

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ КЫРГЫЗСКОЙ
РЕСПУБЛИКИ
КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. И. РАЗЗАКОВА и КЫРГЫЗСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ СТРОИТЕЛЬСТВА, ТРАНСПОРТА и АРХИТЕКТУРЫ
им. Н. ИСАНОВА

На правах рукописи

УДК 539.4

КОЖОШОВ ТАЛАНТБЕК ТЫНЫМСЕИТОВИЧ

**РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВИТЫХ ПРУЖИН С
ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ**

01.02.04. – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,
профессор **Абдрахманов С.А.**

Бишкек – 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1 Эффект памяти формы. Теоретические основы расчета винтовых цилиндрических пружин.....	10
1.1 Эффект памяти формы	10
1.2 Генерация реактивных напряжений.....	15
1.3 Расчет цилиндрических пружин. Основные геометрические соотношения	20
1.4 Анализ внутренних силовых факторов в поперечных сечениях витков цилиндрической пружины.....	24
1.5 Малые упругие перемещения винтовых цилиндрических пружин.....	28
1.6 Линейная теория.....	31
1.7 Нелинейная теория.....	33
Выводы к главе 1.....	39
ГЛАВА 2 Неупругая стадия работы пружины.....	40
2.1 Пружины растяжения-сжатия.....	40
2.2 Разгрузка пружины растяжения.....	45
2.3 Пружины кручения.....	47
2.4 Определение изгибающего момента, соответствующего началу фазовой деформации.....	48
2.5 Работа пружины кручения за пределом упругости.....	51
2.6 Разгрузка пружин кручения.....	53
Выводы к главе 2	58
ГЛАВА 3 Реактивные усилия.....	59
3.1 Формовосстановления пружин растяжения сжатия	59
3.2 Формовосстановления пружин кручения	66
3.3 Проведение экспериментов	71
3.4 Полученные результаты эксперимента и их обсуждение	80
Выводы главе 3.....	87
ВЫВОДЫ.....	88
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	89
ПРИЛОЖЕНИЯ	99

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

α_0, α – начальный и текущий угол подъёма прутка пружины;

d_0, d – начальный и текущий диаметр прутка пружины;

D_0, D – начальный и текущий диаметр пружины;

λ_{max}, λ_p – удлинение пружины: максимальное и после разгрузки;

J_ρ, J_b – полярный и осевой момент инерции относительно бинормали \vec{b} ;

E, G – модуль продольной упругости и модуль сдвига;

σ_{fn}, τ_{fn} – нормальное и касательное напряжения, соответствующие началу фазовой текучести материала;

P – нагрузка;

M – изгибающий момент;

P_{fn} – предельная нагрузка, при которой начинаются появляться напряжения, равные пределу фазовой текучести;

M_ϕ – момент, соответствующий появлению напряжения, равного σ_{fn} ;

W_b, W_ρ – момент сопротивления изгибу и кручению;

χ – кривизна кривой;

θ – относительный угол закручивания оси прутка пружины;

ρ – безразмерный параметр, характеризующий глубину зоны неупругих деформаций;

$D(\rho), K(\xi)$ – безразмерные операторы, характеризующие уменьшение жесткости при неупругой работе пружины растяжения и кручения;

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы диссертации.

Известно, что некоторые сплавы обладают широким спектром нетрадиционных свойств, например, таких как эффект памяти формы, обратимый эффект памяти формы, генерация реактивных усилий и др., присущих обычным конструкционным материалам [57-61]. В настоящее время с использованием таких материалов создаются новые устройства для различных отраслей экономики и, в связи с этим, важное значение имеют вопросы расчета напряжений и деформаций в элементах таких конструкций и устройств [1-10].

В диссертации рассматривается работа витых цилиндрических пружин круглого поперечного сечения из материала с памятью формы при термосиловом воздействии. Как известно, эффект памяти формы и генерация реактивных усилий проявляются при наличии неупругих деформаций. В связи с этим, важными этапами при проектировании конструкций, работающих за пределами упругости, являются: определение предельной нагрузки, после которой возникают неупругие деформации (мартенситной природы); определение величин неупругих деформаций; вопросы разгрузки и изучение остаточных деформаций; исследование реактивных усилий, возникающих в условиях воспрепятствования формовосстановлению образца.

В данной работе вышеперечисленные проблемы изучаются на примере цилиндрических пружин, претерпевающих существенные осевые перемещения при растяжении, сжатии и кручении.

Пружина, по своему предназначению подразумевает использование ее работу в пределах упругости, и не изученным остается вопрос поведения пружин в неупругой области. Это ставит перед нами задачу исследования работы пружины с памятью формы, получившей большие неупругие деформации, а также процесс формовосстановления при нагреве.

Актуальность данного диссертационного исследования обусловлена: необходимостью изучения поля напряжений и деформаций в поперечном сечении прутка пружин, обладающих эффектом памяти формы; исследования геометрических параметров при активном и пассивном нагружении; развитие реактивных усилий, возникающих в стесненных условиях при ее нагреве. Реализация на практике данного исследования даст возможность конструирования новых приборов и устройств с использованием пружин, обладающих нетрадиционными эффектами.

Связь темы диссертации с крупными научными программами, основными научно-исследовательскими работами, проводимыми научными учреждениями.

Исследования проводились в соответствии с планом работ, связанных с основными направлениями научно-технических программ Госагентства по науке и интеллектуальной собственности при Правительстве КР по темам: *«Исследование напряжено-деформированного состояния, физико-механических свойств материалов, остаточных напряжений различных материалов и их приложения на конкретных объектах Кыргызской Республики»* (приказ МОН КР №0005656 от 09. 04. 10 г), *«Исследование генерации реактивных усилий в пружинах кручения и сжатия, изготовленных из материала с памятью формы»* (приказ МОН КР №0005360 от 10. 04. 08 г).

Цель работы.

Определение неупругих деформаций, возникающих при растяжении-сжатии или при кручении пружин; разработка методов расчета пружин за пределом упругости; определение изменения геометрических параметров в процессе деформирования при активном и пассивном нагружении. Разработка методов расчета реактивных усилий при термосиловом воздействии, возникающих в условиях воспрепятствования их

формовосстановления. В соответствии с поставленной целью, объектом исследования является работа витых пружин круглого поперечного сечения из материала с памятью формы при термосиловом воздействии.

Для достижения цели исследования поставлены следующие задачи:

- Найти определяющие соотношения для расчета предельной нагрузки и определить ее величину при растяжении-сжатии или кручении пружин;
- определить остаточную кривизну, диаметр, угол подъема, а также перемещения конца пружины (угловые и линейные), в зависимости от значений максимальных нагрузок (крутящих моментов, растягивающих усилий) перед разгрузкой и после полной разгрузки;
- найти методику расчета реактивных усилий, возникающих в процессе нагрева пружины, в условиях воспрепятствования ее формовосстановления;
- экспериментально изучить деформирование пружин из материалов с эффектом памяти формы за пределом упругости;
- экспериментально исследовать реактивные нагрузки (крутящий момент, осевые усилия) пружин, возникающие при термосиловом воздействии, в условиях воспрепятствования ее свободного формовосстановления.

Научная новизна и теоретическая значимость полученных результатов заключается в следующем:

- получены формулы для расчета пружин за пределом упругости, а также определены предельные нагрузки (осевые усилия и крутящий момент);
- получены формулы для расчета остаточных параметров при пассивном нагружении (разгрузка) для цилиндрических витых пружин;
- определены реактивные усилия, возникающие при нагреве пружин, изготовленных из материала с эффектом памяти формы, в условиях воспрепятствования ее формовосстановления;

- построены алгоритмы расчета, описывающие активное упруго-неупругое деформирование, пассивное нагружение пружины, а также алгоритмы расчета определения текущих и остаточных параметров, предельных нагрузок, а также реактивных усилий, возникающих при термосиловом воздействии на пружину.
- Эти алгоритмы реализованы в программах, составленных на языках MathCAD и Excel 2010.

Практическая значимость полученных результатов.

Рассмотренный метод расчета предельной нагрузки при больших перемещениях, а также определение остаточных параметров после разгрузки, особенно необходим при изучении величин реактивных усилий, возникающих в пружинах с памятью формы при формовосстановлении.

Разработанный аналитический метод, а также полученные зависимости определения неупругих и остаточных деформаций, а также расчета реактивных усилий, возникающих в процессе формовосстановления, могут быть использованы широким кругом исследователей и конструкторов, работающих с большими перемещениями пружин (угловых и линейных).

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

- Предложено аналитическое решение расчета деформирования пружин за пределом упругости под действием нагрузок (усилий, моментов), превышающих их предельные значения $P_{\text{фн}}$, $M_{\text{фн}}$;
- Предложен расчет остаточных параметров пружин, при ее пассивном нагружении (разгрузка);
- Предложен расчет реактивных усилий, генерируемых в предварительно деформированных пружинах из материала с памятью формы при термосиловом воздействии на нее, в условиях воспрепятствования ее формовосстановлению.

Личный вклад:

- выдвижение новой методики расчета пружин с учетом неупругих деформаций. Этот метод позволяет определить аналитически решение

напряженно деформированного состояния пружин за пределом упругости под действием нагрузок, превышающих их предельные значения $P_{\text{фн}}$, $M_{\text{фн}}$;

- выведены уравнения для расчета остаточных параметров пружин, при ее пассивном нагружении (разгрузка);
- выведены уравнения для расчета реактивных усилий, генерируемых в предварительно деформированных пружинах из материала с памятью формы при термосиловом воздействии на нее, в условиях воспрепятствования ее формовосстановлению;
- составлены компьютерные программы в системе MathCad и проведение вычисления на ЭВМ.

Исследованные в диссертации теоретические вопросы, и приведенные экспериментальные результаты получены автором при непосредственном участии научного руководителя.

Апробация результатов диссертации.

Основные положения и узловые результаты научного исследования докладывались и обсуждались на еженедельных научных семинарах, проходящих в лаборатории «Память металлов» Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова, а также на:

Международной научно-технической конференции молодых ученых и студентов, посвященной 100-летию первого ректора ФПИ-КГТУ профессора Сухамлинова Г.А. «Инновации в образовании, науке и технике» (г Бишкек 2006, КГТУ им. И Раззакова); Международной научно-технической конференции «Наука, образование, инновации: приоритетные направления развития», посвященной 55-летию Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова (г.Бишкек, КГТУ, 16-17 сентября 2009 г.); Международной конференции по распространению упругих и упругопластических волн, посвященной 100-летию со дня рождения академика, Героя социалистического труда Халила Ахмедовича Рахматулина (г. Бишкек, НАН КР, 28-29 май 2009г.); Международной научно – технической конференции, посвященной 50 – летнему юбилею кафедры «Технология машиностроения» (г. Бишкек, КГТУ им. И. Раззакова, 28-30 мая 2009 г.); Международной научно-технической конференции «Прикладная математика и механика: проблемы и перспективы», посвященной дню науки Кыргызской Республики (г. Бишкек, КГТУ им. И. Раззакова, 18-19 ноября 2010 г.); Международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения» (г. Алматы, 17-19 июня 2009 г.); 52-й научно-технической конференции молодых ученых и студентов, посвященной 100-

летию И. Раззакова «Студенческая наука: взгляд молодых» Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова (г. Бишкек, КГТУ, 28 апреля 2010 г.); Международной научно-практической конференции «Информационные технологии в образовании: состояние, проблемы и перспективы» КГУСТА им. Н. Исанова 1-2 июля 2011 г.

Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными, полученными в лаборатории «Память металлов» Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова, а также с теоретическими и экспериментальными данными, приведенными в других источниках.

Полнота отражения результатов диссертации в публикациях.

По теме диссертационной работы опубликовано 20 научных статей в следующих изданиях: в Известиях Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова; в Известиях Кыргызского государственного университета строительства, транспорта и архитектуры; в Материалах Международной научно-технической конференции «Инновации в образовании, науке и технике», посвященной 100-летию профессора Сухомлинова Г.А. (Бишкек 2006г.); в Материалах III международной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения» (г. Алматы, 2009 г.); в Всероссийском научном журнале «Механика Композиционных Материалов и Конструкций» (г. Москва 2010); в Известиях вузов (г. Бишкек 2010 г.); в Республиканском научно-техническом журнале «Наука и новые технологии», (г. Бишкек 2010); в Вестнике инженерной академии им. Эйнштейна (г. Бишкек, 2009 г.); в Материалах 52-й научно-технической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов, «Студенческая наука: взгляд молодых» (г. Бишкек, 2010 г.); в трудах «Международной конференции по распространению упругих и упругопластических волн, посвященной 100-летию академика, Героя социалистического труда Халила Ахмедовича Рахматуллина» (г. Бишкек, 2009г.); в трудах «Международной конференции по распространению упругих и упругопластических волн, посвященной памяти академика, Героя социалистического труда Халила Ахмедовича Рахматулина» (г. Бишкек, 2011г.).

Структура и объем диссертации: Диссертация содержит 135 страниц и состоит из введения, трех глав и приложения. Основной текст изложен на 88 страницах, содержит 50 рисунков. Список использованной литературы состоит из 104 наименований.

ГЛАВА 1

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Эффект памяти формы. Теоретические основы расчета винтовых цилиндрических пружин

1.1 Эффект памяти формы

В данной главе приведен обзор основных вопросов и проблем термоупругих мартенситных превращений, характеристических температур превращений, явлении эффекта памяти формы в металлах и генерации реактивных напряжений, а так же теоретические основы расчета винтовых цилиндрических пружин, основных геометрических соотношений и проведен анализ внутренних силовых факторов в поперечных сечениях витков цилиндрической пружины. Пренебрегая изменениями угла подъема прутка α и диаметром пружины D , в случае малых перемещений в процессе ее деформирования проводится расчет пружин с разными частными случаями закрепления концов в линейной постановке. В случае больших осевых перемещений изучается работа пружины с учетом нелинейности. Произведен теоретический расчет цилиндрических пружин растяжения-сжатия, а так же графически определена предельная нагрузка, после которой начинают появляться неупругие деформации.

Одной из важных и актуальных проблем в современном развитии технологий являются разработка и эффективное применение новых технологий и материалов [60,72,73,75].

В настоящее время все конструктора, инженера, программисты придумывают, проектируют, разрабатывают и творят новые открытия в различных областях науки и техники, в первую очередь преследуя те цели, которые выгодны для человека и общества при создании чего-то нового.

Эти цели можно охарактеризовать в нескольких наиболее важных словах, относящихся к этой ситуации - экономическая выгода, наиболее

лучшие показатели функциональных и технологических параметров по сравнению с аналогом.

В процессе открытия или творении чего-то нового ученые исследователи прежде всего руководствуются технологичностью, дешевизной, надежностью предметов своих открытий и изобретений, а также рассматривается одно из немаловажных аспектов - это как можно более широкий спектр применения новых технологий.

В наш век с усложнением форм строительных конструкций, разнообразными запросами авиастроения и машиностроения, роль методов теории упругости резко изменилась. Теперь они составляют основу для построения практических методов расчетов деформируемых тел и систем тел разнообразной формы. При этом в современных расчетах учитываются не только сложность формы конструкций и разнообразие воздействий (силовое, температурное и т.п.), но и специфика физических свойств материалов из которых изготовлены конструкции. Дело в том, что в современных конструкциях наряду с традиционными материалами (сталь, дерево, бетон и т.д.) широкое применение получают новые материалы, обладающие рядом специфических свойств.

Существует обширная группа деталей, деформации которых полезны и используются в работе, например, чувствительные элементы измерительных приборов и датчиков, воспринимающие измеряемую величину. Упругие элементы используют в приборах и в различных устройствах не только в качестве чувствительных элементов, но и для аккумуляции механической энергии, создания натяга между деталями, в конструкциях упругих опор и амортизаторов, а также для других целей [77, 60,38].

Известно, что при разгрузке упруго деформированной пружины, происходит восстановление ее первоначальной геометрической формы, а если пружина была растянута (сжата или закручена) не упруго, то деформации в ней частично остаются и первоначальная форма не восстанавливается. Однако, некоторые металлические сплавы (например,

такие, как TiNi, CuAlZn и др.) после получения заметной неупругой деформации, при нагреве восстанавливают свою первоначальную геометрическую форму [1,4,6,16,25,57,62,64]. Это необычное поведение материалов называется эффектом памяти формы.

В основе эффекта памяти формы большинства сплавов лежат так называемые термоупругие мартенситные превращения. Теория мартенситных превращений основывается на фундаментальных представлениях о закономерном характере перестройки кристаллической решетки и когерентности сосуществующих фаз аустенита (А) и мартенсита (М) (сформулированных Г.В. Курдюмовым). Высокотемпературную фазу принято называть аустенитом, а низкотемпературную — мартенситом [57]. При охлаждении материала из аустенитного состояния, мартенсит начинает образовываться с некоторой температуры M_n . При дальнейшем охлаждении количество мартенситной фазы увеличивается, и полное превращение аустенита в мартенсит заканчивается при некоторой температуре M_k . Ниже этой температуры термодинамически устойчивой остается только мартенситная фаза [100,102].

При нагреве превращение мартенсита в аустенит начинается с некоторой температуры A_n и полностью заканчивается при температуре A_k . При полном термоциклировании получается гистерезисная петля. Ширина гистерезисной петли по температурной шкале A_k-M_n или A_n-M_k может быть различной для разных материалов: широкой или узкой (рис. 1.1), a – с широким, и b –с узким гистерезисом). При наличии механических напряжений температуры M_n , M_k , A_n и A_k могут смещаться в сторону более высоких температур [9,15,16,71,74].

Мартенситное превращение может инициироваться не только изменением температуры, но и порождаться механическими усилиями. В соответствии со сказанным, различают *термомартенсит* и *механомартенсит*, и при анализе фазовых диаграмм (рис. 1.1) вводят обычно еще три характеристических температуры: T_0, M_d, A_d , где T_0 — температура

термодинамического равновесия; M_d — температура, ниже которой мартенсит может возникнуть не только вследствие понижения температуры, но и под действием механического напряжения; A_d — температура, выше которой аустенит может появиться не только вследствие нагревания, но и под действием механических напряжений [87,98,99].

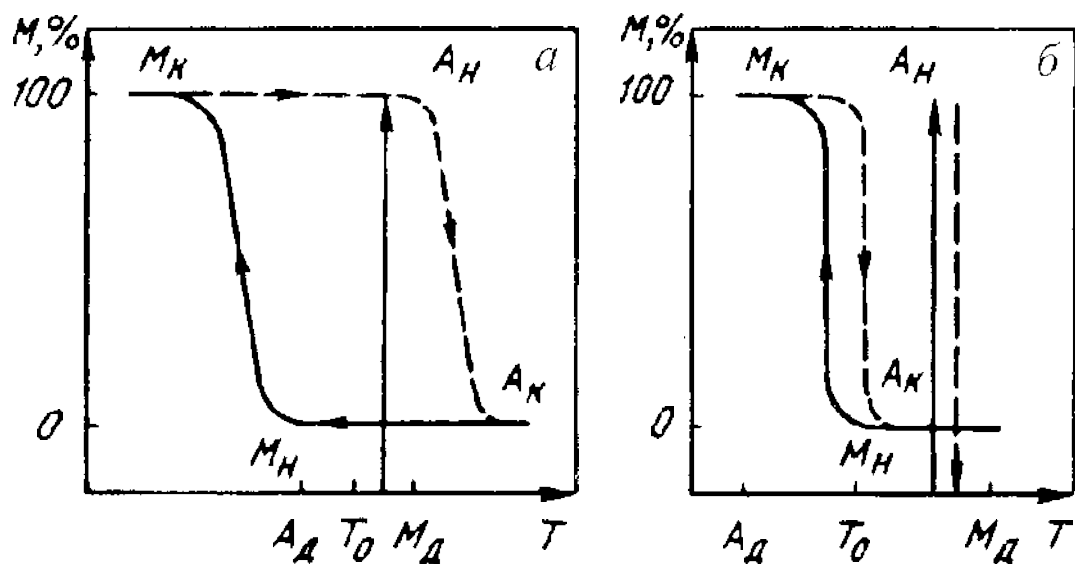


Рис. 1.1. Зависимость фазового состава сплава от температуры:

а) широкий гистерезис; б) узкий гистерезис

Расположение этих температур относительно петли гистерезиса оказывает влияние на поведение материала при термосиловом воздействии. В случае узкого гистерезиса (рис. 1.1, б) температура M_d может оказаться правее температуры конца аустенитного превращения A_k , а при широком гистерезисе — левее этой температуры (рис. 1.1, а).

В сплавах с узким гистерезисом наведенный механомартенсит, т.е. мартенсит, образованный под действием внешней нагрузки при температуре ниже M_d (но выше A_k), будет термодинамически неустойчивым и при разгрузке он должен исчезнуть. На рис. 1.1 превращения аустенит—мартенсит условно обозначены вертикальными стрелками. В таких материалах наблюдается так называемый *эффект псевдоупругости*, очевидно связанный с этими явлениями [57].

При широком гистерезисе наведенный механомартенсит будет термодинамически устойчивым и сохраняется при разгрузке. Деформации в этом случае исчезнут только после нагрева.

Рассмотрим диаграмму растяжения сплава в мартенситном состоянии (рис. 1.2). При превышении нижнего предела текучести (точка А), равного напряжению, необходимому для переориентации мартенсита, возникают

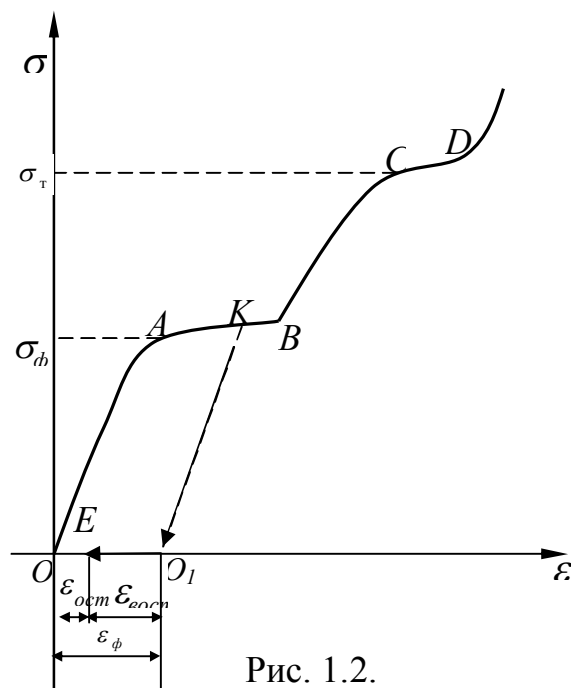


Рис. 1.2.

неупругие деформации, достигающие нескольких процентов. Этот предел текучести некоторые авторы называют началом фазовой текучести, а неупругие деформации, следующие за началом фазовой текучести – фазовыми деформациями [3,8,9]. Деформации, образующиеся на площадке фазовой текучести обуславливаются в основном реакцией «мартенсит – мартенсит», т.е. на этом участке диаграммы происходит процесс двойникования и переориентации двойников мартенсита. Этот процесс по существу заканчивается в конце этой площадки (точка В) [22]. Дальнейшая деформация является обычной, т.е. на участке ВС сплав вновь деформируется по упругому закону и при достижении дислокационного предела текучести σ_T произойдет деформация скольжения (участок CD).

В случае, когда восстановленная деформация $\epsilon_{вос} < \epsilon_{\phi}$ (рис. 1.2), в образце сохраняется некоторая остаточная деформация $\epsilon_{ост}$, накапливаемая в результате инициализации необратимых каналов пластичности, например, дислокационных.

Наиболее эффективным способом деформирования является деформирование в режиме эффекта пластичности превращения, когда

наиболее полно реализуются деформационные возможности фазовых превращений. Однако технологически такой способ трудно осуществим. Реально на практике используется схема активного деформирования при температуре, близкой к M_n , при которой деформирующие нагрузки минимальны.

1.2 Генерация реактивных напряжений

Одной из особенностей деформационно-силового поведения материалов с памятью формы является эффект генерации реактивных напряжений, физическая интерпретация которого приведена на рис. 1.3. После деформирования (участок OAB) образца с ЭПФ при $T < M_n$ и разгрузки (BC) в нем сохранится фазовая деформация. Если при последующем нагреве воспрепятствовать свободному восстановлению деформации (заневолить образец), то в нем будут возникать внутренние напряжения, называемые реактивными σ_r (участок CD_1). Значение максимальных напряжений σ_r^{\max} зависит от деформации начала противодействия $\varepsilon_{\text{нп}}$ и жесткости противодействия $K = \tan \alpha$. С увеличением $\varepsilon_{\text{нп}}$ и K максимальные реактивные напряжения растут, что отражено на рис. 1.3 (кривые 1, 2, 3).

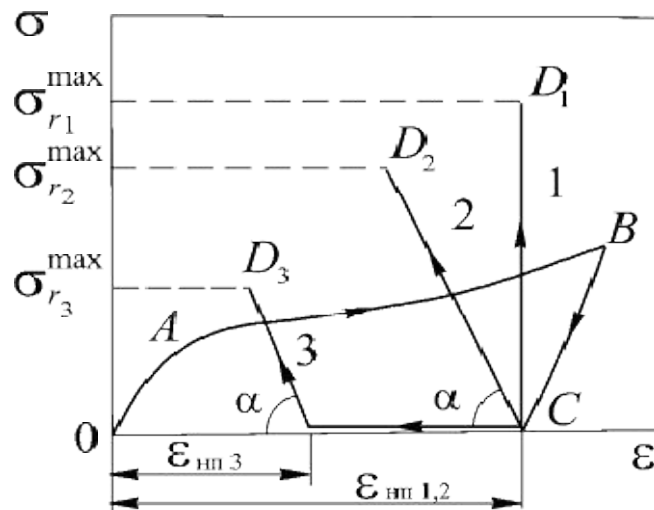


Рис. 1.3. Схема генерации реактивных напряжений: OAB — деформирование при $T < M_n$; BC — разгрузка; CD_1 — генерация реактивных напряжений при нагреве в заневоленном состоянии (для линий 1 и 2 — $\varepsilon_{\text{нп}1} = \varepsilon_{\text{нп}2}$, $K_1 > K_2$; для 2 и 3 — $\varepsilon_{\text{нп}3} < \varepsilon_{\text{нп}2}$, $K_3 = K_2$)

У сплавов на основе TiNi, напряжения σ_r^{\max} могут достигать 600–800 МПа, а в композиции Ti—Ni—Hf — даже 1300 МПа.

