрица элементарного сдвига относительно} \\ \text{оси } z_k \text{ на величину } b_{jk}; \end{array} \quad (9)$$

$$[T_{z_k}](\beta_{jk}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_{jk} & -\sin \beta_{jk} & 0 \\ 0 & \sin \beta_{jk} & \cos \beta_{jk} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{— матрица элементарного поворота} \\ \text{вокруг оси } z_k \text{ на угол } \beta_{jk}. \end{array} \quad (10)$$

Подставляя матрицы $[T_{W_j}](c_{jk})$, $[T_{W_j}](\gamma_{jk})$, $[T_{t_{jk}}](a_{jk})$, $[T_{t_{jk}}](\alpha_{jk})$, $[T_{z_k}](b_{jk})$, $[T_{z_k}](\beta_{jk})$ из выражений (5-10) в уравнение (4), получим:

$$[T_{jk}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a_{jk} \cdot \cos \gamma_{jk} + b_{jk} \cdot \sin \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} & \cos \gamma_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} - \sin \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} \\ a_{jk} \cdot \sin \gamma_{jk} - b_{jk} \cdot \cos \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} & \sin \gamma_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} + \cos \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} \\ c_{jk} + b_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} & \sin \alpha_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\cos \gamma_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} - \sin \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} \\ \cos \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} - \sin \gamma_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} \\ -\cos \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} \\ \cos \alpha_{jk} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Матрицу $[T_{jk}]$ можно рассматривать как состоящую из следующих подматриц:

$$[T_{jk}] = \begin{bmatrix} 1 & 000 \\ \vec{\tau} & [R] \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \text{Однородные координаты} & \\ \hline \text{Сдвиг} & \text{Поворот} \end{array} \right], \quad (12)$$

где

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} a_{jk} \cdot \cos \gamma_{jk} + b_{jk} \cdot \sin \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} \\ a_{jk} \cdot \sin \gamma_{jk} - b_{jk} \cdot \cos \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} \\ c_{jk} + b_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \gamma_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} - & -\cos \gamma_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} - & \sin \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} \\ -\sin \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} & -\sin \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} & \\ \sin \gamma_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} + & \cos \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} - & -\cos \gamma_{jk} \cdot \sin \alpha_{jk} \\ +\cos \gamma_{jk} \cdot \cos \alpha_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} & -\sin \gamma_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} & \\ \sin \alpha_{jk} \cdot \sin \beta_{jk} & \sin \alpha_{jk} \cdot \cos \beta_{jk} & \cos \alpha_{jk} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

На основе матрицы $[T_{jk}]$ можно составить матрицы бинарных звеньев и кинематических пар, т.е. определить постоянные и переменные параметры ПМ.

Литература

1. Механика промышленных роботов / под ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. Том 1. Кинематика и динамика. - М.: Высшая школа, 1988. -304 с.
 2. Fu K. S., Gonzales R. C., Lee C. S. G. Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence. -McGraw-Hill, New York, 1987. -480 p.
 3. Lung – Wen Tsai. Robot Analysis.-John Wiley & Sons, Inc. New York /Singapore / Toronto, 1999. - 505 p.
 4. Глазунов В. А., Вишняков Т. Л., Колискор А. Ш., Крайнев А. Ф. Перспективы использования механизмов параллельной структуры в робототехнике // Проблемы машиностроения и автоматизации. - М., 1990, №4. – С. 3-7.
 5. Jean – Pierre Merlet. Parallel Robots. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht / Boston / London, 2000.-355 p.
 6. Zh. Zh. Baigunchekov, Raj Gill, Anthony White, N. Baigunchekov. The Basis of Structural and Parametric Synthesis of The Parallel Manipulators with Functionally Independent Drives. Part I&II//Proceedings of the International Conference on Gearing, Transmissions, and Mechanical Systems. 3-6 July 2000, Nottingham Trent University, UK.-P.1-19.
 7. Stewart D. A Platform with 6 Degrees of Freedom//Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, 180 (Part 1, 15), 1965. - P. 371-386.
- Байгунчечков Ж. Ж., Марко Чеккарелли, Байгунчечков Н. Ж. Параллельный манипулятор. Патент №20724, Бюл. №2, 2009 г.