Необходимо отметить, что при последующем охлаждении в интервале температур прямого мартенситного превращения (M_H^σ — M_K^σ) реактивные напряжения σ_r релаксируют практически до нуля. Типичный гистерезис, демонстрирующий эффект генерации и релаксации реактивных напряжений в сплаве на основе TiNi, приведен на рис. 1.4.

Характерная особенность генерируемого реактивного напряжения заключается в многократной воспроизводимости гистерезисной зависимости напряжения от температуры при повторяющихся нагревах и охлаждениях [30]. Термомеханический гистерезис не обязательно бывает замкнутым, особенно в первых циклах, но после некоторого числа термоциклов

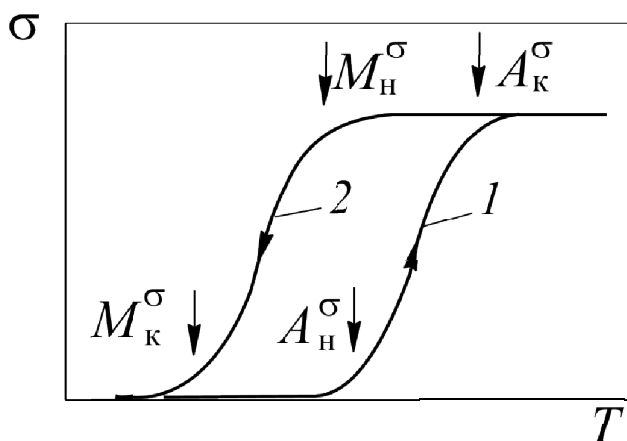


Рис. 1.4. Эффект генерации (1) и релаксации (2) реактивных напряжений

гистерезисная петля стабилизируется (замыкается.). Это весьма важно для практического использования материалов с ЭПФ в циклически действующих устройствах. Реактивные напряжения при температурах выше M_H^σ весьма стабильны во времени, что обеспечивает длительную работоспособность деталей, в

которых реализуются σ_r .

При генерации σ_r интервал $(A_K^\sigma - A_H^\sigma)$ расширяется и смещается в сторону более высоких температур, причем A_H^σ возрастает незначительно, а A_K^σ повышается довольно сильно, например, в сплавах на основе TiNi на сто и более градусов.

Эффект обратимой памяти формы резко расширяет возможности применения сплавов с ЭПФ в приборах и конструкциях многократного циклического действия.

Сплавами, обладающими эффектом памяти формы занимаются большое количество исследователей, в том числе и зарубежных. В частности, в Японии одной из важных проблем развития технологии является разработка новых материалов. Решение этой проблемы имеет целью появления новых областей применения в результате реализации свойств этого материала. Профессор К. Ооцука из университета Цукуба является одним из авторитетных специалистов в области материаловедения сплавов с эффектом памяти формы, доктор Ю. Судзуки из фирмы «Фурукавадэнкикоге» – один из лучших специалистов в области применения этих сплавов, профессор К. Симидзу из университета «Сэкугекурэн» первым рассмотрел применение сплавов с эффектом памяти формы в медицине [87].

Исследованиями таких материалов занимаются также и российские ученые к ним можно отнести работы профессоров: Лихачева В.А. [57-64], Малинина В.Г. [70], Хачина В.Н. [91], Юдина Б.Н. [97], Мовчана А.А. [73], Казариной С.А. [74] и др. В последнее время появились работы Лурье С.А. [67], в которых изучаются проблемы эволюции напряжений в составных системах, содержащих активные элементы из сплава с памятью формы при охлаждении такого элемента через интервал фазового аустенитно-мартенситного превращения, т.е. на этапе прямого превращения.

Мовчан А.А. и Казарина С.А. [73], [74] в своих работах рассматривают задачи кручения призматических стержней из сплавов с памятью формы, и предлагают систему микромеханических определяющих соотношений для сплавов с памятью формы, а также модификацию этой системы, в которой учитывается влияние фазовых деформаций на диаграмму термоупругого мартенситного превращения.

В Кыргызстане аналогичной тематикой занимаются в лаборатории «Память металлов» при Кыргызском государственном техническом университете им. И. Раззакова, где под руководством профессора Абдрахманова С.А. проводятся экспериментальные и теоретические исследования над материалами, обладающими эффектом формовосстановления[1-29]. Эти исследования включены в проекты НИИ ФТП при КГТУ по научно-техническим программам Госагентства по науке и интеллектуальной собственности при Правительстве КР.

На практике часто приходится встречаться с такими конструкциями, в которых некоторым элементам приходится работать в пределах больших перемещений. Такими элементами конструкций могут служить различного рода плоские, ленточные или различные цилиндрические пружины. Являясь гибкими, эти элементы могут получать большие, сравнимые с геометрическими размерами, перемещения, т.е. менять геометрию системы настолько, что становится недопустимым пользоваться как принципом неизменности начальных размеров, так и принципом независимости действия сил. В таких случаях говорят, что система работает в области больших перемещений. Когда говорят о больших и малых перемещениях, имеют в виду не абсолютные значения этих перемещений, а то, насколько существенно влияют они на геометрию и характер нагружения системы. Если перемещения по абсолютной величине малы, но меняют систему настолько, что не допускают применения указанных двух принципов, то такие перемещения считаются большими.

Большие перемещения могут сопровождаться как большими, так и малыми, как упругими, так и неупругими деформациями. Тонкий стержень (балка) способен при достаточно малой толщине давать большие упругие перемещения.

Расчетом упругих элементов машин и приборов в том числе цилиндрических винтовых пружин при малых и больших перемещениях

занимались С.В. Пономарев [76], Л.Е. Андреева [77], Н.А. Чернышев [92], В.А. Оленев, они внесли неоценимый вклад в науку. Определением перемещений плоских стержневых систем за пределами упругости занимался Н.Н. Малинин [70], который внес большой вклад в прикладную теорию пластичности и ползучести. А.А. Ильюшиным [44] установлено, что сформулированное допущение о том, что напряженное состояние всех точек балки при чистом изгибе и за пределами упругости является одноосным, считается приближенным и эквивалентно допущению о том, что коэффициент поперечной деформации в упругой и пластической областях одинаков.

Линейная теория растяжения-сжатия и кручения пружин, широко используемая в механике и в курсах сопротивления материалов, базируется на предположении о малости перемещений при растяжении-сжатии или при кручении по сравнению начальными геометрическими параметрами. Во всех рассматривавшихся задачах классической теории упругости предполагалось, что перемещения, возникающие в деформированной системе, невелики и что размеры и форма упругого тела при нагружении меняются незначительно [78,79,80]. Однако в технике встречаются такие конструкции, в которых пружина растяжения или пружина кручения сильно деформируется при работе даже в пределах упругости.

Определение больших перемещений расчетным путем связано со значительными трудностями. Эти трудности определяются в основном тем, что уравнения больших перемещений являются, как правило, нелинейными и не всегда поддаются точному решению. Если же система в дополнение к большим перемещениям получает еще и неупругие деформации, то трудности исследования такой системы возрастают во много раз [26,24,27].

В зависимости от конкретных условий работы и назначения элементов, обладающих эффектом памяти формы, за предельное состояние обычно принимают такое, при котором в опасной точке детали происходит переход из одного механического состояния материала в другое, например, из

упругой области в область упруго-неупругих деформаций. Предельное механическое состояние каждого материала характеризуется определенным уровнем напряжений. В частности наступление неупругих деформаций характеризуется величиной предела текучести. Нагрузку, при которой в элементе начинают появляться такие деформации, будем называть предельной нагрузкой [18,20,21,23,24,59].

Для проявления эффекта памяти формы необходимым условием, как было замечено выше, является наличие неупругих деформаций, которые возникают при деформировании образца нагрузкой, превышающей предельную. Изучение генерируемых образцами, обладающими эффектом памяти формы, реактивных усилий, очевидно, невозможно рассматривать в отрыве от ее связи с величиной предельной нагрузки, за пределами которых появляются неупругие деформации. В настоящей работе подробно рассмотрено поведения пружин растяжения-сжатия и кручения, большие перемещения в которых связаны с неупругими деформациями [25,26].

1.3 Теоретические основы расчета винтовых цилиндрических пружин. Основные геометрические соотношения.

Цилиндрическая винтовая пружина представляет собой брус, ось которого располагается на поверхности образующего цилиндра по винтовой линии. В дальнейшем будем называть цилиндрическую витую пружину винтовым брусом. Ось этого бруса, образующего винтовую пружину, полностью определяется тремя независимыми параметрами, за которые удобно принять [77,92]:

- 1) диаметр D – средний диаметр пружины;
- 2) угол подъема α оси винтового бруса;
- 3) длину l оси рабочей части винтового бруса.

Из рис. 1.5 уравнения оси бруса в цилиндрических координатах можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{D}{2} \cos \varphi; \\
 y &= \frac{D}{2} \sin \varphi; \\
 z &= \frac{D\varphi}{2} \operatorname{tg} \alpha.
 \end{aligned}
 \tag{1.1}$$

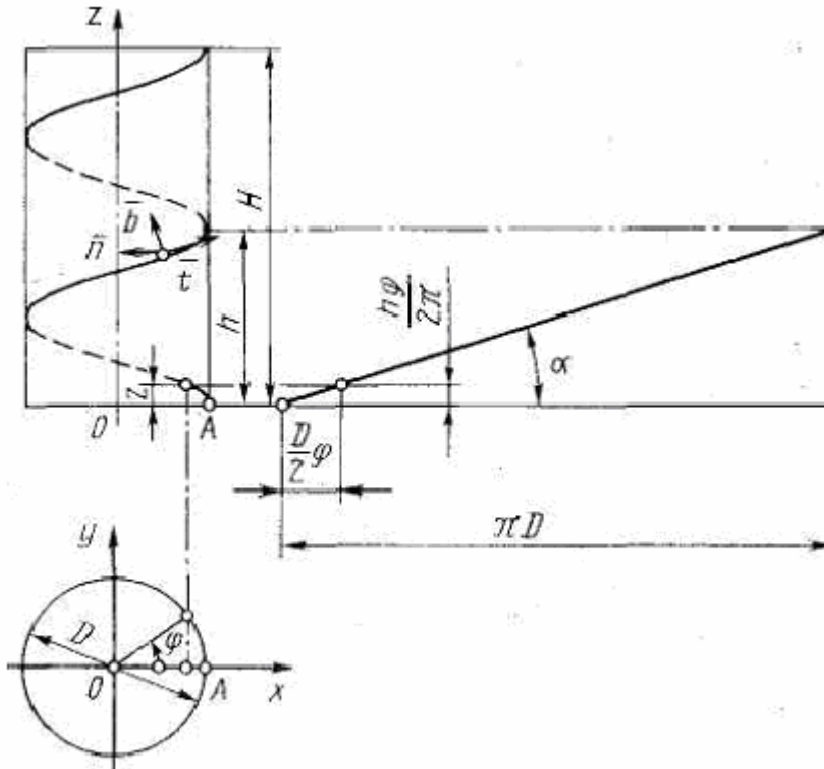


Рис. 1.5

Обозначим наибольший полярный угол через φ_i , отсчитываемый от оси x . Тогда $\varphi_i = 2\pi i$, где i — число рабочих витков пружины. С другой стороны, поскольку (рис. 1.5)

$$\pi D i = \frac{D}{2} \varphi_i = l \cos \alpha,
 \tag{1.2}$$

используя зависимость (1.2), а так же обозначая φ_i через ψ , число рабочих витков можно показать через основные параметры

$$\psi = \varphi_i = \frac{2l \cos \alpha}{D}.
 \tag{1.3}$$

Шаг оси винтового бруса

$$h = \pi D t g \alpha . \quad (1.4)$$

Длина рабочей части пружины

$$H = h i , \quad (1.5)$$

Или

$$H = l \sin \alpha \quad (1.5a)$$

При изучении пространственных кривых воспользуемся подвижной ортогональной системой координат (естественных), начало которой располагается в исследуемой точке кривой, а оси направляются: по касательной к кривой в сторону возрастания дуги (единичный вектор оси орт \bar{t}), по главной нормали в направлении кривизны (к центру орт \bar{n}) по бинормали кривой (орт \bar{b}). Для правой винтовой линии будем применять правую систему координат (рис. 1.5), для левой винтовой линии — левую. При переходе от данной точки кривой к соседней, естественная система координат $(\bar{t}, \bar{n}, \bar{b})$ изменяет свою ориентацию в пространстве и поворачивается как твердое тело вокруг мгновенной оси вращения с некоторой угловой скоростью, скорость берется по отношению к проходимоу по кривой пути s . Как известно из дифференциальной геометрии, мгновенная угловая скорость имеет вид

$$\bar{\omega} = \omega \bar{t} + \chi \bar{b} . \quad (1.6)$$

Из этой зависимости видно, что вращение около мгновенной оси можно разложить на вращение вокруг касательной и бинормали с условными угловыми скоростями ω и χ соответственно (ω — кручение кривой в рассматриваемой точке, χ — кривизна кривой в той же точке). Таким образом, кривизна кривой в рассматриваемой точке представляет собой скорость вращения (по отношению к пути, проходимоу по кривой) системы координат $(\bar{t}, \bar{n}, \bar{b})$ вокруг бинормали \bar{b} (от \bar{t} , к \bar{n}).

Радиус кривизны

$$\rho = \frac{1}{\chi}. \quad (1.7)$$

Центр кривизны располагается на главной нормали, определяемой ортом \bar{n} , который для винтовой линии перпендикулярен к оси образующего цилиндра. Для винтовой линии кривизна кривой [77] равна

$$\chi = \frac{2\cos^2 \alpha}{D}. \quad (1.8)$$

Кручение кривой в данной точке представляет собой скорость вращения (по отношению к пути) системы координат $(\bar{t}, \bar{n}, \bar{b})$ относительно касательной \bar{t} (от \bar{n} к \bar{b}).

Для винтовой линии кручение определяется по формуле

$$\omega = \frac{\sin 2\alpha}{D}. \quad (1.9)$$

Так как в рассматриваемом случае α и D — величины постоянные, то кручение и кривизна так же не меняются при переходе от одной точки винтовой линии к предельно близкой другой. Поперечные сечения витков пружины, совпадающие с плоскостями, определяемыми соответствующими ортами от \bar{n} и \bar{b} , обычно имеют прямоугольную (квадратную) или круглую форму, причем в последнем случае оси симметрии сечения направлены по нормали и бинормали оси в рассматриваемом сечении.

При технических расчетах пружин кривизну витков характеризуют индексом пружины

$$C = \frac{D}{a}, \quad (1.10)$$

где a — размер поперечного сечения в направлении \bar{n} нормали.

При круглом поперечном сечении витков

$$C = \frac{D}{d}.$$

Из-за сложности навивки, резкого повышения напряжений на внутреннем волокне витков, пружины с индексом $c < 4$ применяют редко.

1.4. Анализ внутренних силовых факторов в поперечных сечениях витков цилиндрической пружины

Обычно винтовые пружины бывают нагружены по концам, причем нагрузка сводится к силам P , направленным по оси пружины, и парам m , действующим в торцовых плоскостях, перпендикулярных оси z (рис. 1.6). Растягивающую пружину силу P , и момент m , закручивающую пружину по ходу навивки т. е. увеличивающую кривизну витка, примем положительными. Сжимающую силу и момент, раскручивающий пружину, будем учитывать со знаком минус. Если пружина подвергнется действию указанных нагрузок, то по условиям осевой симметрии все поперечные сечения витков, за исключением концевых, равноправны, и для исследования внутренних сил достаточно рассмотреть одно из сечений.

Воспользуемся методом сечений (рис. 1.6) и рассмотрим нижнюю часть. Приложим к избранному сечению A нагруженной пружины внутренние усилия и рассмотрим условия равновесия пружины. Используем систему координат t_A, n_A, b_A в точке A оси прутка пружины (витков). Отметим, что орт t_A совпадает с внешней нормалью поперечного сечения витка пружины. Таким образом, само сечение лежит в плоскости $n_A A b_A$.

В этом случае касательная к оси витков нагруженной пружины составляет с горизонтальной плоскостью угол α , тогда плоскость поперечного сечения витка образует с вертикальной плоскостью V , проходящей через ось z и точку A , такой же угол α . В указанной плоскости V находятся вектор P – осевые усилия и вектор L внешней пары, закручивающий пружину. Внутренние усилия в сечении, уравнивающие эту нагрузку, приводятся к равнодействующей силе P , приложенной в точке A и направленной снизу вверх, а также к паре $L_A=L+L$, где вектор L_p , равный по модулю $\frac{PD}{2}$, направлен перпендикулярно плоскости V . Внутренняя сила P быть может разложена в направлении осей t_A и b_A .

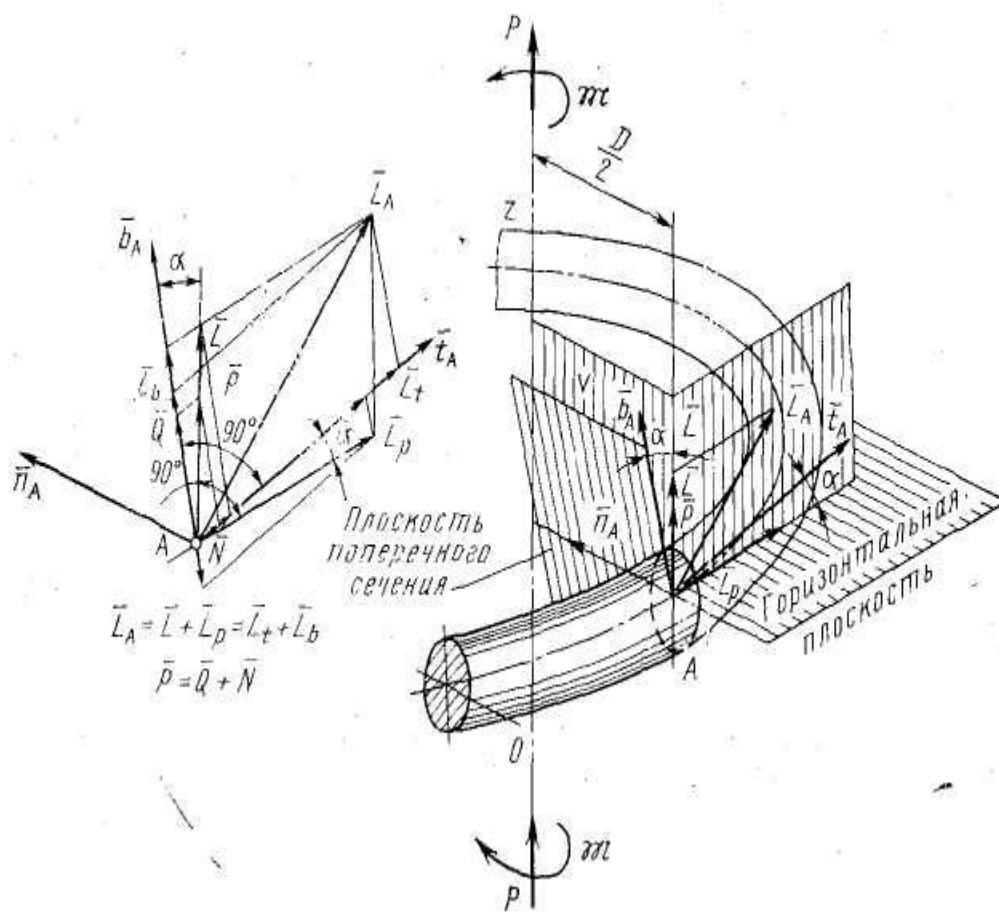


Рис. 1.6.

На рис. 1.7 приведены внутренние силовые факторы в поперечном сечении витка пружины в процессе нагружения. Составляющая силы P в направлении оси t_A , называемая нормальной силой, примет вид

$$N = P \sin \alpha. \quad (1.11)$$

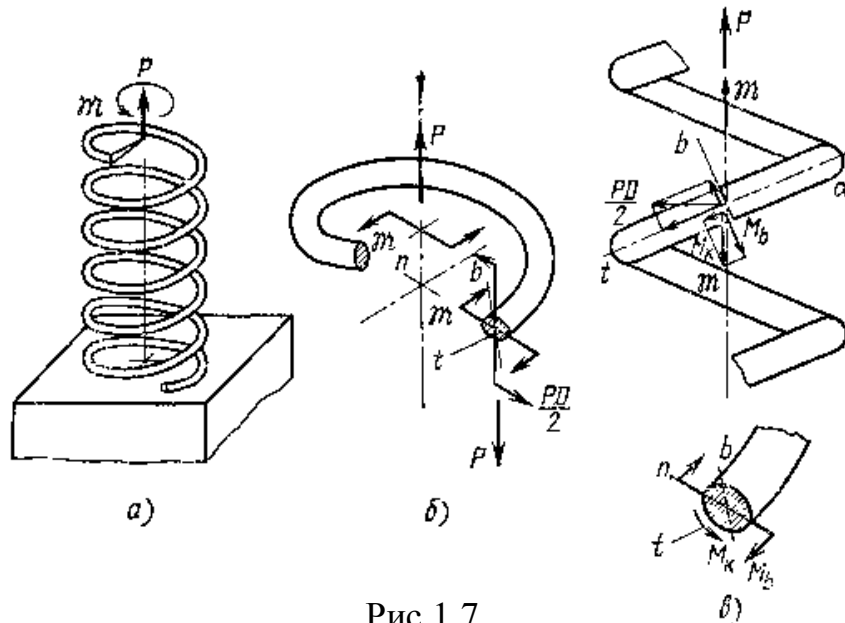


Рис.1.7

Равнодействующая нормальных сил в поперечном сечении витка площадью F представляет собой сила N , т. е.

$$N = \int_F \sigma_t dF ,$$

где σ_t — нормальное напряжение в поперечном сечении витка. Составляющая силы P в направлении оси b_A , называется поперечной силой, и она равна

$$Q = P \cos \alpha. \quad (1.12)$$

Сила Q представляет собой равнодействующую касательных усилий в поперечном сечении и направлена по оси b_A :

$$Q = \int_F \tau_{tb} dF ,$$

где τ_{tb} — составляющая касательных напряжений в поперечном сечении витка пружины, параллельная оси b_A . Вектор L_A полного момента внутренних сил в поперечном сечении также может быть разложен в направлении осей t_A и b_A :

$$\bar{L}_A = \bar{L}_t + \bar{L}_b.$$

Вектор L_t представляет собой вектор крутящего момента M_t :

$$L_t = \int_F [\bar{r}, \bar{\tau}] dF.$$

В векторном произведении под знаком интеграла r — текущий радиус-вектор, определяющий положение элемента dF в поперечном сечении витка относительно его центра тяжести; τ — полное касательное напряжение в точке поперечного сечения, определяемое радиус-вектором \bar{r} .

В рассматриваемом случае вектор L_t имеет вид

$$\bar{L}_t = M_t \bar{t}_A,$$

где

$$M_t = m \sin \alpha + \frac{PD}{2} \cos \alpha. \quad (1.13)$$

Крутящий момент M_t считается положительным, когда он «вращает» систему координат t, n , b относительно оси t_A так, что ось n переходит в ось b при повороте на 90° . Вектор L_b представляет собой вектор изгибающего момента в поперечном сечении [77]

$$M_b = \int_F \sigma_t n_x dF,$$

где n_x — координата по оси n_A , определяющая положение элемента dF в поперечном сечении витка относительно оси \bar{b}_A . Таким образом,

$$\bar{L}_b = M_b \bar{b}_A.$$

Здесь

$$M_b = m \cos \alpha - \frac{PD}{2} \sin \alpha. \quad (1.14)$$

Момент M_b считается положительным, когда он стремится «вращать» систему координат t, n , относительно оси b так, что ось t переходит в ось n при повороте на 90° . В случае $M_b > 0$ кривизна витков увеличивается. Индекс b при M показывает положение нейтральной оси в сечении (в рассматриваемом случае она совпадает с бинормалью оси в точке A). Силы N и Q при расчете пружин обычно имеют второстепенное значение по сравнению с крутящим и изгибающим моментами M_t и M_b .

1.5 Малые упругие перемещения винтовых цилиндрических пружин

При нагружении пружины закручивающими парами m и осевыми силами P , приложенными по торцам пружины, последняя, изменяя в процессе деформации свои первоначальные размеры, по условию равноправности всех поперечных сечений витков продолжает оставаться винтовым брусом. При этом поперечные сечения витков пружины остаются как будто жестко связанными с естественными осями координат, определяемыми осями \bar{n} и \bar{b} , меняющими в процессе деформации свою ориентацию в пространстве, но по-прежнему остающимися осями витков деформированной пружины.

Так как эта ось является винтовой линией, а нормаль в каждой ее точке, как известно, перпендикулярна оси образующего цилиндра, то при рассматриваемом характере деформирования пружины все сечения витков перемещаются поступательно. Ось деформированной пружины определяется новыми основными параметрами D, α, l , которые связаны с начальными параметрами D_0, α_0, l_0 соотношениями:

$$\begin{aligned} D &= D_0 + \Delta D; \\ \alpha &= \alpha_0 + \Delta \alpha; \\ l &= l_0 + \Delta l. \end{aligned} \tag{1.15}$$

В особенности, существенное значение имеет изменение угла подъема витков пружины, что непосредственно связано с изменением их кривизны и крутки [см. формулы (1.8), (1.9)], т. е. с кручением и изгибом витков.

Ввиду малости величины Δl , можно ее во внимание не принимать, предполагая ось винтового бруса нерастяжимой, т. е. принимать $\Delta l = 0$. Величины ΔD и $\Delta \alpha$ являются функциями нагрузки и начальных параметров пружины, а также зависят от свойств материала.

Для установления этих важных в расчетном отношении функциональных зависимостей рационально вначале из чисто геометрических соображений определить связь между ΔD , $\Delta \alpha$ и изменениями кривизны $\Delta \chi$ и кручения $\Delta \omega$ оси винтового бруса.

Примем, что любое из перемещений является малой величиной по сравнению с соответствующими ему начальными параметрами пружины. Тогда, учитывая, что оси симметрии любого поперечного сечения витков деформированной пружины продолжают совпадать с осями \bar{n} и \bar{b} оси нагруженного винтового бруса (2.8) и (2.90), получим [76]:

$$\Delta \chi = \frac{4 \cdot \cos \alpha \cdot \Delta(\cos \alpha)}{D} - \frac{2 \cos^2 \alpha \cdot \Delta D}{D^2}, \quad (1.16)$$

$$\Delta \omega = \frac{2 \cos \alpha \Delta(\sin \alpha)}{D} + \frac{2 \sin \alpha \Delta(\cos \alpha)}{D} - \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha \Delta D}{D^2}. \quad (1.17)$$

Учитывая, что $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, можно составить следующее соотношение

$$\sin \alpha \Delta(\sin \alpha) + \cos \alpha \Delta(\cos \alpha) = 0. \quad (1.18)$$

Решая совместно уравнения (1.16)—(1.18) относительно $\Delta(\cos \alpha)$, $\Delta(\sin \alpha)$ и ΔD , получим [77]

$$\Delta(\cos \alpha) = -\frac{D \sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha} \Delta \chi + \frac{D \sin \alpha}{2} \Delta \omega, \quad (1.19)$$

$$\Delta(\sin \alpha) = -\frac{D \sin \alpha}{2} \Delta \chi + \frac{D \cos \alpha}{2} \Delta \omega, \quad (1.20)$$

$$\Delta D = -\frac{D^2 \cos 2\alpha}{2 \cos^2 \alpha} \Delta \chi - \frac{D^2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \Delta \omega \quad (1.21)$$

Известно, что изменение крутки и кривизны винтового бруса связано с внутренними силовыми факторами, возникающими в его поперечных сечениях. Так как предполагается, что напряжения не превосходят предела пропорциональности, а винтовой брус, образующий пружину, при определении перемещений можно считать брусом малой кривизны, общая длина которого остается постоянной ($\Delta l = 0$), то [21]

$$\Delta \chi = \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{M_b}{B} \quad (1.22)$$

и

$$\Delta \omega = \omega - \omega_0 = \frac{M_t}{C}. \quad (1.23)$$

Из этих формул можно сделать следующий вывод, что при малых углах подъёма ($\operatorname{tg} \alpha \approx 0$) изменения высоты пружины обусловлено в основном кручением винтовой линии $\Delta \omega$, а изменение центрального угла $\Delta \chi$ - приращением кривизны.

Отметим, что перемещение конца пружины зависит от способа закрепления концов. Здесь мы рассмотрим два способа крепления:

1. *Свободное крепление.* В этом случае торцы пружин могут свободно поворачиваться вокруг её оси ($m=0$). Следовательно, число её витков соответственно изменяются.
2. *Жесткое крепление.* В этом случае остается постоянным число витков, но в заделках появляются реактивные моменты.

Рассмотрим перемещение конца пружины. Учитывая, что рассматриваемые перемещения пружины малы по сравнению с соответствующими им размерами, можно воспользоваться принципом начальных размеров при вычислении внутренних силовых факторов в сечениях витков деформированной пружины, то есть принять

$$D = D_0 \quad (1.24)$$

$$\alpha = \alpha_0. \quad (1.25)$$

При вычислении значений $\Delta(\cos \alpha)$, $\Delta \sin \alpha$ и ΔD , по формулам (1.19)-(1.21) можно использовать соотношения (1.24) и (1.25), в которых $\Delta \chi$ и $\Delta \omega$ в свою очередь могут быть выражены через M_b и M_t по зависимостям (1.22) и (1.23).

Таким образом, связав изменение основных параметров с нагрузкой, определяются изменения и других геометрических характеристик пружины в процессе её нагружения. В частности, осадка пружины λ , то есть осевое перемещение торцов пружины, из уравнения (1.5) равна изменению высоты ΔH :

$$\lambda = \Delta H = l_0 \Delta(\sin \alpha),$$

или

$$\lambda = \frac{1}{2} \pi D^2 i (\Delta \omega - \Delta \chi \operatorname{tg} \alpha). \quad (1.26)$$

Угол поворота одного торца относительно другого θ , будет равен изменению центрального угла $\Delta \psi$, и введя обозначение $\theta = \Delta \psi$, получим:

$$\theta = \pi D i (\Delta \chi - \Delta \omega \operatorname{tg} \alpha). \quad (1.27)$$

В формулах (1.26) и (1.27) изменение кручения и кривизны витка пружины в упругой стадии её работы определяются законом Гука, т. е.

$$\Delta \omega = \frac{M_{кр}}{C}, \quad \Delta \chi = \frac{M_{из}}{B}, \quad (1.27a)$$

где $C = GJ_{кр}$, $B = EJ_{из}$ - жесткость проволоки на кручение и изгиб, $J_{кр} = J_{\rho}$ - полярный момент инерции, $J_{из} = J_b$ - осевой момент инерции сечения относительно бинормали \bar{b} .

1.6 Линейная теория расчета[76]

Пренебрегая изменениями величин α и D , которые в случае малых перемещений в процессе деформирования пружины меняются незначительно, рассмотрим линейную теорию расчета пружин.

Пусть $\alpha = \alpha_0$ и $D = D_0$, где α_0 и D_0 начальные значения величин.

Тогда подставляя (1.27) в равенства (1.27а), имеем:

$$\lambda = \frac{\pi D_0^2 i_0}{4B \cos \alpha_0} \left[PD_0 \left(\frac{B}{C} \cos^2 \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0 \right) + m \left(\frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0 \right], \quad (1.28)$$

$$\theta = \frac{\pi D i_0}{B \cos \alpha_0} \left[\frac{PD_0}{4} \left(\frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0 + m \left(\frac{B}{C} \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0 \right) \right]. \quad (1.29)$$

Здесь i_0 - начальное количество витков.

Рассмотрим разные случаи закрепления концов пружин.

1. Свободное крепление концов ($m=0$). В этом случае перемещения будут равны

$$\lambda = \frac{\pi D_0^3 i_0 P}{4C \cos \alpha_0} \left[\left(\cos^2 \alpha_0 + \frac{C}{B} \sin^2 \alpha_0 \right) \right], \quad (1.30)$$

$$\theta = \frac{\pi D_0^2 i_0 P}{B \cos \alpha_0} \left[\left(\frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0 \right]. \quad (1.31)$$

2. Защемление. В этом случае $\theta = 0$, и из (1.29) получаем реактивный момент m

$$m = -\frac{PD}{4} \frac{\left(\frac{B}{C} - 1 \right) \sin 2\alpha_0}{\frac{B}{C} \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0}. \quad (1.32)$$

Подставляя значение m в формулу (1.28) получаем следующее выражение для осевого перемещения λ

$$\lambda = \frac{\pi D_0^3 i_0 P}{4C \cos \alpha_0} \frac{1}{\frac{B}{C} \sin^2 \alpha_0 + \cos^2 \alpha_0}. \quad (1.33)$$

Рассмотрим частный случай, когда $\alpha_0 = 0$, тогда формулы (1.30) и (1.33) дают одинаковый результат, как рассматриваемый в курсе «сопротивления материалов», т. е.

$$\lambda = \frac{\pi D_0^3 i_0 P}{4C}. \quad (1.34)$$

1.7 Нелинейная теория расчета

Теперь рассмотрим случай, когда $\alpha \neq \alpha_0$ и $D \neq D_0$ составим уравнения равновесия для деформированного состояния пружины.

Перемещения определяются на основании формул (1.3) и (1.5а), следующими формулами:

$$\lambda = H - H_0 = l(\sin \alpha - \sin \alpha_0), \quad (1.35)$$

$$\theta = \psi - \psi_0 = 2l \left(\frac{\cos \alpha}{D} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right). \quad (1.36)$$

На основании формул (1.25) и (1.26) изменения кривизны и кручения равны

$$\Delta \chi = \chi - \chi_0 = \frac{2 \cos^2 \alpha}{D} - \frac{2 \cos^2 \alpha_0}{D_0}, \quad (1.37)$$

$$\Delta \omega = \omega - \omega_0 = \frac{\sin 2\alpha}{D} - \frac{\sin 2\alpha_0}{D_0}. \quad (1.38)$$

Учитывая формулу (1.27) и подставляя значения $M_{кр}$ и $M_{из}$ по формулам (1.13) и (1.14) имеем:

$$\left. \begin{aligned} 2B \left(\frac{\cos^2 \alpha}{D} - \frac{\cos^2 \alpha_0}{D_0} \right) &= -\frac{PD}{2} \sin \alpha + m \cos \alpha \\ C \left(\frac{\sin 2\alpha}{D} - \frac{\sin 2\alpha_0}{D_0} \right) &= \frac{PD}{2} \cos \alpha + m \sin \alpha \end{aligned} \right\}. \quad (1.39)$$

Решая последние уравнения относительно α и D , и подставляя их значения в формулы (1.35) и (1.36) можно найти как угловые, так и линейные перемещения пружины [4,5,6].

Рассмотрим два частных случая закрепления концов.

1. Свободное крепление ($m=0$). В этом случае, разрешая систему уравнений (1.39) относительно величин P и D получаем характеристики пружины в следующей параметрической форме:

$$P = \frac{4B}{D_0^2} \sin(\alpha - \alpha_0) \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos \alpha} \frac{\frac{B}{C} \cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha \sin \alpha_0}{\left(\frac{B}{C} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \right)^2}, \quad (1.40)$$

$$D = D_0 \frac{\frac{2B}{C} \cos^3 \alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha}{\frac{2B}{C} \cos \alpha \cos^2 \alpha_0 + \sin \alpha \sin 2\alpha_0}, \quad (1.41)$$

$$\theta = \frac{\pi D_0 i_0}{\cos \alpha_0} \left(\frac{\cos \alpha}{D} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right). \quad (1.42)$$

2. Защемление относительно поворота торцов пружины ($\theta = 0$). В данном случае характеристики пружины в параметрической форме, с учетом формул (1.36) и (1.39) даются следующими выражениями:

$$P = \frac{4C \cos^2 \alpha_0}{D_0^2} \left[(\sin \alpha - \sin \alpha_0) - \frac{B}{C} \sin \alpha \left(1 - \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} \right) \right], \quad (1.43)$$

$$D = D_0 \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}, \quad (1.44)$$

$$m = \frac{2}{D_0} [B \cos \alpha \cos \alpha_0 (\cos \alpha - \cos \alpha_0) + C \cos \alpha_0 \sin \alpha (\sin \alpha - \sin \alpha_0)]. \quad (1.45)$$

В обоих рассмотренных выше случаях осадка пружины определяется по формуле

$$\lambda = \frac{\pi D_0 i_0}{\cos \alpha_0} (\sin \alpha - \sin \alpha_0). \quad (1.46)$$

В формулах (1.40 - 1.46) параметром, характеризующим систему, выступает угол подъема пружины α . Таким образом, задавшись углом $\alpha > \alpha_0$, можно определить все необходимые параметры пружины и действующие на него нагрузки.

О напряжениях. Если учитывать только два основных силовых фактора действующих в поперечном сечении прутка: изгибающий и крутящий момент, то максимальные нормальные и касательные напряжения определяются по следующим формулам:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{из}}{W_{из}}, \quad \tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_{кр}}, \quad (1.47)$$

где $W_{из}$, $W_{кр} = W_p$ - моменты сопротивления изгибу и кручению. Для прутка диаметром d ,

$$W_{из} = \frac{\pi d^3}{32}, \quad W_{кр} = 2W_{из}. \quad (1.48)$$

Крутящий и изгибающий статический момент сопротивления в сечении прутка определяется по формулам (1.13) и (1.14). Рассмотрим случай, когда $m=0$ (свободное растяжение пружины). Тогда

$$M_{кр} = \frac{PD}{2} \cos \alpha, \quad M_{из} = -\frac{PD}{2} \sin \alpha. \quad (1.49)$$

С учетом формул (1.48) и (1.49) получаем следующие значения для напряжений*:

$$\sigma_{из}^{max} = \frac{16PD}{\pi d^3} \sin \alpha, \quad \tau_{кр}^{max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \cos \alpha. \quad (1.50)$$

Из последних формул получаем

$$\frac{\tau_{кр}^{max}}{\sigma_{из}^{max}} = \frac{ctg \alpha}{2}. \quad (1.51)$$

Последняя формула дает возможность сравнения и оценки максимальных нормальных и касательных напряжений при работе цилиндрических пружин растяжения.

Отметим, что напряжения в формулах (1.50) определяются через параметр α , после задания, которого нагрузка и диаметр пружины вычисляются по формулам (1.40) и (1.41).

Для получения графических характеристик пружины нами произведен расчет цилиндрической пружины, изготовленной из материала обладающего эффектом памяти формы и имеющего следующие параметры: Модуль продольной упругости $E=8,5 \cdot 10^3$ МПа, коэффициент Пуассона $\mu=0.35$, диаметр пружины $D_0=9 \cdot 10^{-3}$ м. Для рассматриваемой пружины принято количество витков $i_0=10$, и рассмотрены при угле подъема $\alpha_0=1,54; 3; 7$ и 10° .

На рисунках 1.8, 1.9 и 1.10 даны величины осадки (λ), изменения диаметра (ΔD) и угла подъема пружины и построены зависимости от

*В формуле для нормальных напряжений опущен знак “минус”, т.к. она влияет только на определение местоположения опасной точки в сечении прутка.

растягивающей силы P , подсчитанные по формулам (1.40), (1.41) и (1.46), т.е. для случая свободного крепления. На всех графиках кривым 1,2,3 и 4 соответствуют начальные углы подъёма $1,54; 3; 7$ и 10° .

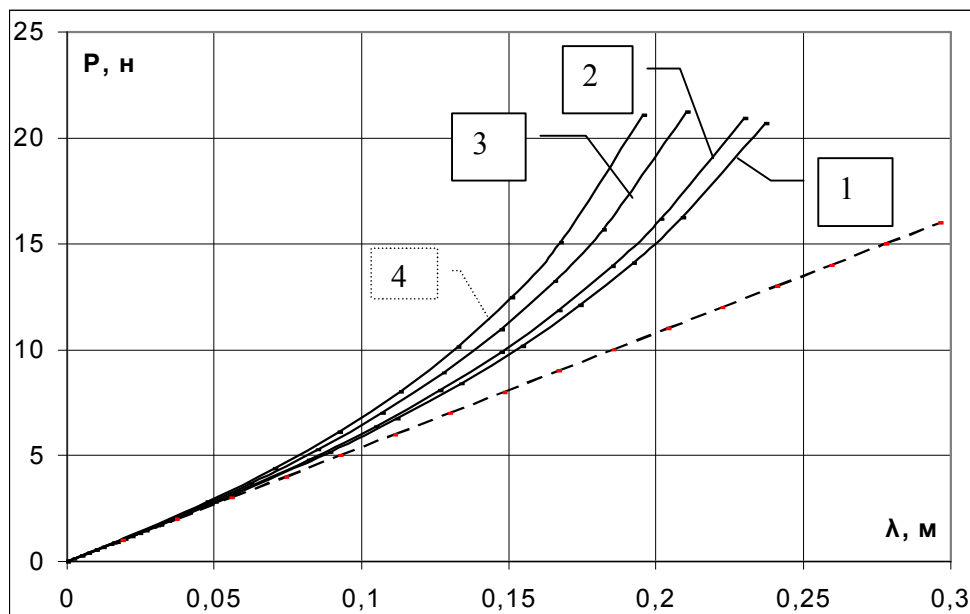


Рис. 1.8 Зависимость P от λ . Пунктирная линия соответствует расчету по линейной теории для $\alpha_0=1,54^\circ$

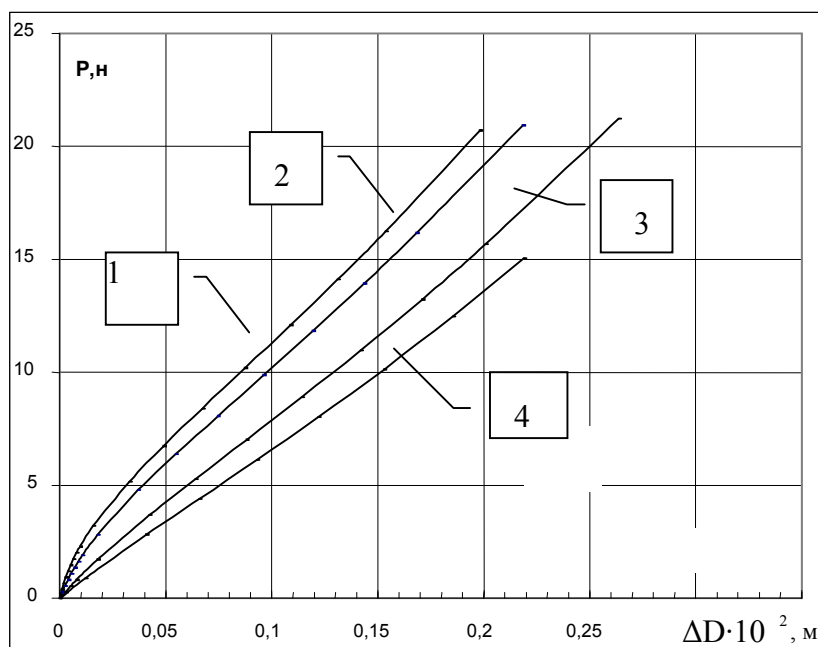


Рис. 1.9. Зависимость P от ΔD .

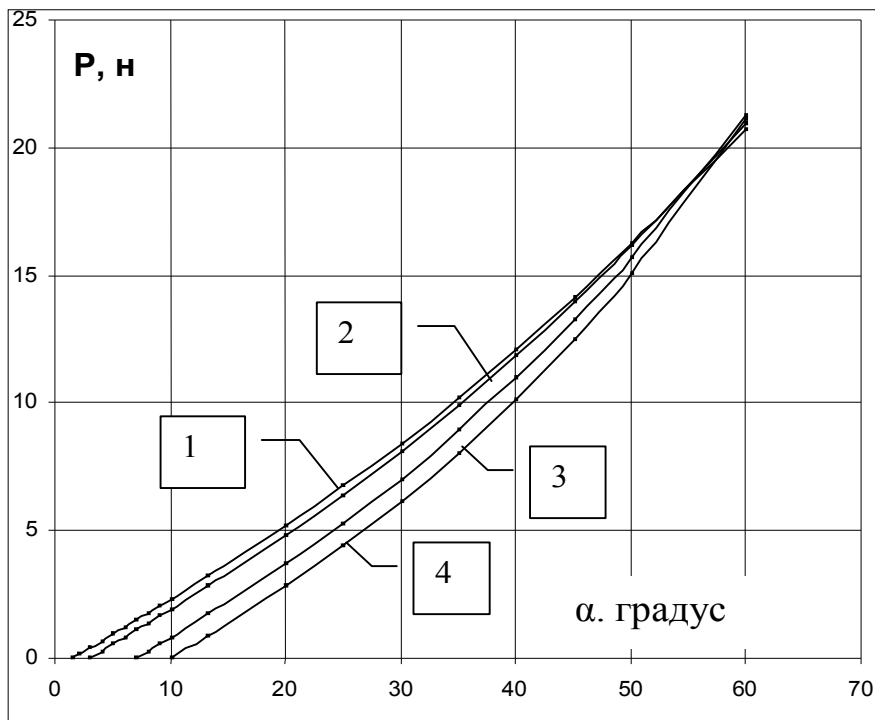


Рис. 1.10 Зависимость P от угла α .

Как видно из этих графиков, при больших перемещениях пружин эти зависимости имеют нелинейный характер.

Графики зависимостей максимальных напряжений от растягивающей нагрузки даны на рис. 1.11, 1.12 для различных углов подъема пружин. Как видно, эти зависимости имеют нелинейный характер.

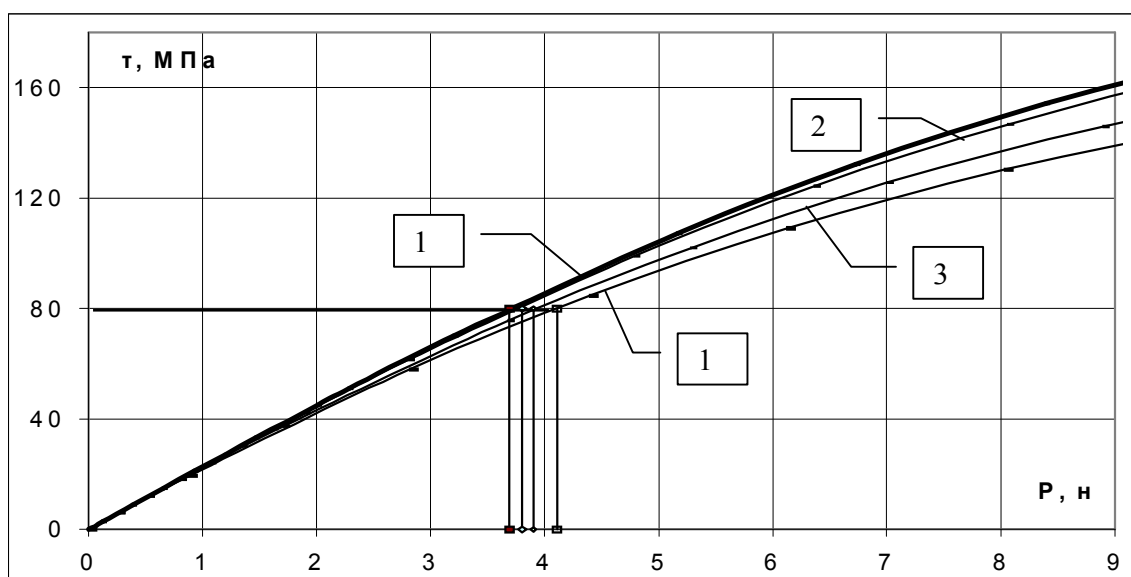


Рис.1.11 Зависимость τ от P

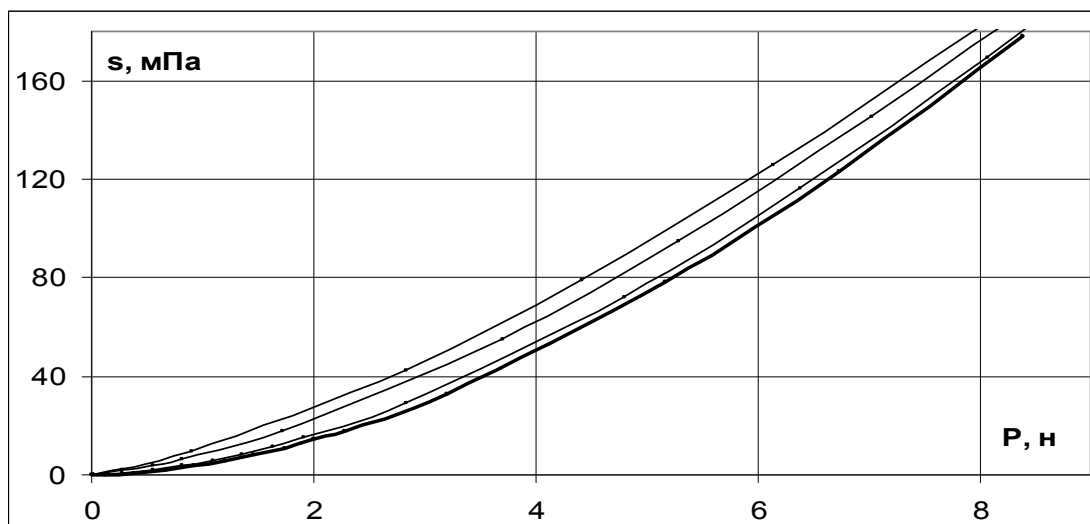


Рис. 1.12. Зависимость σ от P .

Анализируя полученные графики, можно сделать вывод, что в начале нагружения максимальные касательные напряжения намного больше максимальных нормальных напряжений. Их величины можно оценить с помощью формул (1.51). Используя рис. 1.11, можно из графика определить предельную нагрузку, после которой появляются неупругие деформации. Условием её определения является равенство

$$\tau_{кр}^{\max} = \tau_{\phi T},$$

где $\tau_{\phi T}$ - предел фазовой текучести материала на сдвиг. Как указано в экспериментальных исследованиях [2,7,8], для рассматриваемого нами материала можно принять $\tau_{\phi T} = 80$ МПа. Проведя на рис. 1.11 горизонтальную линию на этом уровне получаем значения предельных нагрузок $P_{\phi T}$ для пружин с различным углом подъема. Для пружин с углом подъема 1.54; 3; 7 и 10° они соответственно равны: 3.69; 3.8; 3.9 и 4.11 Н.

Выводы к главе 1

В данной главе изучены термоупругие мартенситные превращения материалов с эффектом памяти формы, а так же теоретические основы расчета винтовых цилиндрических пружин. Подробно рассмотрены и получены основные геометрические соотношения;

Проведен анализ внутренних силовых факторов в поперечных сечениях витков цилиндрической пружины;

Получены расчеты малых упругих перемещений винтовых цилиндрических пружин;

Пренебрегая изменениями α и D , в случае малых перемещений в процессе деформирования пружины, изучена линейная теория расчета пружин с разными частными случаями закрепления концов;

В случае больших осевых перемещений получена нелинейная теория с разными частными случаями закрепления концов;

Произведен теоретический расчет цилиндрических пружин растяжения-сжатия и графически определена предельная нагрузка, после которой начинают появляться неупругие деформации.

ГЛАВА 2

НЕУПРУГАЯ СТАДИЯ РАБОТЫ ПРУЖИНЫ

2.1 Пружины растяжения-сжатия

В данной главе теоретически исследуются характеристики цилиндрических пружин растяжения-сжатия и кручения в процессе активного и пассивного нагружения (разгрузка) за пределом упругости. При этом, пружины, как правило, получают большие осевые перемещения, в связи с этим, данная задача рассматривается в нелинейной постановке.

Рассмотрим задачу определения неупругих деформаций в цилиндрических пружинах растяжения, изготовленных из материала обладающего эффектом памяти формы, в процессе ее деформирования.

Пусть цилиндрическая пружина с малым шагом, диаметром D_0 , изготовленна из проволоки с памятью формы, диаметром d , имеет i витков. Для материала пружины диаграмму зависимости между напряжениями τ (σ) и деформациями γ (ε) аппроксимируем двухзвенной ломаной линией как в мартенситном, так и в аустинитном состояниях материала. На рис. 2.1 приведена диаграмма деформирования материала в условиях чистого

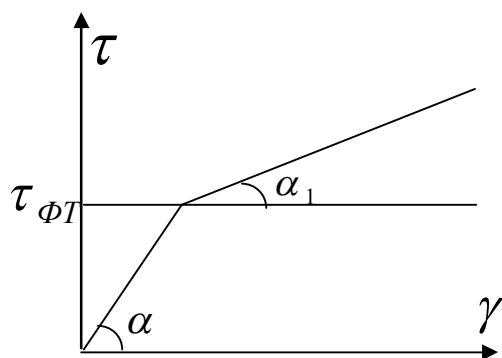


Рис. 2.1

сдвига.

Аналогично для диаграмм $\tau \sim \gamma$, $tg \beta = G$, $tg \beta_2 = n_\tau G$, $n_\tau \leq 1$, где G - модуль сдвига, $\tau_{\phi T}$ - напряжения начала фазовой текучести.

Пусть при некоторой нагрузке $P_{\phi T}^\tau$ максимальные касательные напряжения достигнут величины предела фазовой текучести материала $\tau_{\phi T}$. Тогда при нагрузках $P > P_{\phi T}^\tau$ пружина будет работать в неупругой области деформирования. Будем считать, что материал

в неупругой области деформируется с линейным упрочнением, причем модуль упрочнения равен $n_\tau G$ ($0 < n_\tau < 1$).

В этом случае изменение $\Delta\omega$ кручения витка пружины определяется по формуле [3]:

$$\Delta\omega = \frac{M_{кр}}{GJ_\rho K_1(\rho)} = \frac{M_{кр}}{C_1} \quad (2.1)$$

$$(C_1 = GJ_\rho K_1(\rho)),$$

где $K_1(\rho)$ - коэффициент уменьшения жёсткости на кручение; $\rho = \frac{2r_{\phi T}}{d}$ - безразмерный параметр, характеризующий глубину зоны неупругих деформаций в сечении прутка; $r_{\phi T}$ - радиус прутка, где касательные напряжения равны по величине $\tau_{\phi T}$. Для коэффициента $K_1(\rho)$ получено следующее выражение [2,3,16]

$$K_1(\rho, n_\tau) = n_\tau + (1 - n_\tau) \left(\frac{4}{3} \rho - \frac{1}{3} \rho^4 \right). \quad (2.2)$$

Очевидно, что если безразмерный параметр ρ меняется от нуля до единицы, коэффициент $K_1(\rho)$ меняется от n_τ до единицы. Причем, $K_1(\rho) = 1$ значение коэффициента соответствует случаю перехода работы пружины из упругого в неупругое состояние. При этом из формулы (2.1) получаем:

$$\Delta\omega_{\phi T} = \frac{M_{кр}^{\phi T}}{GJ_\rho} \quad (2.3)$$

здесь $\Delta\omega_{\phi T}$, $M_{кр}^{\phi T}$ - значения изменения кручения и крутящего момента в момент перехода материала из упругого в неупругое состояние. С другой стороны

$$\tau_{\phi T} = G\Delta\omega_{\phi T} \frac{d}{2}. \quad (2.4)$$

Кроме этого на границе упругой и неупругой зоны имеем

$$\tau_{\phi T} = G\Delta\omega_{\phi T} r_{\phi T}. \quad (2.5)$$

Приравнивая последние равенства, получаем

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\phi T}} = \frac{1}{\rho}. \quad (2.7)$$

Формулы (2.1) и (2.7) дают

$$\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_{\phi T}} = \frac{M_{KP}}{M_{KP}^{\phi T}} \frac{1}{K_1(\rho)} \quad (2.8)$$

Сравнивая равенства (2.7) и (2.8), запишем

$$\frac{M_{KP}}{M_{KP}^{\phi T}} = \frac{K_1(\rho)}{\rho} = m(\rho). \quad (2.9)$$

Очевидно, что в последней формуле

$$M_{KP}^{\phi T} = \tau_{\phi T} \frac{\pi d^3}{16}. \quad (2.10)$$

Определим значение параметра $\alpha = \alpha_{\phi T}^{\tau}$, при котором заканчивается чисто упругая работа пружины. Для этого приравняем величины крутящего момента значению $M_{\phi T}$. С учетом (1.49), получаем следующее уравнение

$$P(\alpha)D(\alpha) \cos \alpha = 2M_{KP}^{\phi T}, \quad (2.11)$$

где значения P и D определяется выражениями (1.40) и (1.41).

Корень уравнения (2.11) $\alpha = \alpha_{\phi T}^{\tau}$ определяет граничное значение угла подъёма пружины, после которого она получает неупругие деформации.

Установим связь между параметрами α и ρ при неупругой работе пружины. В этом случае нагрузка P и диаметр D определяются формулами (1.40) и (1.41), где надо жёсткость на кручение C заменить на величину C_1 , т.е.

$$P(\rho, \alpha) = \frac{4B}{D_0^2} \sin(\alpha - \alpha_0) \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos \alpha} \frac{\frac{B}{C_1} \cos \alpha \cos \alpha_0 + \sin \alpha \sin \alpha_0}{\left(\frac{B}{C_1} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \right)^2}, \quad (2.12)$$

$$D(\rho, \alpha) = D_0 \frac{\frac{2B}{C_1} \cos^3 \alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha}{\frac{2B}{C_1} \cos \alpha \cos^2 \alpha_0 + \sin \alpha \sin 2\alpha_0}. \quad (2.13)$$

Кроме этого, должно выполняться условие (2.9), следовательно, с учетом формулы (2.10) получаем следующее уравнение

$$P(\alpha, \rho)D(\alpha, \rho) \cos \alpha = 2m(\rho)\tau_{\text{фТ}} \frac{\pi d^3}{16}. \quad (2.14)$$

Определив корни этого уравнения, при заданном ρ , получаем зависимость

$$\alpha = \alpha(\rho) \quad (2.15)$$

Таким образом, для определения характеристики пружины при её деформировании в неупругой области, можно предложить следующий алгоритм вычислений. Задавшись величиной ρ , вычисляем по формуле (2.2) $K_1(\rho)$, затем по формуле (2.9) определяем величину коэффициента $m(\rho)$. После этого решая уравнение (2.14) определяем величину угла подъема пружины α , соответствующего данному ρ . Далее по формулам (2.12) и (2.13) определяем значения $P(\alpha, \rho)$ и $D(\alpha, \rho)$. После этих вычислений находим линейные и угловые перемещения пружины по формулам (1.42) и (1.46). Таким образом, предлагаемый алгоритм вычислений выглядит следующим образом:

$$\rho \Rightarrow K_1(\rho) \Rightarrow m(\rho) \Rightarrow \alpha(\rho) \Rightarrow \begin{cases} P \\ D \\ \lambda \\ \theta \end{cases}.$$

Далее рассмотрим случай, когда при некотором значении нагрузки $P \geq P_{\text{фТ}}^\sigma$ нормальные напряжения σ достигают величины предела фазовой текучести $\sigma_{\text{фТ}}$. Будем считать, что материал и в этом случае деформируется с линейным упрочнением. Модуль упрочнения принимаем равным $n_\sigma E (n_\sigma < 1)$. Поступая аналогично, как и в предыдущем случае, получаем следующие формулы [26,27]:

$$\frac{\Delta \chi}{\Delta \chi_{\text{фТ}}} = \frac{1}{\xi}, \quad \frac{\Delta \chi}{\Delta \chi_{\text{фТ}}} = \frac{M_{\text{ИЗ}}}{M_{\text{ИЗ}}^{\text{фТ}}} \frac{1}{K_2(\xi)}. \quad (2.16)$$

Отсюда

$$\frac{M_{\text{ИЗ}}}{M_{\text{ИЗ}}^{\text{фТ}}} = \frac{K_2(\xi)}{\xi}. \quad (2.17)$$

В этих формулах $\xi = \frac{2y_{\phi T}}{d}$ - безразмерный параметр глубины фазовой деформации при изгибе, где $y_{\phi T}$ - ордината в перечном сечении прутка, где нормальные напряжения равны величине $\sigma_{\phi T}$;

$$K_2(\xi) = \frac{2(1-n)}{\pi} \left[\frac{\xi}{3} (5 - 2\xi^2) \sqrt{1 - \xi^2} + \arcsin \xi \right] + n \quad (2.18)$$

$\Delta\chi_{\phi T}$, $M_{ИЗ}^{\phi T}$ - соответственно изменение кривизны и значение изгибающего момента в момент перехода из упругого в неупругое состояние, т.е.

$$\Delta\chi_{\phi T} = \frac{M_{\phi T}}{B}, \quad M_{\phi T} = \sigma_{\phi T} \frac{\pi d^3}{32} \quad (2.19)$$

Найдем такое значение параметра, ρ при котором максимальные нормальные напряжения будут равны $\sigma_{\phi T}$. Обозначим это значение параметра через ρ_* . Этому значению параметра будет соответствовать угол подъёма пружины α_* . Приравнявая значения изгибающих и крутящих моментов, соответственно $M_{ИЗ}^{\phi T}$ и $m(\rho)M_{ИЗ}^{\phi T}$, с учетом формулы (2.16), а также учитывая то, что $\tau_{\phi T} = \frac{\sigma_{\phi T}}{2}$, получаем следующие уравнения:

$$\alpha_* = \alpha(\rho_*); \quad \operatorname{tg} \alpha_* = \frac{1}{m(\rho_*)} = \frac{\rho_*}{K_1(\rho_*)}. \quad (2.20)$$

Подставляя найденные значения α_* в формулы (2.12) и (2.13) находим значения P и D , а из формулы (1.42) и (1.46) находим соответствующие им линейные и угловые перемещения пружины.

При дальнейшем увеличении нагрузки, т.е. когда $P > P_{\phi T}^{\sigma}$ происходит падение жёсткости пружины и по нормальным напряжениям. Очевидно, что в этом случае $\alpha > \alpha_*$. Характеристики пружины определяются формулами (1.40) – (1.42), (1.46), в которых надо заменить жесткость на кручение C на C_I , а жесткость на изгиб B на $B_I = EJ_x K_2(\xi)$.

Определим связь между параметрами ρ и ξ , характеризующими глубину зоны неупругих деформаций по касательным и нормальным напряжениям. На основании формул (1.49), получаем

$$\frac{M_{ИЗ}}{M_{КР}} = \operatorname{tg} \alpha .$$

С другой стороны из формул (2.9) и (2.17) это отношение равно

$$\frac{M_{ИЗ}}{M_{КР}} = \frac{K_2(\xi)}{K_1(\rho)} \frac{\rho}{\xi} \frac{M_{ИЗ}^{\Phi T}}{M_{КР}^{\Phi T}} .$$

Приравняв правые части последних формул, получаем следующее уравнение, связывающие параметры ρ и ξ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{K_2(\xi)}{K_1(\rho)} \frac{\rho}{\xi} \frac{M_{ИЗ}^{\Phi T}}{M_{КР}^{\Phi T}} .$$

Подставляя в последнее уравнение значение моментов из формул (2.10) и (2.19) и учитывая то, что $\sigma_{\Phi T} = 2\tau_{\Phi T}$, запишем

$$\frac{K_1(\rho)}{\rho} \operatorname{tg} \alpha = \frac{K_2(\xi)}{\xi} . \quad (2.21)$$

Таким образом, в случае когда $P > P_{\Phi T}^{\sigma}$ (при этом $\alpha > \alpha_*$) можно предложить следующий алгоритм вычислений для определения характеристик пружины. Задаёмся величиной ρ , затем вычисляем $K_1(\rho)$, коэффициент $m(\rho)$, решая уравнение (2.21) находим величину α , затем из уравнения (2.21) определяем величину ξ , после этого по формулам (1.40) – (1.42), и (1.46) находим характеристики пружины в которых надо заменить C на C_I , а B на B_I . Приведем алгоритм вычислений для данного случая:

$$\rho \Rightarrow K_1(\rho) \Rightarrow m(\rho) \Rightarrow \alpha(\rho) \Rightarrow \xi(\rho) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} P \\ D \\ \lambda \\ \theta \end{array} \right.$$

Отметим, что все вычисления проводятся для заданных коэффициентов n_{τ} и n_{σ} , характеризующих линейное упрочнение материала.

2.2 Разгрузка пружины растяжения

Пусть разгрузка происходит при достижении безразмерного параметра ρ , характеризующего глубину зоны неупругих деформаций, величины ρ_p . При этом угол подъема пружины $\alpha = \alpha_p$. Характеристики пружины, соответствующие данному параметру обозначим через P_p, D_p, λ_p . Отметим, что α_p при заданном ρ_p находится из решения уравнения (2.14). Усилие P_p и диаметр пружины D_p определяются по формулам (1.40) и (1.41):

$$P_p = P(\rho_p, \alpha_p) \text{ и } D_p = D(\rho_p, \alpha_p) \quad (2.22)$$

По формуле (1.46), находим λ_p . Приравнявая $P = P_p$ и используя формулы (1.40) и (1.41) находим значение угла α_y , соответствующее упругому деформированию пружины. Таким образом, получаем уравнение:

$$P_p = P(\alpha_y). \quad (2.23)$$

Подставляя значение α_y в формулу (1.46), получим значение $\lambda_y = \lambda(\alpha_y)$. Отнимая от полного удлинения λ_p перед разгрузкой ее упругую составляющую λ_y , получим величину остаточного удлинения

$$\lambda_{ост}(\rho_p) = \frac{\pi D_0^3 i_0}{\cos \alpha_0} (\sin \alpha_p - \sin \alpha_y). \quad (2.24)$$

Таким образом, получена формула для определения остаточных перемещений $\lambda_{ост}$, зависящих от параметра неупругих деформаций ρ_p . Здесь α_p находится из решения уравнения (2.14), а α_y из решения (2.23).

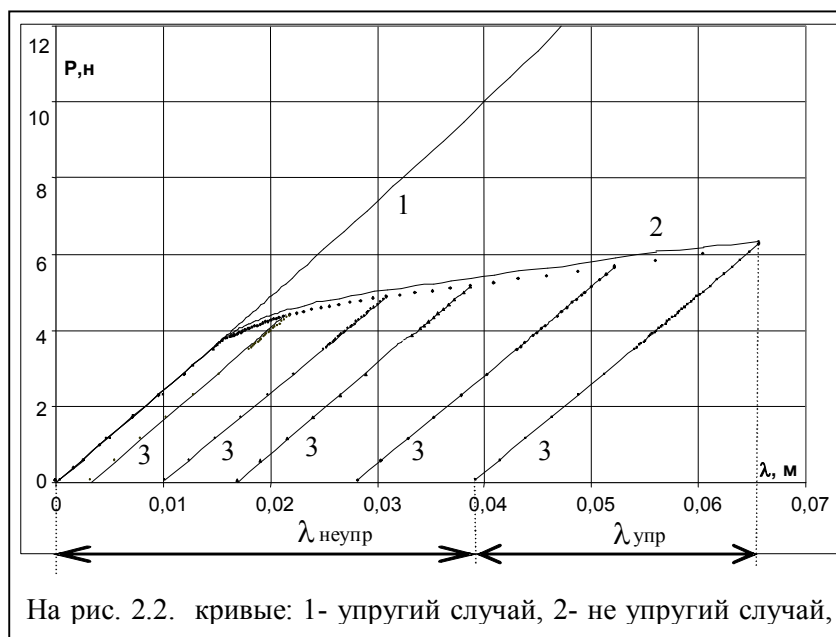
В данном случае для вычисления характеристик пружины использовался следующий алгоритм:

$$\rho_p \Rightarrow K(\rho_p) \Rightarrow m(\rho_p) \Rightarrow \alpha_p \Rightarrow (P_p \text{ и } D_p) \Rightarrow \alpha_y \Rightarrow \lambda_{ост}(\rho_p) \Rightarrow P_p \sim \lambda_{ост}.$$

Расчет основных параметров пружины, изготовленных из TiNi сплава с модулями упругости [3,4] $E=8,5 \cdot 10^{10}$ Па, $G=1,4 \cdot 10^{10}$ Па и с коэффициентом

Пуассона $\mu=0,35$, произведён при следующих данных: первоначальный диаметр $D_0=0,009$ м, диаметр прутка $d=0,001$ м, число витков $i_0=10$, начальный угол подъёма $\alpha_0=1,5$ градуса.

По
полученным
на рис 2.2
построен
зависимости
значения
остаточных
перемещений
пружины для



данным
график
 $P \sim \lambda$ и

коэффициента упрочнения $n=0,10$.

2.3. Пружины кручения

Рассмотрим пружину кручения, на торце которого приложен только крутящий момент (случай когда $P=0$). В этом случае из уравнения (1.39) имеем:

$$\left\{ 2B \left(\frac{\cos^2 \alpha}{D} - \frac{\cos^2 \alpha_0}{D_0} \right) = m \cdot \cos \alpha \right. \quad (2.25)$$

$$\left\{ C \left(\frac{\sin 2\alpha_0}{D} - \frac{\sin 2\alpha}{D_0} \right) = m \cdot \sin \alpha \right. \quad (2.26)$$

Из (2.25) и (2.26), исключив m , найдем связь между α и D

$$D = D_0 \frac{(B-C) \sin 2\alpha}{(2B \operatorname{tg} \alpha \cos^2 \alpha_0 - C \sin 2\alpha_0)}. \quad (2.27)$$

Подставляя (2.27) в (2.25), получаем следующую связь $m(\alpha)$

$$m = \frac{2C}{D_0 \cdot \cos \alpha} \frac{\left(\cos^2 \alpha_0 - \frac{\sin 2\alpha_0}{\sin 2\alpha} \cdot \cos^2 \alpha \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)}. \quad (2.28)$$

Учитывая формулу (1.35) можно получить зависимость m от λ . Для этого подставим выражение $\sin \alpha = \frac{\lambda}{l} + \sin \alpha_0$. Тогда:

$$\sin^2 \alpha = \left(\frac{\lambda}{l} + \sin \alpha_0 \right)^2 = \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 + 2 \frac{\lambda}{l} \sin \alpha_0 + \sin^2 \alpha_0,$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{\lambda}{l} \right)^2 - 2 \frac{\lambda}{l} \sin \alpha_0 - \sin^2 \alpha_0.$$

Обозначим $\frac{\lambda}{l} = \eta$. Величину η можно трактовать как безразмерное

перемещение конца пружины при её кручении. Тогда

$$\cos \alpha = \sqrt{A}, \quad (2.29)$$

где

$$A = 1 - \eta^2 - 2\eta \sin \alpha_0 - \sin^2 \alpha_0.$$

При этом

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2(\eta + \sin \alpha_0) \cdot \sqrt{A}.$$

Подставляя в (2.28) $\cos \alpha$ и $\sin 2\alpha$, окончательно получаем

$$m = \frac{BC}{D_0(B-C)} \cdot \frac{2\cos^2\alpha_0(\eta + \sin\alpha_0) - \sin 2\alpha_0 \cdot \sqrt{A}}{(\eta + \sin\alpha_0) \cdot \sqrt{A}} \quad (2.30)$$

2.4 Определение изгибающего момента, соответствующего началу фазовой деформации

Если учитывать только один силовой фактор, действующий в поперечном сечении прутка - изгибающий момент, то максимальное нормальное напряжение определяется по следующей формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{из}}}{W_{\text{из}}},$$

где $W_{\text{из}}$ - момент сопротивления изгибу. Для прутка диаметром d

$$W_{\text{из}} = \frac{\pi d^3}{32}. \quad (2.31)$$

Пусть при некоторой нагрузке m максимальные нормальные напряжения в поперечном сечении прутка достигнут величины предела фазовой текучести материала $\sigma_{\text{фТ}}$. Значение изгибающего момента соответствующее этому случаю обозначим $M_{\text{фТ}}$.

Определим значение параметра $\alpha = \alpha_{\text{фТ}}$, при котором заканчивается чисто упругая работа пружины. Для этого приравняем величину изгибающего момента $M_{\text{из}} = M_{\text{фТ}}$. С учетом (1.14) (при $P=0$), (1.27а) и (1.23), получим:

$$\frac{2C \left(\cos^2\alpha_0 - \frac{\sin 2\alpha_0 \cdot \cos^2\alpha}{\sin 2\alpha} \right)}{D_0 \left(1 - \frac{C}{B} \right)} = \sigma_{\text{фТ}} W_{\text{из}}, \quad (2.32)$$

или

$$m_{\text{фТ}} \cdot \frac{\cos \alpha}{W_{\text{из}}} - \sigma_{\text{фТ}} = 0.$$

Корень уравнения (2.32) $\alpha = \alpha_{\text{фТ}}$ определяет граничное значение угла подъема пружины, после которого начинают появляться неупругие деформации.

Таким образом, окончательно получим:

$$m_{\text{фг}} = \frac{2C}{D_o \cdot \text{Cos}\alpha_{\text{фг}}} \frac{\left(\text{Cos}^2\alpha_o - \frac{\text{Sin}2\alpha_o}{\text{Sin}2\alpha_{\text{фг}}} \cdot \text{Cos}^2\alpha_{\text{фг}} \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)}. \quad (2.33)$$

Для получения графических характеристик пружины произведен расчет цилиндрической пружины, изготовленной из никелида титана, имеющего следующие параметры: модуль продольной упругости $E=8,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, модуль сдвига $G=1,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, коэффициент Пуассона $\mu=0,35$, диаметр пружины $D_o=20 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, диаметр прутка $d_o=2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, количество витков $i_o=10$. На всех построенных диаграммах кривые: 1, 2, 3 и 4 получены при начальных углах подъема соответственно $\alpha_o=2,73; 3,19; 3,64 \text{ и } 5,45^\circ$.

На рис. 2.3 приведены зависимости крутящего момента m от глубины зоны фазовой деформации ξ при различных начальных углах α_o .

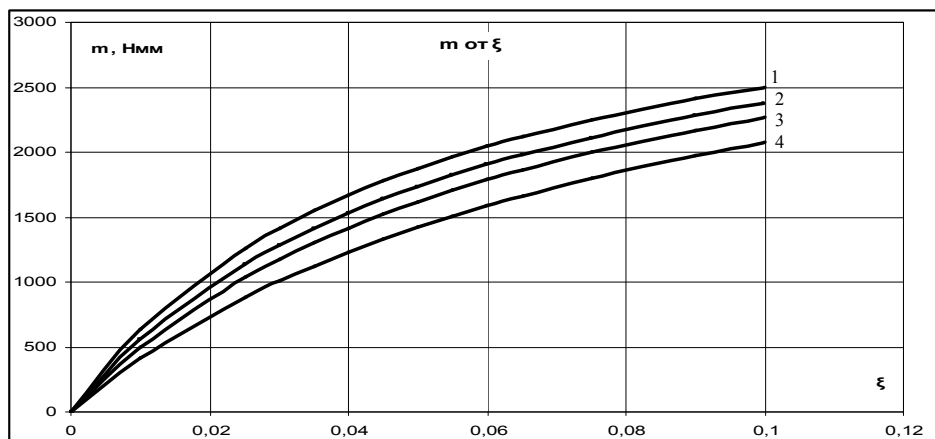


Рис. 2.3

На рис. 2.3 кривые 1, 2, 3 и 4 получены при начальных углах подъема соответственно $\alpha_o=2,73; 3,19; 3,64 \text{ и } 5,45^\circ$

В формуле для изгибающего момента опущен знак “минус”, т.к. она влияет только на определение местоположения опасной точки в сечении прутка.

2.5 Работа пружины кручения за пределом упругости

Рассмотрим случай, когда значение крутящего момента больше чем M_ϕ ($M_{из} \geq M_\phi$). В поперечном сечении прутка пружины образуются зоны, где напряжения по величине превосходят $\sigma_{\phi н}$. Следовательно, в поперечном сечении прутка кроме упругих, появятся и фазовые деформации. Граничную ординату, разделяющую чисто упругую область от неупругой, обозначим через y_ϕ . Очевидно, напряжения в этих областях будут равны:

$$\sigma = \frac{M}{JK_2(\xi)} \cdot y \quad (0 \leq y \leq y_\phi), \quad (2.34)$$

$$\sigma = \frac{M}{JK_2(\xi)} [ny + (1-n)y_\phi] \quad (y_\phi \leq y \leq y_{max}). \quad (2.35)$$

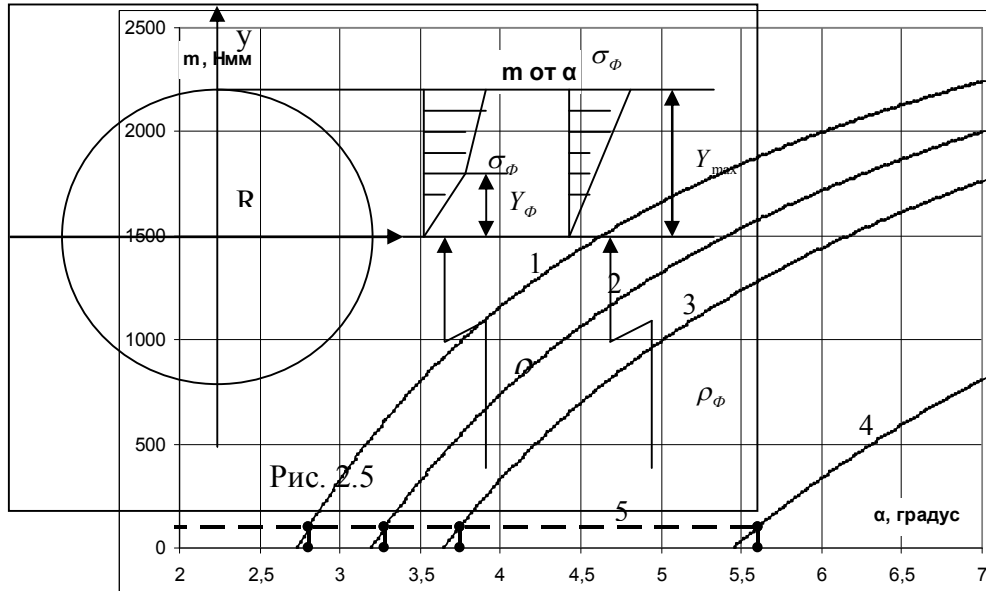


Рис.2.4

На рис. 2.4. приведены кривые зависимости момента m от угла подъема α для различных начальных углах, кривая 5 соответствует предельным крутящим моментам.

Получим следующие соотношения на границе фазовых деформаций:

$$\sigma_{\phi} = E \frac{y_m}{\rho_{\phi}} \quad \text{и} \quad \sigma_{\phi} = E \frac{y_m}{\rho}$$

Приравнивая эти уравнения получим:

$$\frac{\rho}{\rho_{\phi}} = \frac{y_{\phi}}{y_{\max}} = \xi; \quad \text{то есть} \quad \xi = \frac{\rho}{\rho_{\phi}} \quad (2.36)$$

С другой стороны на границе упругой и неупругой области радиусы кривизны равны

$$\frac{1}{\rho_{\phi}} = \frac{M_{\phi n}}{EJK_2(\xi)} \quad \text{и} \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M_{\phi n}}{EJ},$$

разделим первое уравнение на второе получим

$$\frac{M_{из}}{M_{\phi n}} = \frac{K_2(\xi)}{\xi}. \quad (2.37)$$

Или

$$M_{из} = M_{\phi n} \frac{K_2(\xi)}{\xi}, \quad (2.38)$$

здесь $M_{\phi n}$ - момент, соответствующий началу фазовой текучести

$$M_{\phi n} = \sigma_{\phi n} \cdot W_X. \quad (2.39)$$

Изгибающий момент связан с внешним крутящим моментом m следующей зависимостью

$$M_{из} = m \cdot \cos(\alpha), \quad (2.40)$$

Из уравнения (2.38) и (2.40) имеем:

$$m \cdot \cos(\alpha) = M_{\phi n} \cdot \frac{K_2(\xi)}{\xi}, \quad (2.41)$$

где внешний крутящий момент m равен

$$m = \frac{2C}{D_o \cdot \cos \alpha} \frac{\left(\cos^2 \alpha_o - \frac{\sin 2\alpha_o}{\sin 2\alpha} \cdot \cos^2 \alpha \right)}{\left(1 - \frac{C}{B_1} \right)}.$$

(2.42)

Подставляя уравнение (2.41) в (2.42) получим

$$\frac{2C}{D_o} \frac{\left(\cos^2 \alpha_o - \frac{\sin 2\alpha_o}{\sin 2\alpha} \cdot \cos^2 \alpha \right)}{\left(1 - \frac{C}{B_1} \right)} = M_\phi \cdot \frac{K_2(\xi)}{\xi}. \quad (2.43)$$

Здесь $B_1 = B \cdot K_2(\xi)$.

Или с учетом уравнения (2.30) получим

$$\frac{B_1 C}{D_o (B_1 - C)} \cdot \frac{2 \cos^2 \alpha_o (\eta + \sin \alpha_o) - \sin 2\alpha_o \cdot \sqrt{A}}{(\eta + \sin \alpha_o) \cdot \sqrt{A}} = M_\phi \cdot \frac{K_2(\xi)}{\xi}. \quad (2.44)$$

Изменение диаметра и угла поворота находится из уравнений (2.27) и (1.42)

$$D = D_o \cdot \frac{(B_1 - C) \cdot \sin 2\alpha_p}{2 \cdot B_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos^2 \alpha_o - C \cdot \sin 2\alpha_o} \quad (2.45)$$

$$\theta = \frac{\pi D_o i_0}{\cos \alpha_o} \left(\frac{\cos \alpha}{D} - \frac{\cos \alpha_o}{D_o} \right) \quad (2.46)$$

Определив корни уравнения (2.44) при заданном ξ , получаем зависимость

$$\eta = \eta(\xi). \quad (2.47)$$

Таким образом, для определения характеристики пружины кручения при её деформировании в неупругой области, можно предложить следующий алгоритм вычислений. Задавшись величиной ξ , вычисляем по формуле (2.18) $K_2(\xi)$. Затем из уравнения (2.44) определяем η -безразмерную величину перемещения конца пружины при её кручении соответствующему углу подъема пружины α . Из уравнения (2.29) найдем угол подъема пружины α

$$\alpha = \arccos(\sqrt{A}). \quad (2.48)$$

Далее по формулам (2.42), (2.45) и (2.46) определяем значения крутящего момента $m(\eta, \xi)$, изменение диаметра $D(\eta, \xi)$ и угловое перемещение пружины $\theta(\eta, \xi)$.

Предложенный, алгоритм вычислений выглядит следующим образом:

$$\xi \Rightarrow K_2(\xi) \Rightarrow \eta(\xi) \Rightarrow \alpha(\eta) \Rightarrow \begin{cases} m \\ D \\ \theta \end{cases}.$$

2.6 Разгрузка пружин кручения

Рассмотрим процесс разгрузки деформированной пружины кручения, нагруженной за предел упругости максимальным крутящим моментом m_p .

При разгрузке, когда витки пружины начнут выпрямляться, волокна в растянутой части сечения сокращаются. При этом волокна, лежащие в неупругой области прутка пружины, вскоре достигают размеров, которые они имели в свободном состоянии, в то время как волокна упругой области продолжают сокращаться, что влечет за собой поджатие внешних волокон. Это происходит до тех пор, пока внутренние силы не придут в равновесие.

Если бы для всех частичек материала деформации были упругими, то при разгрузке они бы постепенно уменьшались, и в конце этого процесса были бы равными нулю, но при наличии частиц, претерпевших неупругое деформирование, процесс перегруппировки внутренних сил во время разгрузки протекает более сложно. Вследствие этого после разгрузки витки пружины остаются с остаточной кривизной. Используя теорему о разгрузке, определим остаточную кривизну $\frac{1}{\mathfrak{R}_{ост}}$ в виде:

$$\frac{1}{\mathfrak{R}_{ост}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_p} - \frac{1}{\mathfrak{R}_y}, \quad (2.49)$$

где \mathfrak{R}_p - значение радиуса кривизны в сечении, в момент разгрузки; \mathfrak{R}_y - радиус кривизны в сечении в предположении упругости изгиба под заданным изгибающим моментом.

Крутящий момент m_p связан с изгибающим моментом в сечении прутка пружины следующей зависимостью [4]:

$$m_p \cdot \cos \alpha_p = M_u.$$

Определим остаточные деформации (кривизну, перемещения) и напряжения. После разгрузки остаточные деформации будут равны

$$\varepsilon_{ост} = \frac{y}{\mathfrak{R}_{ост}}. \quad (2.50)$$

Тогда, очевидно, упругая деформация, исчезающая в процессе разгрузки, определяется равенством:

$$\varepsilon_y = y \cdot \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_p} - \frac{1}{\mathfrak{R}_{ост}} \right), \quad (2.51)$$

а напряжения соответствующие этой деформации равны

$$\sigma = E_m \cdot y \cdot \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_p} - \frac{1}{\mathfrak{R}_{ост}} \right). \quad (2.52)$$

Так как при полной разгрузке внешний момент равен нулю, то момент от внутренних напряжений должен равняться моменту перед разгрузкой, т.е.

$$M_p = \int_F \sigma y dF = E_m J \left(\frac{1}{\mathfrak{R}_p} - \frac{1}{\mathfrak{R}_{ост}} \right). \quad (2.53)$$

Из последней формулы можно найти кривизну перед разгрузкой в виде [6]:

$$\chi_{ост} = \frac{1}{\mathfrak{R}_{ост}} = \frac{M_p}{E_m J} \left(\frac{1}{K_2(\xi_p)} - 1 \right). \quad (2.54)$$

С другой стороны остаточная кривизна из геометрических соотношений параметров пружины после разгрузки будет равна [4]:

$$\chi_{ост} = \frac{1}{\mathfrak{R}_{ост}} = \frac{2 \cos^2 \alpha_{ост}}{D_{ост}}. \quad (2.55)$$

С учетом уравнения (2.54), получим значение остаточного угла подъема пружины в виде:

$$\cos(\alpha_{ост}) = \sqrt{\frac{D_{ост} \cdot \chi_{ост}}{2}}, \quad (2.56)$$

Отсюда

$$\alpha_{ocm} = \arccos \left(\sqrt{\frac{D_{ocm} \cdot \chi_{ocm}}{2}} \right). \quad (2.57)$$

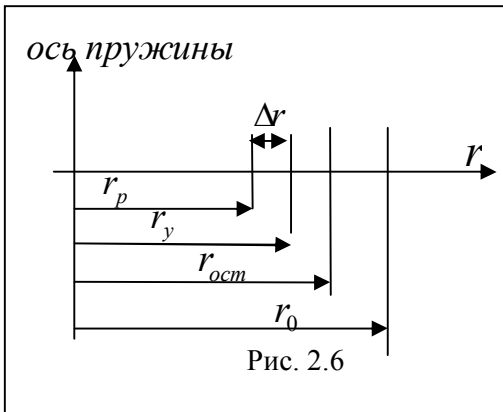
Найдем остаточный диаметр (D_{ocm}) пружины после разгрузки (рис. 2.6). Очевидно, диаметры пружины перед неупругой разгрузкой и в предположении упругой разгрузки будут:

$$D_p = 2 \cdot r_p, \quad D_y = 2 \cdot r_y.$$

В этом случае разница радиусов будет

$$\Delta r = r_p - r_y = \frac{1}{2}(D_p - D_y).$$

Из рис. 2.6 находим $r_{ocm} = r_o - \Delta r$. Здесь r_o - начальный радиус пружины.



С учетом предыдущих формул, для диаметра после разгрузки получим

$$D_{ocm} = D_0 - D_p + D_y, \quad (2.58)$$

где D_0 - диаметр пружины до деформации, D_p - диаметр пружины соответствующий моменту перед разгрузкой.

Остаточное угловое перемещение находится

из уравнения [4]:

$$\theta = 2 \cdot L_0 \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{D} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right).$$

Подставляя вместо текущего угла подъёма $\alpha = \alpha_{ocm}$, а вместо диаметра $D = D_{ocm}$, получим:

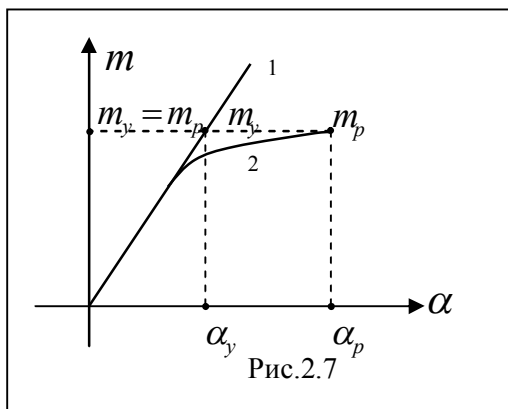
$$\theta_{ocm} = 2 \cdot L_0 \cdot \left(\frac{\cos \alpha_{ocm}}{D_{ocm}} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right). \quad (2.58)$$

Диаметры пружин D_p и D_y определяются следующими формулами [5]

$$\frac{D_y}{D_0} = \frac{(B - C) \cdot \sin 2\alpha_y}{2 \cdot B \cdot \operatorname{tg} \alpha_y \cdot \cos^2 \alpha_0 - C \cdot \sin 2\alpha_0} \quad (2.60)$$

$$\frac{D_p}{D_0} = \frac{(B_1 - C) \cdot \sin 2\alpha_p}{2 \cdot B_y \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \cdot \cos^2 \alpha_0 - C \cdot \sin 2\alpha_0} \quad (2.61)$$

Значение α_y находим из условия $m_y = m_p$ (рис. 2.7).



На рис. 2.7. диаграмма m от α .
Кривая 1- упругая линия. Кривая 2 – неупругая

Связывая действующие изгибающие моменты, получим:

$$m_y \cdot \cos \alpha_y = \frac{M_{из}^p}{\cos \alpha_p}. \quad (2.62)$$

Здесь

$$M_{из}^p = M_\phi \frac{K_2(\xi_p)}{\xi_p}, \quad (2.63)$$

где ξ_p - значение безразмерного параметра характеризующее глубину зоны неупругих деформаций перед разгрузкой. $K_2(\xi_p)$ -

параметр, характеризующий падение жесткости сечения на изгиб за счет неупругих деформаций [6].

Крутящий момент m_y определяется следующей формулой [5]

$$m_y = \frac{2C}{D_o \cdot \cos \alpha} \frac{\left(\cos^2 \alpha_o - \frac{\sin 2\alpha_o}{\sin 2\alpha_y} \cdot \cos^2 \alpha_y \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)}. \quad (2.64)$$

Подставляя m_y в формулу (2.62) получаем следующее уравнение:

$$\frac{2C}{D_o} \frac{\left(\cos^2 \alpha_o - \frac{\sin 2\alpha_o}{\sin 2\alpha_y} \cdot \cos^2 \alpha_y \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)} = M_\phi \cdot \frac{K_2(\xi_p)}{\xi_p}. \quad (2.65)$$

При заданной глубине неупругой зоны ξ_p , решая уравнение (2.65) находим значение угла α_y . После этого найденные значения $\alpha_y, D_y, D_{ост}$ и $\alpha_{ост}$, подставляя в уравнения (2.60), (2.58), и (2.59), находим остаточное угловое перемещение $\theta_{ост}$, от значения которого зависит величина реактивного момента пружин кручения, изготовленного из материала с памятью формы при термосиловом воздействии.

Приведём алгоритм вычисления

$$\theta_{ост} : \xi_p \rightarrow K_2(\xi_p) \rightarrow \alpha_p \rightarrow D_{ост} \rightarrow \alpha_{ост} \rightarrow \theta_{ост}$$

Для получения остаточных параметров пружин кручения после разгрузки по полученным формулам произведен расчет цилиндрической пружины, изготовленной из никелида титана со следующими данными:

$$D_0=10 \cdot 10^{-3} \text{ м}, d_0=2 \cdot 10^{-3} \text{ м}, i_0=10, \alpha_0=1,82^0; E=8,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}, G=1,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \mu=0,35, \sigma_\phi = 1,7 \cdot 10^8 \text{ Па} .$$

Получены следующие данные в зависимости от глубины фазовой деформаций при $\xi_p=0,75; 0,8; 0,85; 0,9$:

$$\theta_{ост1}=7,58^0, D_{ост1}=9,98049 \cdot 10^3 \text{ м}, \theta_{ост2}=4,41^0, D_{ост2}=9,989210^3 \text{ м}, \\ \theta_{ост3}=2,35^0, D_{ост3}=9,99488410^3 \text{ м}, D_{ост4}=9,99817310^3 \text{ м}, \theta_{ост4}=1,16^0 .$$

Выводы к главе 2

2.1 Получена методика расчета пружин с учетом неупругих деформаций, а также определена предельная нагрузка для пружин растяжения и кручения.

2.2 Для рассматриваемых пружин предложены методы расчета остаточных параметров при пассивном нагружении (разгрузка).

2.3 Построены алгоритмы и рассчитаны на MathCADe, а так же на Excel 2010: упруго-неупругое деформирование пружин, пассивное нагружение, остаточные параметры, предельные нагрузки, а так же графически и аналитически получены решения уравнений (2.14, 2.21, 2.32 и 2.44) при различных начальных углах подъема витков пружины. При этом для рассматриваемых углов подъема пружины α , предельные крутящие моменты оказались приблизительно равны $m_{\phi T} = 102 \text{ Н} \cdot \text{мм}$.

ГЛАВА 3. РЕАКТИВНЫЕ УСИЛИЯ

§ 3.1 Формовосстановление пружин растяжения - сжатия

В данной главе теоретически исследуются реактивные усилия, а так же реактивный момент, зависящие от остаточных параметров (удлинений, углов поворота) пружин, обладающих эффектом памяти формы. Для проверки теоретически полученных формул проведены экспериментальные исследования цилиндрических витых пружин на растяжения-сжатие и на кручение образцов, изготовленных из сплава никелида титана, обладающего ЭПФ. Проведены испытания образцов пружин в мартенситном состоянии: в упругой зоне деформирования, за пределом упругости, при активном и пассивном нагружении. А так же проведены экспериментальные исследования пружин в условиях воспрепятствования процессу свободного формовосстановления при нагреве в температурном интервале фазовых превращений. Сравниваются экспериментально полученные данные величины реактивных усилий с теоретическими результатами расчета, как упруго, так и не упруго деформированных пружин.

Здесь при температурном воздействии на деформированную пружину принято допущение, что:

а) остаточная неупругая (фазовая) деформация в процессе свободного формовосстановления исчезает полностью;

б) характеристические температуры фазовых превращений не зависят от напряжений.

Анализ диаграмм деформирования рассматриваемой цилиндрической пружины в координатах $P \sim \lambda$ показывает, что до силы P_T данная кривая незначительно отличается от прямой (рис. 3.1).

Следовательно, на данном этапе работы при изотермическом нагружении жёсткость пружины можно считать постоянной. Таким образом, до значения силы P_T можно записать

$$P = C_0 \lambda, \quad (3.1)$$

где C_0 – жесткость пружины. Очевидно, она равна (рис. 3.1)

$$C_0 = \operatorname{tg}\beta \quad (3.2)$$

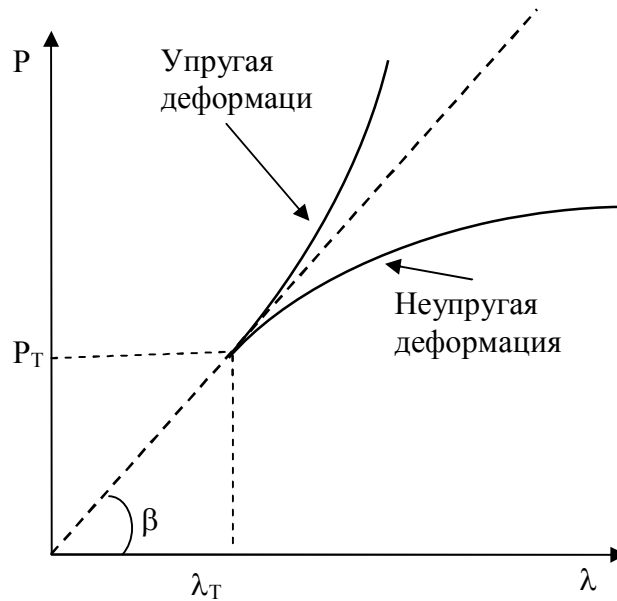


Рис. 3.1

где β – угол наклона на пропорциональном участке диаграммы деформирования. Если известна диаграмма $P \sim \lambda$, то жесткость можно определить из равенства [8,9],

$$C_0 = \frac{P_T}{\lambda_T}, \quad (3.3)$$

где

$$P_T = \frac{4B}{D_0^2} \sin(\alpha_T - \alpha_0) \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos \alpha_T} \frac{\frac{B}{C} \cos \alpha_T \cos \alpha_0 + \sin \alpha_T \sin \alpha_0}{\left(\frac{B}{C} \cos^2 \alpha_T + \sin^2 \alpha_T\right)^2}, \quad (3.4)$$

$$\lambda_T = \frac{\pi D i_0}{\cos \alpha_0} (\sin \alpha_T - \sin \alpha_0). \quad (3.5)$$

Здесь α_T является корнем следующего уравнения:

$$P(\alpha) D(\alpha) \cos \alpha = \tau_{\phi T} \frac{\pi d^3}{8}. \quad (3.6)$$

Описанный выше этап должен рассматриваться как взвод пружины в мартенситном состоянии. С точки зрения технического применения, центральным является изучение деформационно-силового поведения

пружины в процессе нагрева при ограничении смещения её свободного конца. Отметим, что при нагреве деформированной пружины наведённая при взводе неупругая (фазовая) деформация исчезает. Причём, при каждой температуре, в интервале фазового превращения, неупругая деформация будет распределяться вдоль радиуса по линейному закону [3,7].

Для определения реактивной силы, развиваемой в пружине с памятью формы при её нагреве из мартенситной зоны, запишем условие совместности деформаций в виде.

$$d[\lambda_1(R, C_0)] + d[\lambda_2(T)] = d[\lambda_{пф}] \quad (3.7)$$

Здесь $\lambda_1(R, C_0)$ - осадка пружины, вызванная реактивной силой; $[\lambda_2(T)]$ - осадка пружины от температурного воздействия; $\lambda_{пф}$ - осадка пружины, обусловленная памятью формы.

Будем считать, что в процессе нагрева пружина работает в пределах упругости, а сам нагрев происходит от температуры A_H до температуры A_K . В этом случае заменяя в формуле (3.1) силу P на реактивную силу R , можем записать

$$d\lambda_1 = d\left(\frac{R}{C_0}\right) \quad (3.8)$$

Здесь C_0 - определяется формулой (3.3) с учетом (3.4) и (3.5).

Температурную осадку пружины можно определить по формуле

$$\lambda_2(T) = H_{пф} \xi(T) \Delta T, \quad (3.9)$$

где $H_{пф}$ - высота пружины после разгрузки; ΔT - разность температур; $\xi(T)$ - коэффициент теплового расширения материала пружины.

Примем коэффициент теплового расширения $\xi(T)$ в области превращений линейной функцией от T , то есть,

$$\xi(T) = a_\xi + b_\xi T, \quad (3.10)$$

где a_ξ и b_ξ - постоянные материала.

С учетом последнего выражения найдем осадку пружины при изменении температуры на величину dT .

$$d\lambda_2(T) = H_{\text{пр}} \left[\frac{d\xi}{dT} (T - A_H) + \xi(T) \right] dT. \quad (3.11)$$

Осадка пружины за счет эффекта памяти формы будет равна [3]:

$$d\lambda_{\text{пф}} = \lambda_{\text{осм}} \frac{dT}{A_K - A_H}. \quad (3.12)$$

Расписывая условие (3.7) с учетом формул (3.8), (3.11) и (3.12), получаем следующее уравнение для определения реактивной силы R , развиваемой пружиной при её нагреве:

$$d\left(\frac{R}{C_0}\right) = \lambda_{\text{осм}} \frac{dT}{A_K - A_H} - H_{\text{пр}} \left[\frac{d\xi}{dT} (T - A_H) + \xi(T) \right] dT. \quad (3.13)$$

Интегрируя последнее выражение, находим

$$R(T) = C_0(T) \cdot (T - A_H) \cdot \left[\frac{\lambda_{\text{осм}}}{A_K - A_H} - H_{\text{пр}} \xi(T) \right]. \quad (3.14)$$

Запишем высоту $H_{\text{пр}}$ пружины после разгрузки в виде:

$$H_{\text{пр}} = \lambda_{\text{осм}} + H_0,$$

где $\lambda_{\text{осм}}$ - остаточное удлинение, H_0 - начальная высота пружины, которая равна $l_0 \sin \alpha_0$. С учетом этого уравнение (3.14) перепишем в виде

$$R(T) = C_0(T) \cdot (T - A_H) \cdot \left[\frac{\lambda_{\text{осм}}}{A_K - A_H} - (\lambda_{\text{осм}} + l_0 \sin \alpha_0) \xi(T) \right]. \quad (3.15)$$

Очевидно, максимальное значение реактивной силы будет при температуре $T = A_K$, т.е.

$$R_{\text{max}} = R(A_K) = C_0(A_K) \cdot [\lambda_{\text{осм}} - (\lambda_{\text{осм}} + H_0)(A_K - A_H) \xi(A_K)]. \quad (3.16)$$

Для получения характеристик пружины, произведен расчет цилиндрической пружины растяжения, изготовленной из никелида титана, имеющего следующие параметры: модуль продольной упругости $E_M = 8,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ и $E_A = 20,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, модуль сдвига $G_M = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ и $G_A = 3 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, диаметр пружины $D_0 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, диаметр прутка $d_0 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, количество витков $i_0 = 10$, $A_H = 20^\circ \text{C}$ и $A_K = 100^\circ \text{C}$.

При нагреве пружины через интервал фазовых превращений физико-механические параметры материала меняются. В частности для изменения модулей упругости от $E_M(G_M)$ до $E_A(G_A)$ от температуры при расчетах берется линейной функцией от T формуле (3.10) [2].

На рисунках 3.2 – 3.6 показаны графики результатов расчетов, полученных при термосиловом воздействии на пружину.

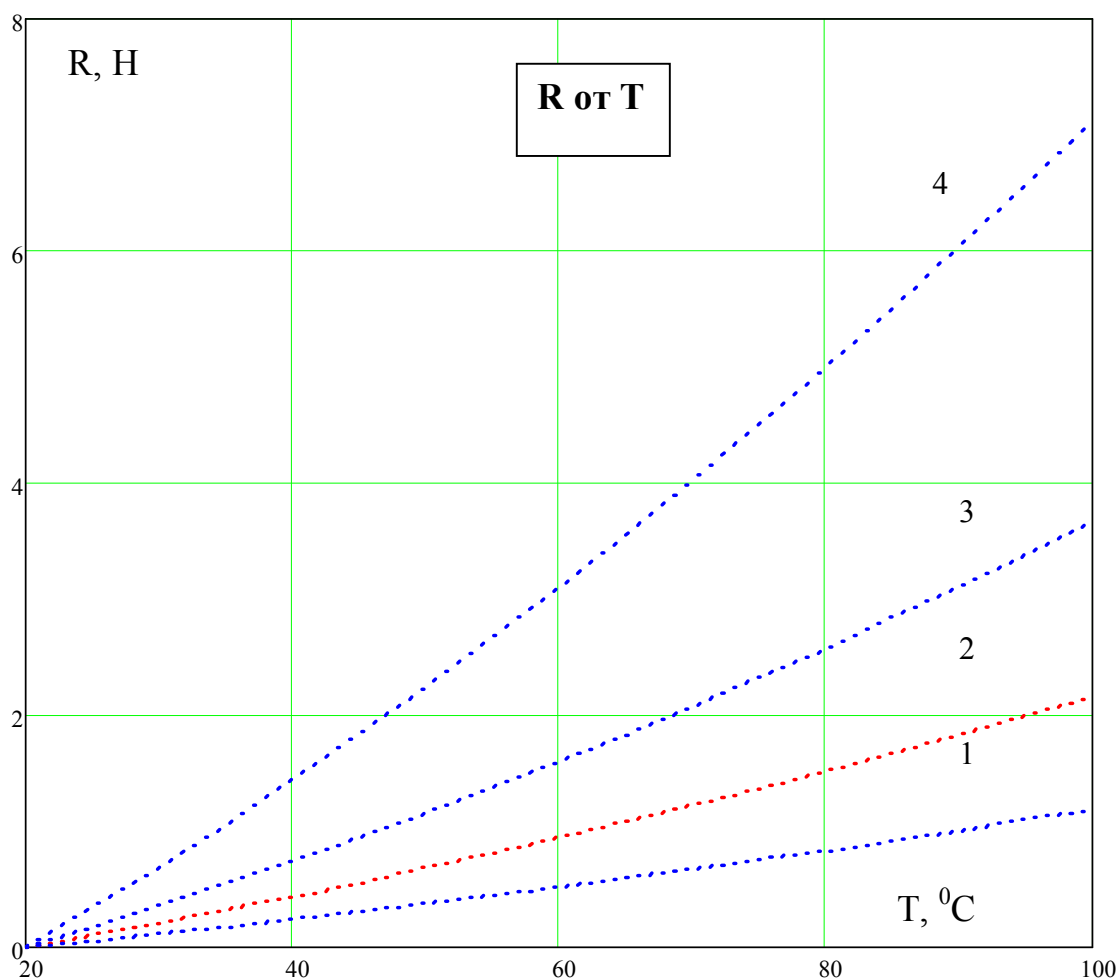


Рис. 3.2 Зависимость реактивного усилия от температуры. Кривые 1 - 4 отнесены к остаточным удлинениям ($\lambda_{ост}$), которые соответственно равны: 0,0047; 0,0085; 0,014; 0,028м.

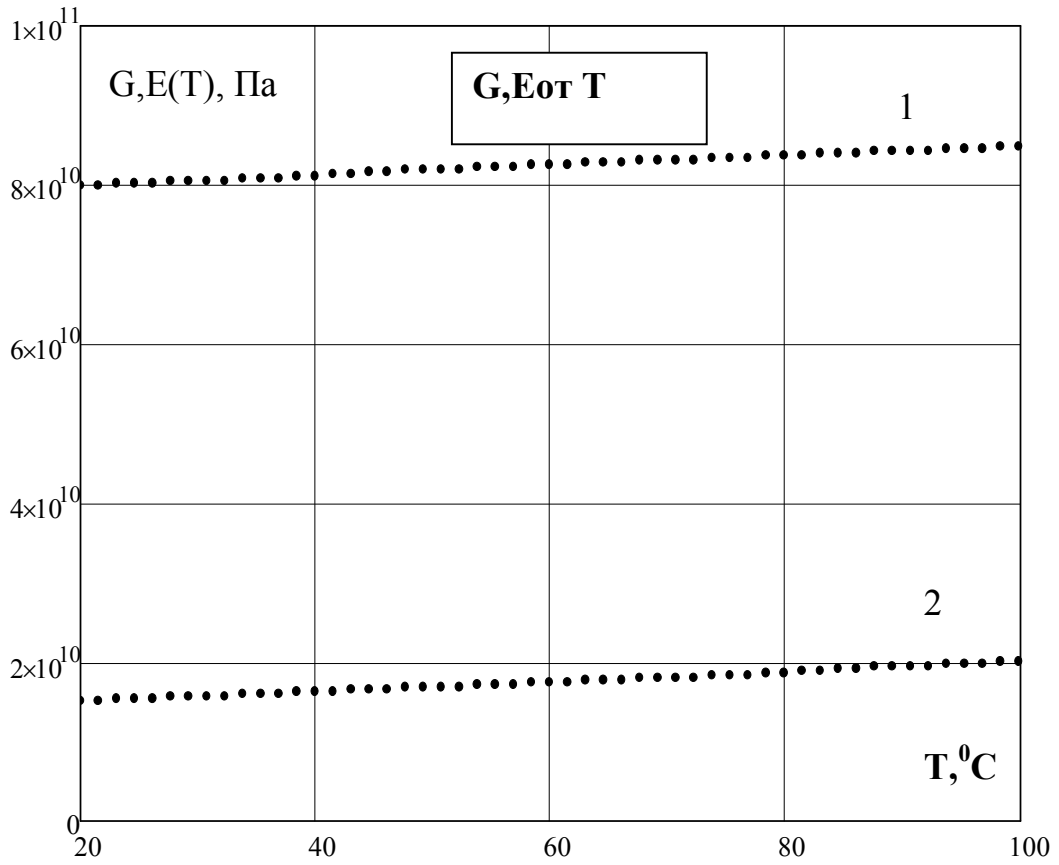


Рис. 3.3 Зависимости изменения модулей продольной упругости E (прямая 1) и сдвига G (прямая 2) в температурном интервале от A_H до A_K .

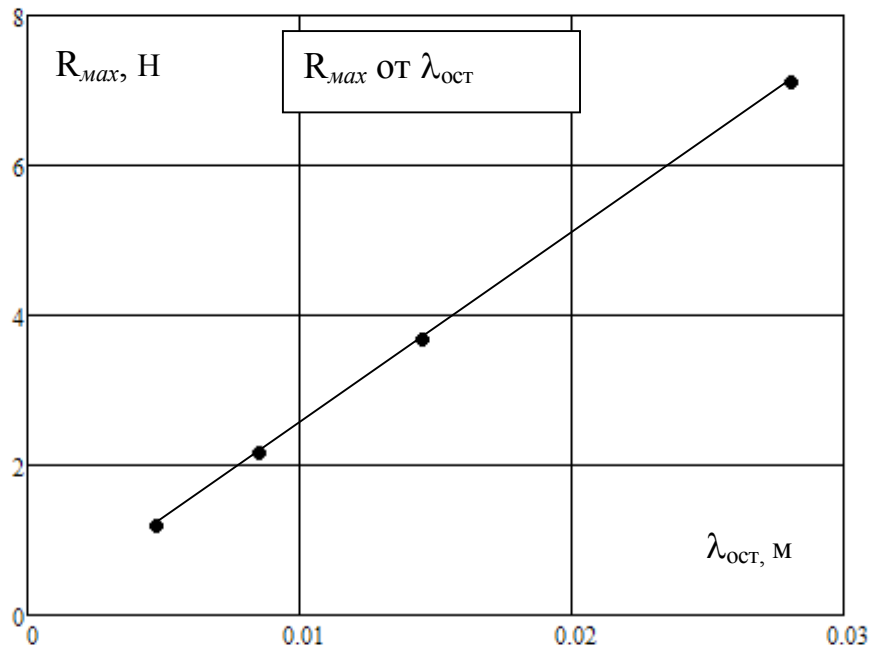


Рис. 3.4 Зависимость максимального реактивного усилия от остаточного удлинения $\lambda_{ост}$.

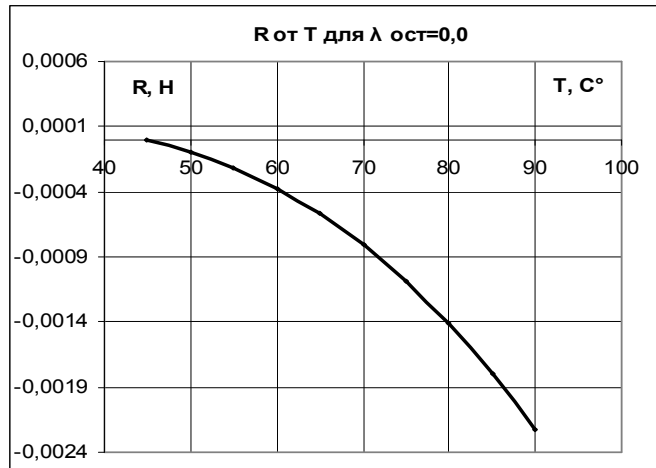


Рис. 3.5 Зависимость реактивного усилия для $\lambda_{ост} = 0$ в температурном интервале от A_H до A_K (только от температурного расширения).

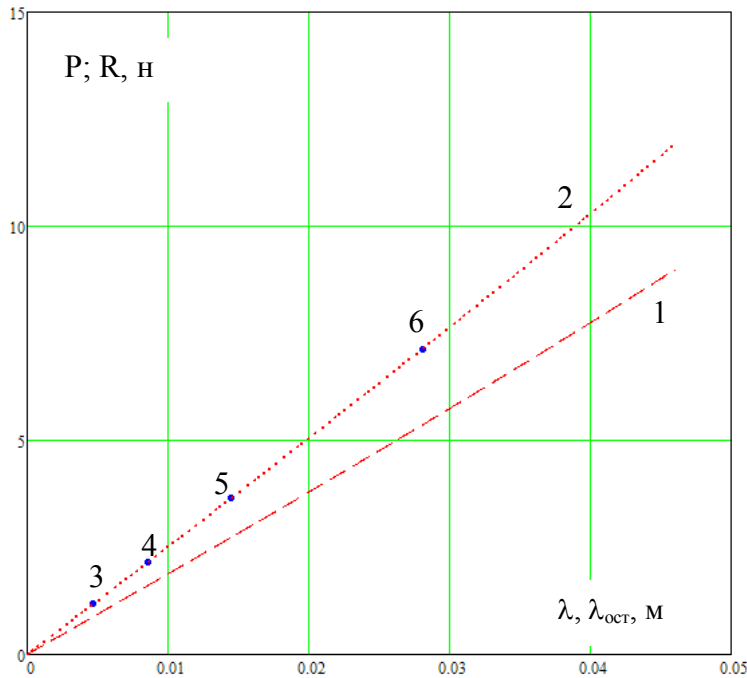


Рис. 3.6. Кривые деформации пружин в мартенситном (кривая 1) и аустенитном (кривая 2) состоянии; точки 3-6 максимальные реактивные усилия при различных остаточных удлинениях соответственно: 4,7; 8,5; 14 и 28 мм.

3.2 Формовосстановление пружин кручения

Рассмотрим важную для практических приложений задачу определения реактивного момента. Рассмотренные ранее вопросы нагрузки – разгрузки пружины кручения в изотермических условиях являются подготовительными этапами для изучения поставленной задачи. Как показывает эксперимент [21], при свободном нагреве кривизна прутка меняется и восстановление формы происходит в интервале температур обратного мартенситного превращения от A_n до A_k . При этом остаточные фазовые деформации, исчезают пропорционально температуре при прохождении всего интервала температур превращения. Примем гипотезу, что в процессе нагрева глубина зоны структурных изменений, определяемая в момент разгрузки величиной $y_{\phi p}$, не изменяется. Тогда, процесс исчезновения фазовой деформации при нагреве происходит подобно складывающемуся вееру. Если считать справедливым гипотезу плоских сечений, то можно принять, что закон исчезновения фазовой деформации линейно зависит от температуры. Следовательно, на основе этих двух положений можно привести эпюру фазовой деформации при нагреве в виде, показанной на рис.3.7 (показана часть эпюры выше нейтральной линии). Этот закон уменьшения фазовой деформации в процессе формовосстановления подтвержден экспериментально в работе [21]. Линии 1, 2, 3, 4, на этом рисунке соответствуют температурам $T_1 = A_n$, T_2 , T_3 , $T_4 = A_k$.

В интервале фазовых превращений при нагреве пружины физико-механические параметры материала в прутке меняются. Поэтому, для изменения модулей упругости E , G и напряжения начала фазовой текучести σ_{ϕ} примем линейную зависимость

$$\beta = a_{\beta} + b_{\beta} T, \quad (\beta = E, \sigma_{\phi}), \quad (3.17)$$

где

$$a_{\beta} = \frac{A_k \beta_M - A_n \beta_A}{A_k - A_n}, \quad b_{\beta} = \frac{\beta_A - \beta_M}{A_k - A_n}.$$

Здесь β_A, β_m – значения β соответственно в аустенитной и мартенситной области. Если процесс нагрева пружины через интервал фазовых превращений производить в условиях воспрепятствования формовосстановлению, то в пружине кручения генерируются реактивный

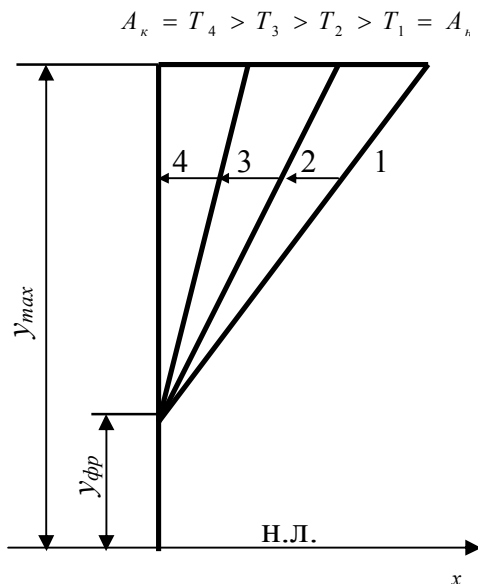


Рис.3.7.

момент. Причем реактивный момент, развиваемый при воспрепятствовании процессу формовосстановления, может достигать значительных величин.

Диаграмма деформирования рассматриваемой цилиндрической пружины кручения в координатах $m \sim \theta$ показывает, что до момента m_T данная кривая практически не отличается от прямой (рис. 3.8). Следовательно, на данном этапе работы при изотермическом нагружении

жёсткость пружины можно считать постоянной. Таким образом, до значения момента m_T можно записать

$$m_T^M = K_0 \theta_T^M, \quad (3.18)$$

где K_0 – жесткость пружины.

Очевидно, она равна

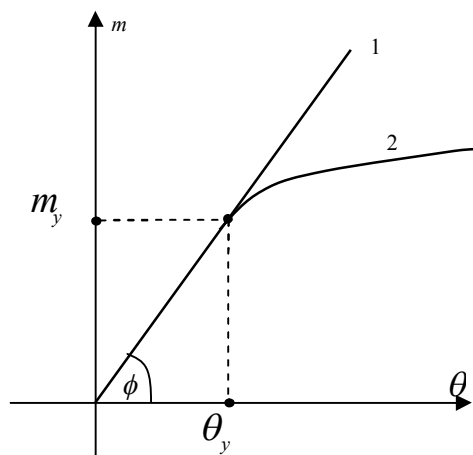
$$K_0 = \operatorname{tg} \phi. \quad (3.19)$$

Считая работу пружины упругой, из диаграммы $m \sim \theta$ можно определить K_0 из равенства (3.18),

$$K_0 = \frac{m_T^M}{\theta_T^M}, \quad (3.20)$$

где m_T^M , D_T^M и θ_T^M определяются из

следующих формул:



На рис. 3.8 Диаграмма m от θ . Кривая 1-упругая линия. Кривая 2 – неупругая.

$$m_T^M = \frac{2C}{D_0 \cdot \cos \alpha} \frac{\left(\cos^2 \alpha_0 - \frac{\sin 2\alpha_0}{\sin 2\alpha_T} \cdot \cos^2 \alpha_T \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)}, \quad (3.21)$$

$$D_T^M = D_0 \cdot \frac{(B-C) \cdot \sin 2\alpha_T}{2 \cdot B \cdot \operatorname{tg} \alpha_T \cdot \cos^2 \alpha_0 - C \cdot \sin 2\alpha_0}$$

$$\theta_T^M = \frac{\pi D_0 i_0}{\cos \alpha_0} \left(\frac{\cos \alpha_T^M}{D_T^M} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right). \quad (3.22)$$

Здесь α_T является корнем следующего уравнения:

$$\frac{2C}{D_0} \frac{\left(\cos^2 \alpha_0 - \frac{\sin 2\alpha_0}{\sin 2\alpha_T} \cdot \cos^2 \alpha_T \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)} = \sigma_{\Phi T} W_{из}. \quad (3.23)$$

В данном случае главной задачей является изучение деформационно-силового поведения пружины в процессе нагрева при ограничении смещение угла поворота свободного конца пружины. Описанный выше этап должен рассматриваться как взвод пружины в мартенситном состоянии. Отметим, что при нагреве материала наведённая при взводе неупругая (фазовая) деформация исчезает. Причём, процесс исчезновения фазовой деформации при нагреве происходит подобно складывающемуся вееру [3,7].

Учитывая малость линейного температурного расширения, а так же её влияние, на угол поворота θ , пренебрегаем линейным температурным удлинением пружины и запишем условие совместности деформаций в виде:

$$d(\theta_T) = d(\theta_{пф}). \quad (3.24)$$

Здесь $d(\theta_T)$ - угол поворота торца пружины, вызванный реактивной силой; $d(\theta_{пф})$ - угол поворота пружины, обусловленный памятью формы.

$$d\left(\frac{m_R}{K_0}\right) = \theta_{осм} \frac{dT}{A_K - A_H} \quad (3.25)$$

Интегрируя от T до A_K

$$m_A(T) = K_0(T) \cdot \theta_{осм} \cdot \frac{T - A_H}{A_K - A_H}. \quad (3.26)$$

Предположим линейную зависимость

$$K_0(T) = a_\beta + b_\beta T \quad (3.27)$$

где

$$a_\beta = \frac{A_K \beta_M - A_H \beta_A}{A_K - A_H} \quad (3.29)$$

$$b_\beta = \frac{\beta_A - \beta_M}{A_K - A_H} \quad (3.30)$$

Здесь β_M и β_A - (ЕилиG) характеристики материала при мартенсите и аустените.

Очевидно, максимальное значение реактивного момента будет при температуре $T = A_K$, т.е.

$$m_{max}(A_K) = K_0(A_K) \cdot (A_K - A_H) \cdot \left[\frac{\theta_{ocm}}{A_K - A_H} \right] \quad (3.31)$$

или

$$m_{max}(A_K) = K_0(A_K) \cdot \theta_{ocm} \quad (3.32)$$

Для получения графических характеристик пружины произведен расчет цилиндрической пружины кручения, изготовленной из никелида титана, имеющей следующие параметры: модуль продольной упругости $E_M = 8,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ и $E_A = 20,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, модуль сдвига $G_M = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ и $G_A = 3 \cdot 10^{10} \text{ Па}$, диаметр пружины $D_0 = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, количество витков $i_0 = 3$, $A_H = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ и $A_K = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

Полученные значения реактивного момента от температуры показаны на рис.3.9

Изменения модулей упругости от температуры в температурном интервале от A_H до A_K показаны на рис.3.10.

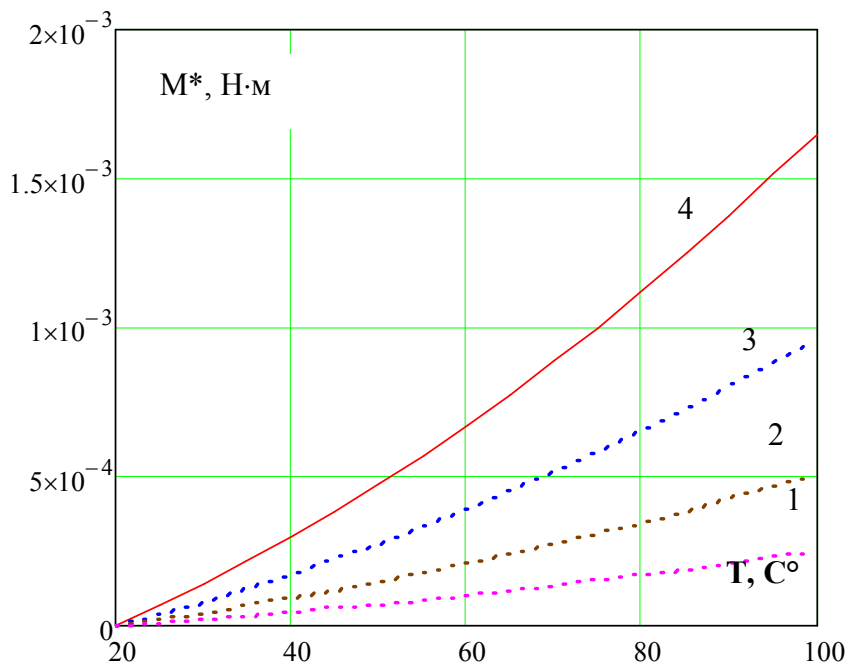


Рис. 3.9 Зависимость реактивного момента от температуры. Кривые 1- 4 отнесены к остаточным углам поворота ($\theta_{ост}$), которые соответственно равны: 0,7; 1,99; 4,22; 7,55 градусам.

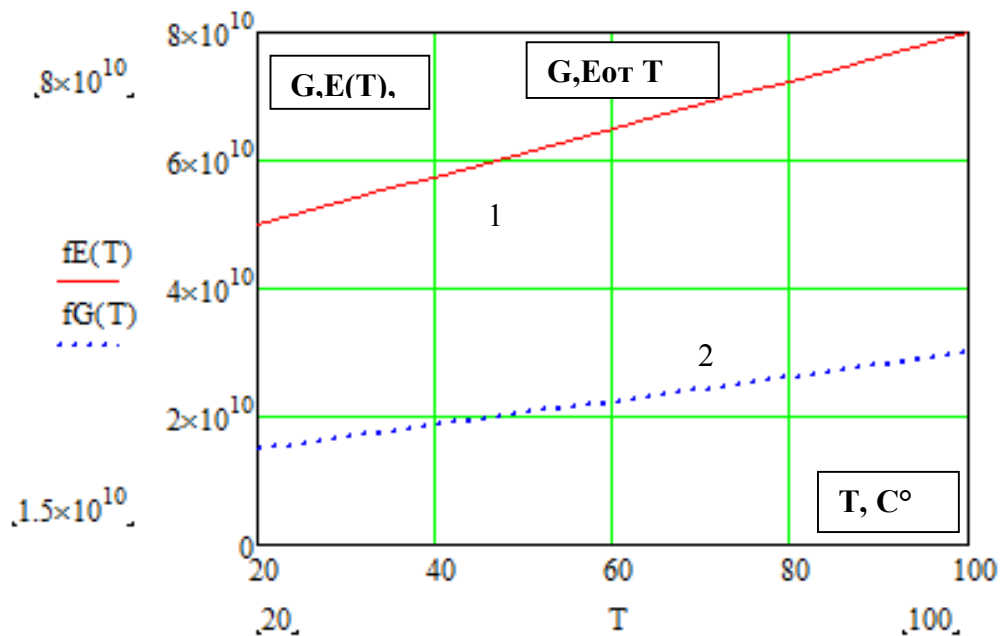


Рис. 3.10 Зависимости изменения модулей продольной упругости E (прямая 1), и сдвига G (прямая 2) в температурном интервале от A_H до A_K .

Максимальные реактивные моменты от остаточных углов поворота при термосиловом воздействии на пружину кручения показаны на рис.3.11.

Рис. 3.11 Кривые деформации пружин в мартенситном (кривая 1) и аустенитном (кривая 2) состоянии; точки 3 и 4 соответствуют пределу фазовой текучести при мартенсите и аустените; точки 5-9 максимальные реактивные моменты при различных остаточных угловых перемещениях.

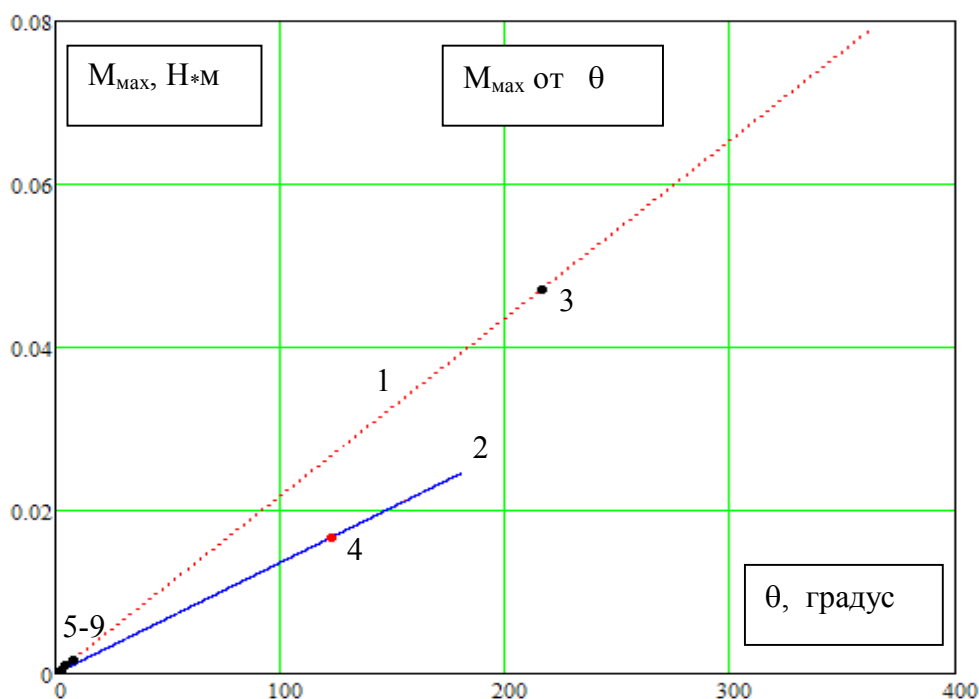


Рис. 3.11

3.3 Проведение экспериментов

Для исследования использован сплав никелида титана с химическим составом в атомных процентах $Ti - 48,7at\% Ni$. Пружины с диаметром (D) 0,01м навиты из проволоки с диаметром (d) 0,001 м, находящийся в состоянии поставки. Навитая пружина в механически защемленном состоянии отожжена в электрической печи при температуре 400°C (670 К) в течение одного часа (3600 с) (вместе с нагревом) и охлаждена вместе с отключенной от электрической сети печью. Дальнейшее хранение

защемленной и отоженной пружины осуществлено в холодильнике до момента испытания.

Полученные цилиндрические пружины показаны на рис.3.12, первая из них (а) изготовлена для испытания на растяжение, вторая (б) для испытания на (сжатие и) кручение.

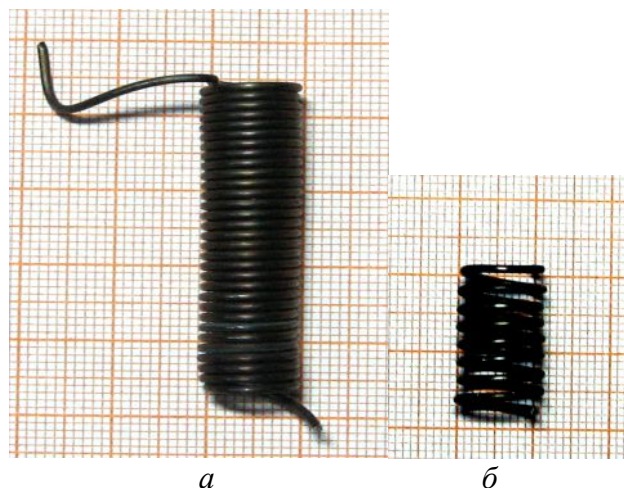


Рис 3.12

В данном разделе приводится методика проведения эксперимента деформирования пружин за пределом упругости и пассивного нагружения (разгрузка), а также способ экспериментального определения реактивных усилий (моментов) в образцах цилиндрических пружин растяжения, сжатия и кручения в процессе их формовосстановления.

Рассмотрим процесс деформирования за упругую область и разгрузку пружины растяжения в мартенситном состоянии со следующими основными параметрами: пружины изготовлены из TiNi сплава с модулями упругости [3,4]: $E=8,5 \cdot 10^{10}$ Па, $G=1,4 \cdot 10^{10}$ Па и с коэффициентом Пуассона $\mu=0,35$, первоначальный диаметр $D_0=0,01$ м, диаметр прутка $d=0,001$ м, число витков $i_0=10$, начальный угол подъёма $\alpha_0=1,5$ градуса.

Испытываемая пружина прикрепляется одним концом жестко, а к свободному концу прикладывается нагрузка P от величины $P=0$ до нагрузки P_k с приращением ΔP (рис. 3.13). С каждым шагом увеличения нагрузки измеряются изменения длины пружины, её диаметр и угол поворота

свободного конца пружины. При этом результаты замеров записываются на магнитофон, а образец фотографируется цифровым фотоаппаратом. Далее по полученным данным строится график.

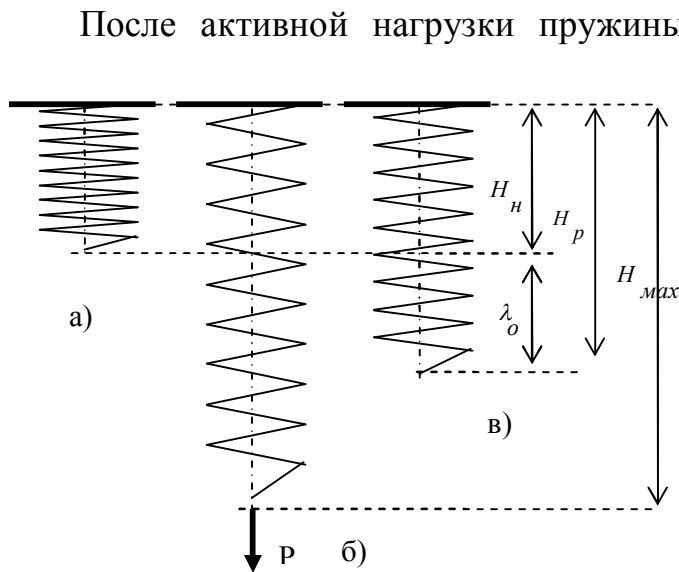


Рис.3.13. Обозначения: H_n - первоначальная длина пружины, H_{max} - максимальная длина пружины после деформации, H_p - длина пружины после разгрузки, λ_o - остаточное удлинение после разгрузки.

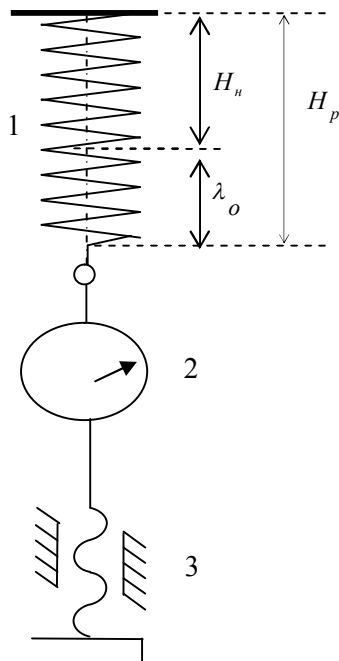


Рис.3.14

1- образец пружины после разгрузки, 2- динамометр часового типа, 3- регулируемый винт.

нагрузка (разгрузка) поэтапно до нуля. После каждого этапа уменьшения нагрузки измеряются длина (осадка), диаметр и угол поворота, так же, как и при активном нагружении. Такие эксперименты проводились несколько раз с разными образцами, имеющими одинаковые параметры, но

отличающиеся конечными нагрузками P_k . Соответственно при этом получались различные остаточные удлинения.

Пружина, подверженная испытанию, получившая неупругие деформации, растянутая до длины H_{max} , после разгрузки будет иметь длину $H_n + \lambda_o$, как показано на рис. 3.13 в. Наличие остаточных удлинений λ_o обуславливает генерацию реактивных усилий при термосиловом воздействии.

Для определения реактивных усилий, образец пружины после разгрузки закрепляется, как показано на рис. 3.14, т. е.

один конец жестко, а другой - фиксируется натяжителем 3.

Исследуемая пружина постепенно нагревается в интервале фазовых превращений, т.е. от температуры начала возникновения аустенитной фазы A_n до конца температуры превращений A_k . При этом за счет эффекта памяти формы, в пружине будут генерироваться реактивные усилия (R), которые в процессе проявления ЭПФ будут стремиться вернуть пружине первоначальную длину. Один конец пружины жестко прикреплен, а другой конец удерживается так, чтобы пружина имела постоянную фиксированную длину $\lambda_\phi = H_p$ с помощью вращения рукоятки 3 (рис.3.14), динамометр 2 показывает реактивное усилие, генерируемое образцом в процессе обратного мартенситного превращения. Такие эксперименты повторялись несколько раз с образцами, имеющими различные остаточные удлинения.

Для испытания пружины на растяжение, сжатие и кручение спроектировано и изготовлено приспособление - стенд (рис. 3.15 и 3.16), состоящий из: термокамеры 9 со стеклянным коробом для герметичности тепла 10, измерительных приборов, системы водяного 11 и воздушного охлаждения 12, нагружающего устройства 5, магнитофона и цифрового фотоаппарата. Нагружающее устройство, то есть пружинный динамометр на колесах соединенный с вращательной рукояткой лебедки с помощью нерастяжимой нити установлен на наклоненном столе. Наклон стола предусмотрен для скатывания динамометра на колесиках по наклону в сторону испытываемого образца, в результате которого ликвидируется дополнительное усилие пружины для принятия пружиной первоначальной формы при разгрузке.

Нагрузки пружин 1 производились ручным приводом (рукояткой) лебедки 5, а измерения усилий при нагружении и разгрузки по показаниям динамометра 4. Через определенные интервалы нагружения пружинного образца, без остановок производили его фотографирование и записывали

показания динамометра на диктофон, а так же значения углового и линейного перемещения.

При проведении экспериментов фиксировались следующие значения:

- на динамометре 4- показание величины нагрузки,
- на лимбе 2- угол поворота (угловое перемещение) свободного конца пружины,
- по линейке 8 -осадка (удлинение) пружины,
- изменение диаметра и удлинение (осадка) пружины фотографировались цифровым фотоаппаратом.

Точность измерений:

цена делений динамометра 0,1 Н (10 грамм);

осадка (удлинение) измерялось с точностью 5^{-4} м.;

угловое перемещение (угол поворота свободного конца пружин) 5 градусов;

изменение температуры с точностью 5 °С.

Абсолютные инструментальные погрешности измерительных приборов, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Средства измерения	Предел измерения	Цена деления	Инструментальная погрешность
Линейка	До 20 см	1 мм	± 1 мм
Штангенциркуль	150 мм	0,1 мм	± 0,05 мм
Динамометр	10 Н	0,1 Н	± 0,1 Н
Термометр ртутный	До 50°С	1°С	± 0,5°С
Вольтметр универсальный В7-21	6 В	0,002 В	± 0,0015 В
Лимб транспортёр	360 °	5 градусов	± 2,5' градус

Систематические ошибки ликвидированы посредством введения поправки, т. е., считается не существенными при расчете погрешности и не учитывается.

Приспособление для испытания пружин на растяжение и на сжатие.

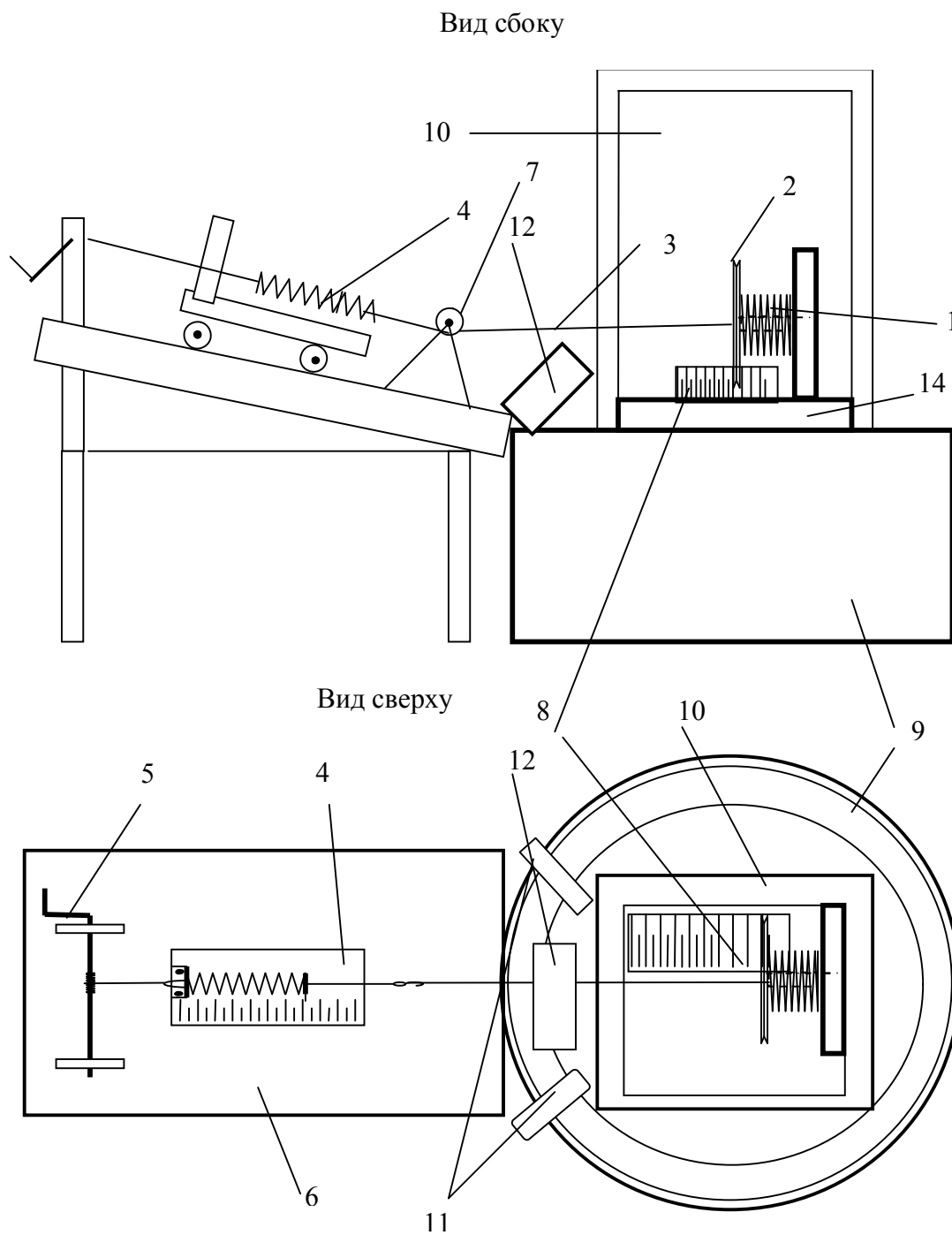
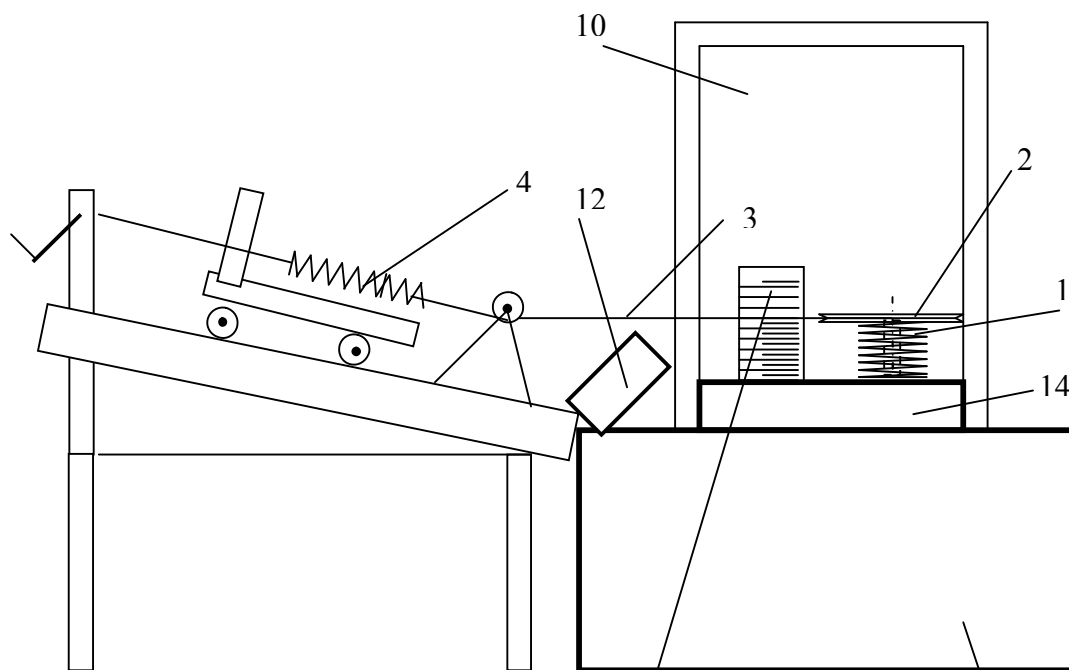


Рис.3.15

Выносы: 1- испытываемая пружина на растяжение; 2- лимб –для определения угловых перемещений пружины ; 3-нерастяжимая нить; 4- динамометр; 5 – лебедка; 6-стол; 7- направляющий ролик; 8-линейка; 9- печь; 10 - стеклянная коробка; 11- трубы водяного охлаждения; 12 – вентилятор, 14- станина.

Приспособление для испытания пружин на кручение.

Вид сбоку



Вид сверху

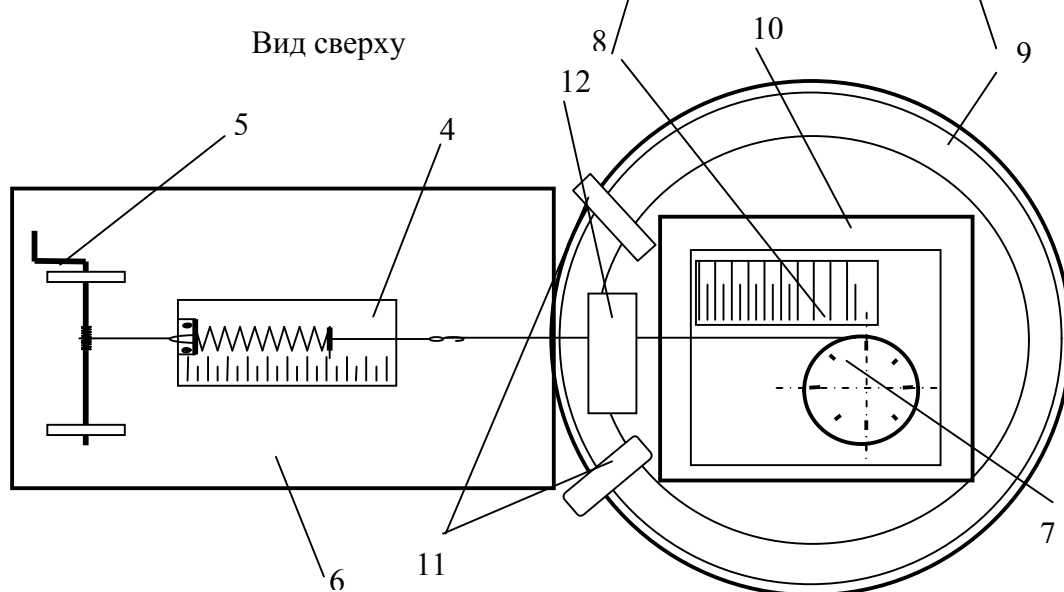


Рис. 3.16

Выносы: 1- испытываемая пружина на кручение; 2- шкив с намотанной нитью; 3- нерастяжимая нить; 4- динамометр; 5 – лебедка; 6-стол; 7- лимб; 8- линейка; 9- печка; 10- стеклянная коробка; 11- трубы водяного охлаждения; 12 – вентилятор, 14- станина.

Далее полученные фотографии и магнитофонные записи обрабатывались на компьютере с использованием программы CorelDraw и EXCEL.

По фотографиям получены точные значения линейных и угловых перемещений, а так же диаметры испытываемых пружин в зависимости от нагрузок.

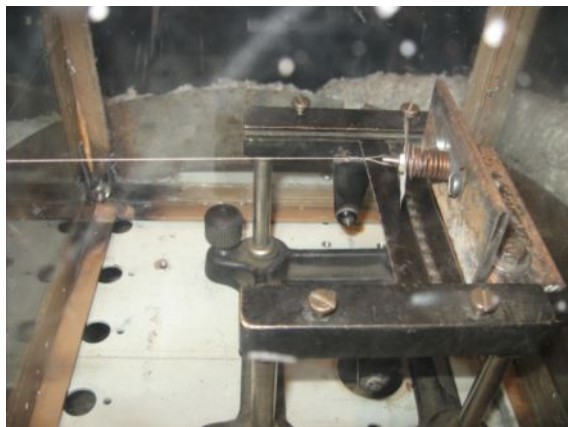


Рис. 3.17 Фотография рабочей установки

Сплавы никелида титана, исследованные в данной работе при комнатной температуре, в исходном и после отжига состояниях находились в мартенситном состоянии.

Фотография рабочей установки на растяжение пружины показана рис. 3.17.

На рисунках 3.18 и 3.19 показаны фотографии образцов пружин подверженных испытанию на растяжение в начале, и в конце эксперимента.

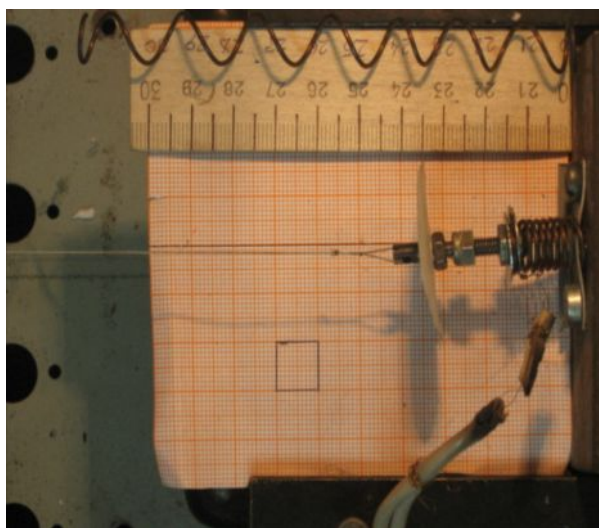


Рис. 3.18. В начале эксперимента

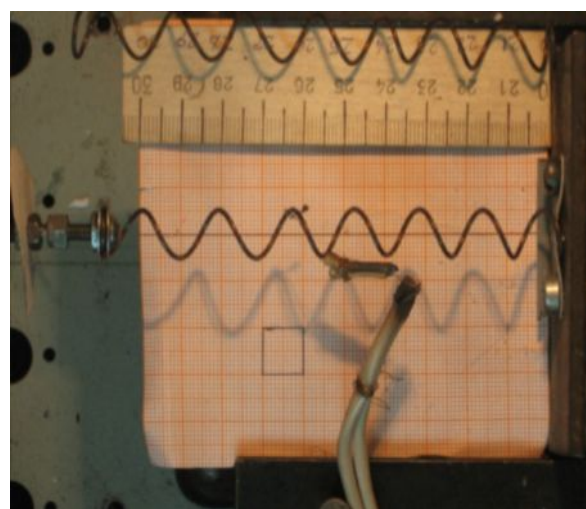


Рис. 3.19. В конце эксперимента

Эксперимент на сжатие(рис.3.20, 3.21): Пружина: число витков $i=10$, диаметр пружины $D=0,01\text{м}$, угол подъема витка пружины $\alpha\approx 22$ градуса, длина $H=0,054\text{м}$.

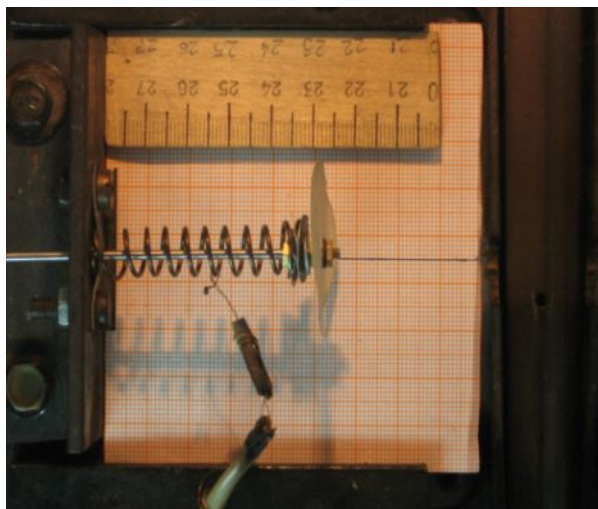


Рис. 3.20. В начале эксперимента

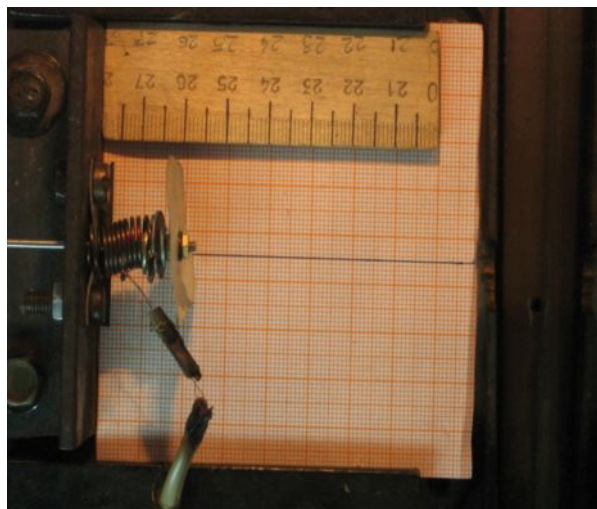


Рис. 3.21. В конце эксперимент

Эксперимент на кручение(рис.3.22, 3.23):: Пружина: число витков $i=4$, диаметр пружины $D=0,01\text{м}$, угол подъема витка пружины $\alpha\approx 22$, длина $H=0,040\text{м}$,



Рис. 3.22. В начале эксперимента



Рис. 3.23. В конце эксперимента

3.4. Полученные результаты эксперимента и их обсуждение

Для испытания изготовлены цилиндрические пружины растяжения, из никелида титана, со следующими параметрами: модуль продольной упругости в мартенситном $E_M = 8,5 \cdot 10^{10}$ Па и в аустенитном состоянии $E_A = 20,5 \cdot 10^{10}$ Па, модуль сдвига соответственно при мартенсите $G_M = 1,5 \cdot 10^{10}$ Па и в аустените $G_A = 3 \cdot 10^{10}$ Па, диаметр пружины $D_0 = 10 \cdot 10^{-3}$ м, диаметр прутка $d_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ м., количество витков $i_0 = 10$, начальный угол подъёма $\alpha_0 = 1,5$ градуса. Температура начала аустенит $A_H = 20$ °С и температура соответствующее полному переходу в аустенитное состояние (конец аустенита) $A_K = 100$ °С.

На рис. 3.24 - 3.31 показаны графики, построенные по результатам обработанных на компьютере экспериментальных данных.

На рис. 3.24 представлены кривые зависимостей нагрузки от удлинения в мартенситном (1 и 2) и аустенитном (3 и 4) состояниях, а также максимальное реактивное усилие от остаточных удлинений при термосиловом воздействии в условии воспрепятствования свободному формовосстановлению.

Механические свойства никелида титана в представленных двух состояниях существенно отличаются друг от друга. Например, по эффективному модулю упругости, ответственные за наклон кривой в начальной стадии, по эффективному коэффициенту деформационного упрочнения, характеризующие поведение пружины в неупругой области деформирования. А также проявления слабого псевдоупругого эффекта, проявляемого на стадии разгрузки растянутой пружины в мартенситном состоянии. Псевдоупругий эффект в аустенитном состоянии не обнаружен, если не учитывать некоторую нелинейность на стадии разгрузки (рис. 3.24).

Сначала рассмотрим некоторые механические явления, сопутствующие растяжению в мартенситном состоянии никелида титана. При растяжении

пружины свободный конец, за который растягивается пружина (с помощью нитки – абсолютно неупругого элемента) начинает раскручиваться, и диаметр пружины с ростом удлинения уменьшается (рис. 3.25). Изменение числа витков и в целом изменение диаметра пружины (рис. 3.26) [76] характерен всем витым пружинам из традиционных материалов.

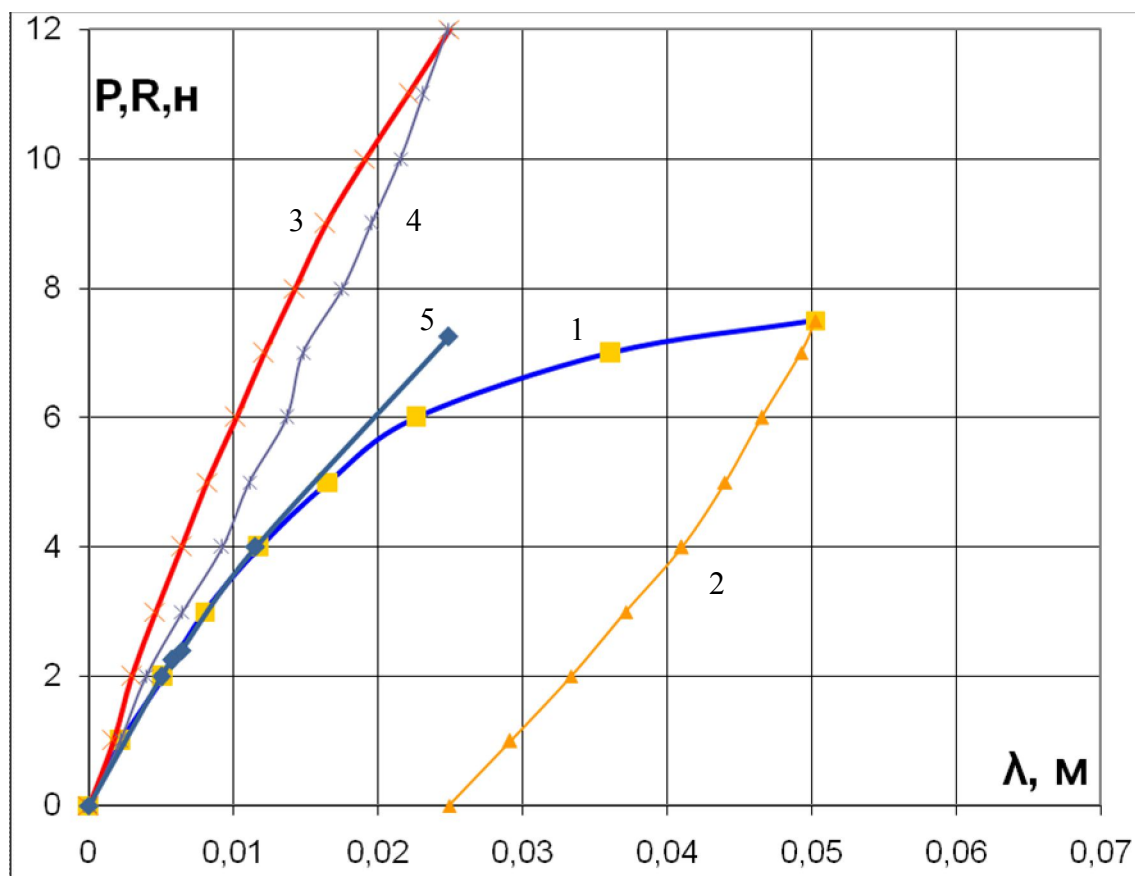


Рис. 3.24 кривые зависимости нагрузки от осадки пружины растяжения: в мартенситном состоянии (1-активное, 2-пассивное нагружение); в аустенитном состоянии (3-активное, 4-пассивное нагружение); зависимость максимальных реактивных усилий R от остаточных удлинений $\lambda_{ост}$ (кривая 5).

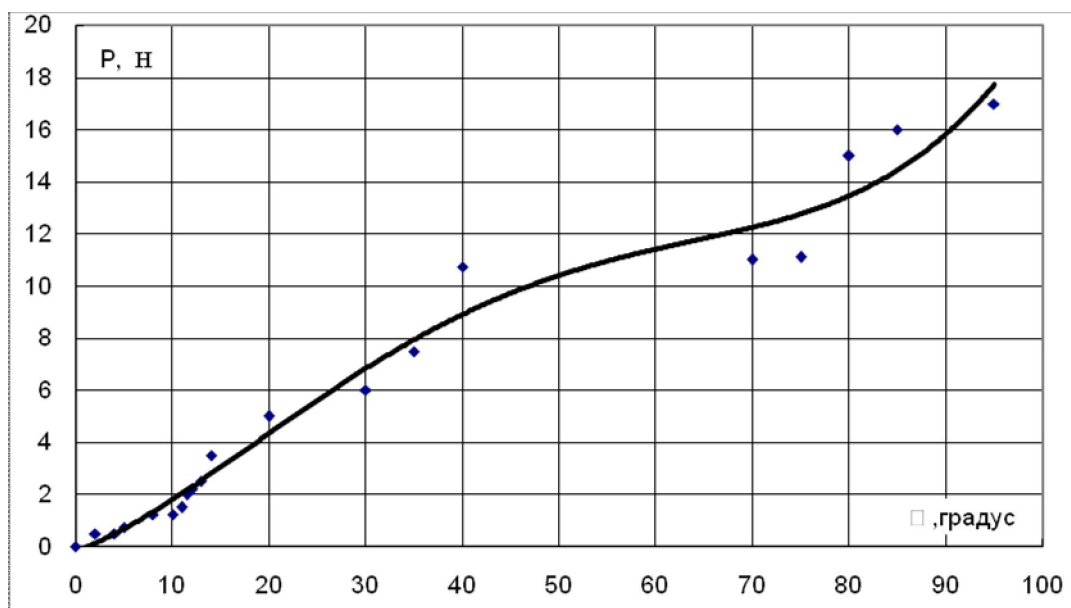


Рис. 3.25 Зависимость изменения угла поворота конца пружины растяжения при активном нагружении.

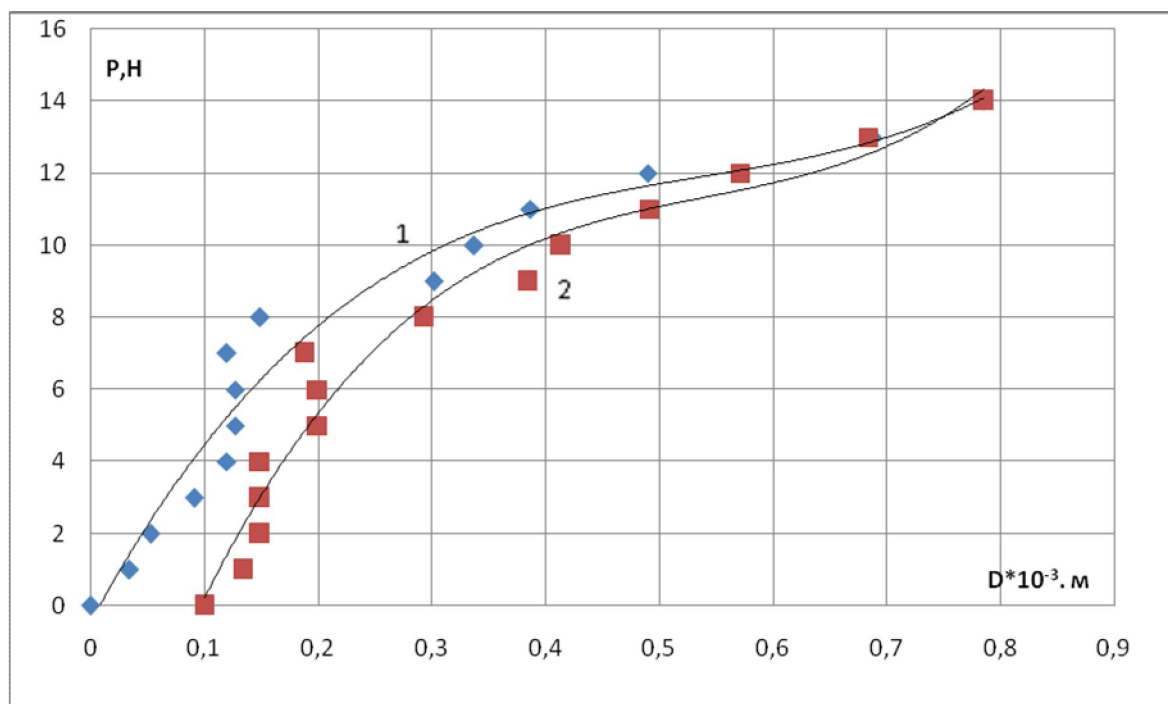


Рис. 3.26 Зависимость изменения диаметра пружины растяжения при активном нагружении (линия 1), разгрузке (линия 2).

На рис. 3.27 представлены кривые зависимости величины генерируемых реактивных усилий от температуры в деформированных пружинах с разными остаточными удлинениями, в условиях воспрепятствования свободному формовосстановлению. Из этого рисунка следует, что все образцы, деформированные и разгруженные с различными остаточными удлинениями, генерируют отличные друг от друга максимальные реактивные усилия в интервале температур обратного мартенситного превращения. Величина реактивного усилия увеличивается с ростом остаточного удлинения. Температурный интервал, где происходит интенсивный рост реактивных усилий, слабо зависит от степени удлинения пружины.

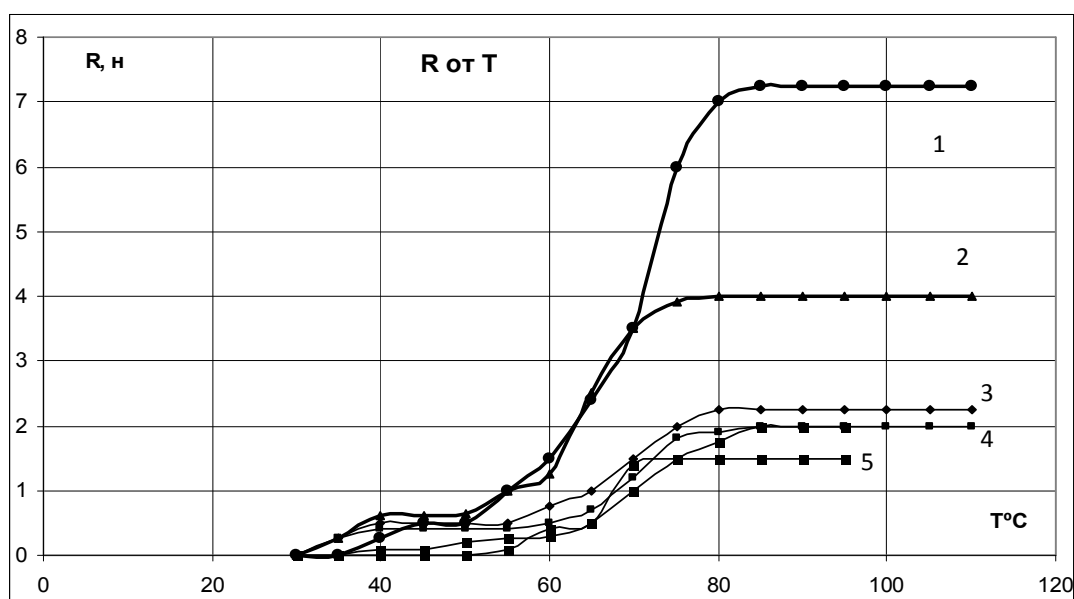


Рис. 3.27 Кривые зависимости реактивного усилия R от температуры T при нагреве через температурный интервал обратного мартенситного превращения, при различных значениях остаточных удлинений (кривые 1, 2, 3, 4 и 5 соответствуют $\lambda_{ост}$ равным: 0,025; 0,0115; 0,0036; 0,002 и 0,001 м).

На рис. 3.28 показаны диаграммы для пружин растяжения-сжатия в мартенситном состоянии: генерация реактивных усилий в зависимости от остаточных удлинений при растяжении в мартенситном состоянии. Из диаграммы следует, что диаграмма реактивного усилия совпадает с диаграммой растяжения в упругой области деформирования примерно до 5 мм остаточного удлинения.

В случае, когда остаточные удлинения пружины деформированного в мартенситном состоянии больше 5 мм, диаграмма реактивного усилия лежит ниже диаграммы растяжения в аустенитном состоянии, но выше диаграммы растяжения полученные в мартенситном состоянии (см. рис. 3.24). Эффективность реактивного усилия составляет 100% когда остаточное удлинения не превышает 5 мм (для серии пружин, где $D = 10^{-2}$ м, $d = 10^{-3}$ мм, количество витков 10, $T_{отж} = 670$ К).

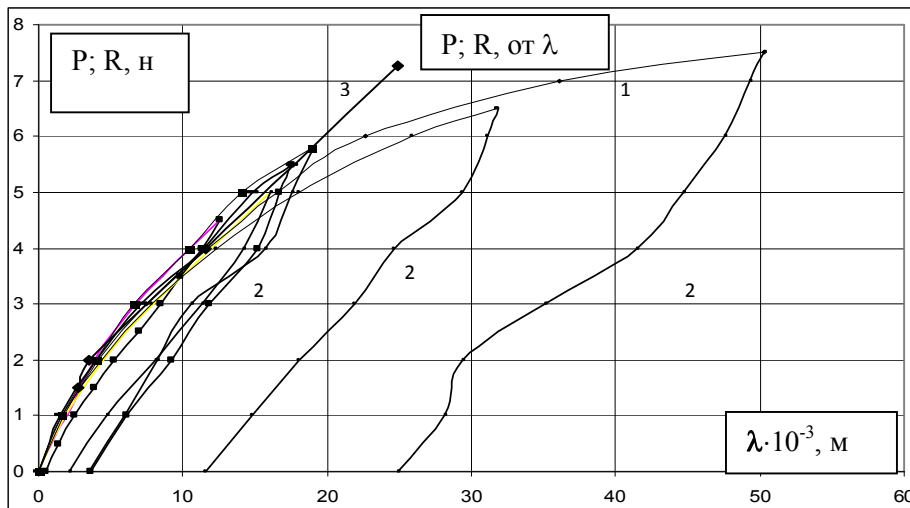


Рис.3.28 Зависимость нагрузки (кривые 1), разгрузки (кривые 2) и максимальных реактивных усилий от остаточных удлинений пружины (кривая 3).

Проведены испытания на кручение пружин из никелида титана. На рис. 3.29 показана диаграмма кручения пружины. На рис. 3.30 показана генерация реактивных усилий в процессе нагреве заневоленной пружины кручения через температурный интервал обратного мартенситного превращения. Видно, что с увеличением остаточного угла поворота увеличивается крутящий реактивный момент.

Температурные интервалы обратного мартенситного превращения, где интенсивно генерируется реактивный крутящий момент, почти совпадает с температурой генерации реактивных усилий пружин растяжения (рис. 3.27).

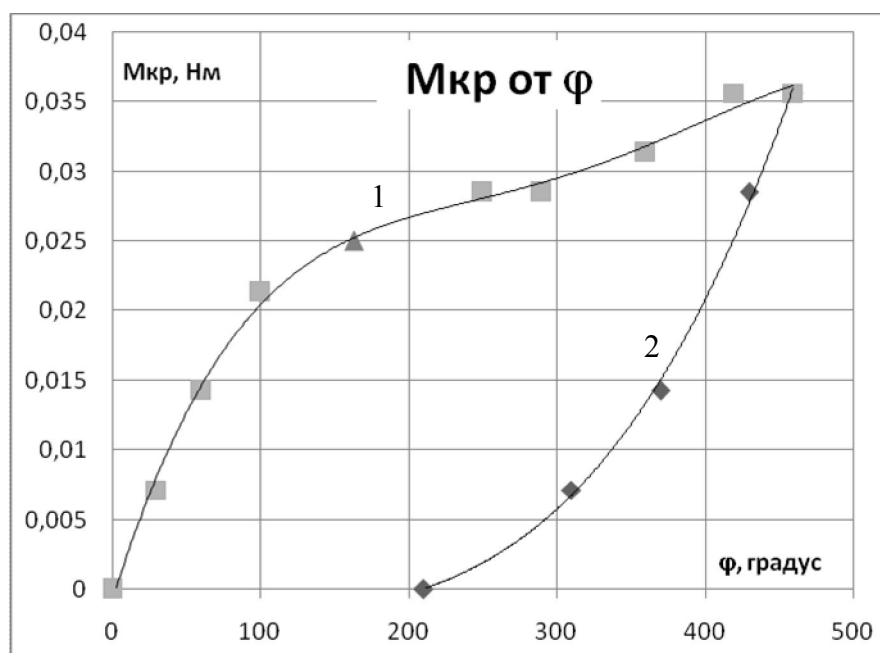


Рис. 3.29 Кривые зависимости крутящего момента от угла поворота пружины испытанного на кручение, в мартенситном состоянии. Линия 1- активная нагрузка, линия 2- разгрузка

Сравнение экспериментально полученных реактивных усилий пружин растяжения-сжатия с расчетными результатами, полученными из выведенной в данной работе формулы (3.16) и графиками на рис. 3.4 и рис. 3.6 показывают их качественные совпадения. Из теоретических графиков следует, что реактивные усилия при различных остаточных удлинениях с точностью до 12% лежат на диаграмме растяжения пружины в аустенитном состоянии.

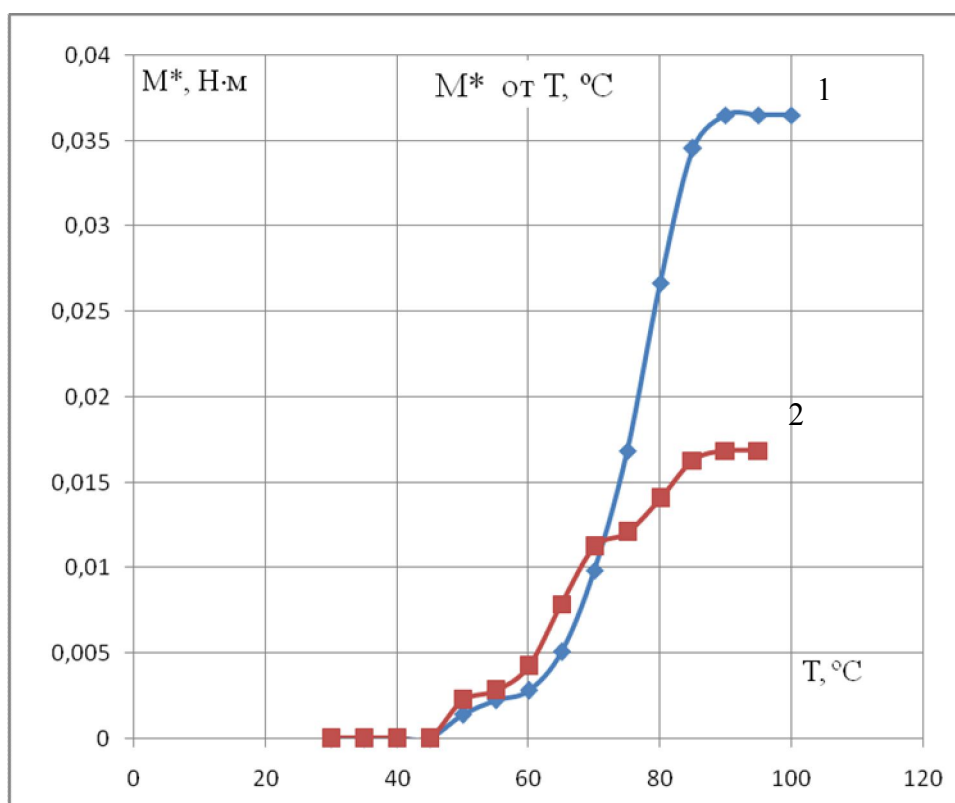


Рис. 3.30. Кривые зависимости реактивного крутящего момента от температуры при фиксированном угле поворота. Линия 1 при $\theta_{ост}$ равным 210, линия 2 при $\theta_{ост}$ равным 65 градусам

На рис. 3.31 приведен график сравнения экспериментальных и теоретических результатов расчетов максимальных реактивных усилий от остаточных удлинений, видно что, максимальное расхождение не более 12%.

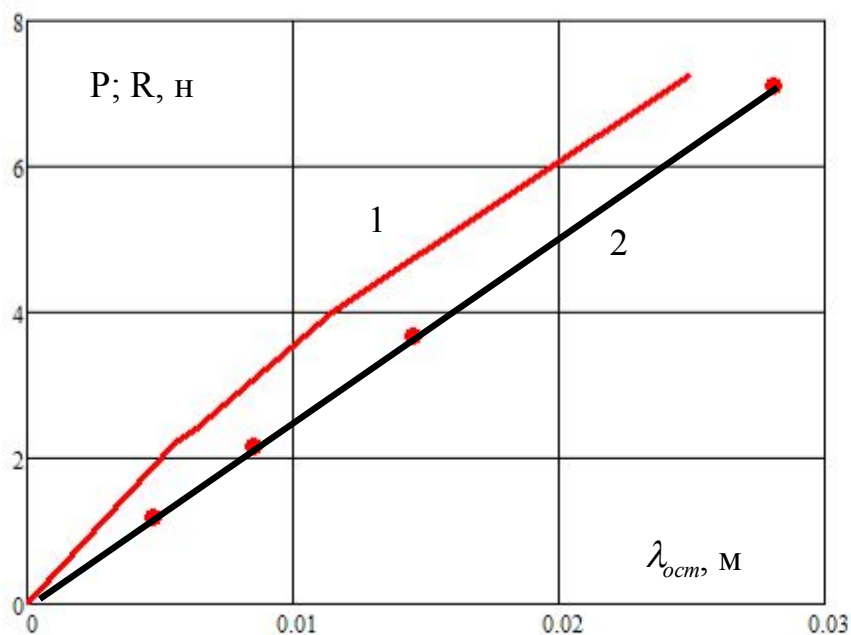


Рис. 3.31 Зависимость максимального реактивного усилия от остаточных удлинений: 1- теоретическая, 2- экспериментальная.

Выводы к главе 3

- 3.1.** Получена методика расчета реактивных усилий пружин растяжения в условиях воспрепятствования процесса свободного формовосстановления при термосиловом воздействии.
- 3.2.** Для рассматриваемых пружин кручения получена методика расчета реактивных моментов в условиях воспрепятствования процесса свободного формовосстановления при термосиловом воздействии.
- 3.3.** Приводятся способы и методика экспериментальных исследований реактивных усилий (моментов).
- 3.4.** Экспериментально исследовано реактивное усилие (моменты) цилиндрических витых пружин растяжения и кручения из сплава никелида титана в условиях воспрепятствования процесса свободного формовосстановления при термосиловом воздействии. Приведены фотографии образцов пружин и рабочих установок, а так же сопоставлены экспериментальные данные с теоретическими результатами расчета.

ВЫВОДЫ

1. Для пружин растяжения – сжатия и кручения, изготовленных из материала с эффектом памяти форм:
 - a) определены предельные нагрузки, после которых начинают появляться неупругие деформации;
 - b) получены расчетные формулы для расчета пружин с учетом неупругих деформаций;
 - c) предложена методика расчета остаточных параметров при пассивном нагружении (разгрузка);
 - d) получены формулы для расчета реактивных усилий пружин растяжения в условиях воспрепятствования процесса свободного формовосстановления при термосиловом воздействии;
 - e) получены формулы для расчета реактивных моментов пружин кручения в условиях воспрепятствования процесса свободного формовосстановления при термосиловом воздействии.
2. Составлены программы и подсчитаны на MathCADe, а так же на Excel: предельные нагрузки, упруго-неупругое деформирование, пассивное нагружение, остаточные параметры, реактивные усилия пружин в условиях воспрепятствования процессу свободного формовосстановления при термосиловом воздействии.
3. Экспериментально исследованы реактивные усилия (моменты) цилиндрических витых пружин растяжения и кручения, изготовленных из сплава никелида титана в условиях воспрепятствования процессу свободного формовосстановления при термосиловом воздействии.
4. Сопоставлены экспериментальные данные с теоретическими результатами расчета.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. **Абдрахманов С.А.** О закономерностях поведения материалов с памятью формы при термосиловом воздействии [текст] / Абдрахманов С.А.– Б.: Илим, 1992. С. 50.
2. **Абдрахманов С.А.** Деформация материалов с памятью формы при термосиловом воздействии [текст]/ Абдрахманов С.А. Б: Илим, 1991. 115 с.
3. **Абдрахманов С.А.** О теории деформации материалов, обладающих эффектом памяти формы [текст] / Абдрахманов С.А. – Б.: Изв. АН Кирг. ССР, 1989, №1. – с. 22-27.
4. **Абдрахманов С.А.** Экспериментальное исследование реактивных усилий при изгибе балки с эффектом запоминания формы[текст] / Абдрахманов С.А. – Б.: Изв. АН Кирг. ССР, 1989, №3. с. 14-16.
5. **Абдрахманов С.А.,** Исследование формы упругого изгиба и максимальных нагрузок [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р. Материалы научно-практической конференции «Проблемы образования и науки», Нарын, НГУ, 11-12 мая 2001. – с.3-8.
6. **Абдрахманов С.А.,** О предельной нагрузке при изгибе полой балки[текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р. - Алматы: Вестник Каз. АТК им. М. Тынышпаева, №3 (22), 2003. с. 19 – 23.
7. **Абдрахманов С.А.,** О предельном значении распределенной нагрузки при изгибе [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р. - Б: Илим, Известия НАН КР, № 2-3, 2003. – с.69-73.
8. **Абдрахманов С.А.,** Основные принципы инженерного расчета многофункциональных материалов [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Доталиева Ж.Ж. – Б: Наука и новые технологии, Материалы I съезда инженеров КР (22-23 ноября 2001), №1, 2002.– с.103– 107.
9. **Абдрахманов С.А.** Неупругий изгиб гибкой балки с учетом линейного упрочнения и ее остаточные деформации при разгрузке[текст] /Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Доталиева Ж.Ж. Образование через науку. Материалы международного научно-технического симпозиума, посвященной 50 – летию КТУ им. И. Раззакова. Том 1. Бишкек, 2004. – с.162– 165.

10. **Абдрахманов С.А.** О работе цилиндрической пружины обладающего эффектом памятью форм [текст] / Абдрахманов С.А., Кожошов Т.Т., Материалы международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения», том. I. Алматы, 2009 г., – с. 143 –146.
11. **Абдрахманов С.А.** Определяющие уравнения изогнутой оси гибкой балки при неупругом изгибе [текст] / Абдрахманов С.А., Доталиева Ж.Ж. Сборник трудов международной научной конференции: Традиции и новации в культуре университетского образования. Бишкек, КТУ им. И Раззакова, ч.2, 1998г. – с. 3-7.
12. **Абдрахманов С.А.** О неупругой линии гибкой балки при изгибе [текст] / Абдрахманов С.А., Доталиева Ж.Ж. Материалы международной научно-теоретической конференции посвященной 5-летию образования КРСУ: Проблемы и перспективы интеграции образования. Бишкек, 1998г. С.157-161.
13. **Абдрахманов С.А.** Неупругий изгиб гибкой балки из материала с памятью формы [текст] / Абдрахманов С.А., Доталиева Ж.Ж. Труды Международного симпозиума, посв. "100-летию со дня рождения К.И. Сатпаева и его роль в развитии науки образования и индустрии Казахстана", Алматы, 1999. С. 256-271.
14. **Абдрахманов С.А.** О задаче определения реактивных усилий в материалах с памятью формы (часть II) [текст] / Абдрахманов С.А., Доталиева Ж.Ж. Журнал "Наука и новые технологии" №4, 2000, Бишкек: Материалы I-го съезда ученых КР. – с. 48-52.
15. **Абдрахманов С.А.** Экспериментальное исследование реактивных усилий гибких балок из материалов с памятью формы [текст] / Абдрахманов С.А., Доталиева Ж.Ж., Ибрагимов Р.Ш. Журнал "Механика композиционных материалов и конструкций", Издание ИПРИМ РАН, Москва Том 8, №1 2002. С. 145-151.
16. **Абдрахманов С.А.**, Изгиб и кручение брусьев из материалов с памятью формы [текст] / Абдрахманов С.А., Дюшекеев К.Д. – Б.: Илим, 1992. - 52с.
17. **Абдрахманов С.А.** Об экспериментальной проверке гипотезы «веера» при изгибе [текст] / Абдрахманов С.А., Жумаканов Б.А. Материалы международной научной конференции, посвященной 45-летию организации ФПИ-КТУ им. И. Раззакова: «Технологии и перспективы современного инженерного образования, науки и производства», Бишкек, 1999г. с. 140-143.

18. **Абдрахманов С.А.** Аналитическое исследование характеристик цилиндрических пружин с памятью формы [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Кожошов Т.Т.– М: МКМК. Январь-март 2010 том 16, №1, Стр. 64-72.
19. **Абдрахманов С.А.** О влиянии ползучести на эффект памяти формы TiNi сплава [текст] / Абдрахманов С.А., Дюшекеев К. Д., Ибрагимов Р. Ш. Прогнозирование механического поведения материалов. Е. 2. Новгород, 1991. С. 112-114.
20. **Абдрахманов С.А.** Расчет реактивного усилия кольца из материалов с памятью формы с учетом упрочнения [текст] / Абдрахманов С.А., Дюшекеев К. Д., Новикова Новгород, 1994, С.140-143.
21. **Абдрахманов С.А.** О предельной нагрузке для цилиндрической пружины растяжения, обладающей эффектом памяти формы [текст] / Абдрахманов С.А., Осмонканов А. М., Кожошов Т.Т. -Б: 2010 Наука и новые технологии, №1, стр. 12-15.
22. **Абдрахманов С.А.** О нетрадиционной деформации материалов с эффектом памяти формы [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Кожошов Т.Т., Доталиева Ж.Ж. Вестник инженерной академии им Эйнштейна Б:2009, №1 (9), стр. 8-12.
23. **Абдрахманов С.А.**, Определение предельной нагрузки для цилиндрической пружины растяжения, обладающей эффектом памяти формы [текст] / Абдрахманов С.А. 52-научно-тех. Конф. молодых ученых, асп. и ст. Бишкек КГТУ, 2010. Стр. 6-10.
24. **Абдрахманов С.А.**, Аналитическое исследование напряженно-деформированного состояния пружин кручения из материала с памятью формы [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Кожошов Т.Т. « Прикладная мат. и мех.: проблемы и перспективы» Б: 2010 .С. 257-263.
25. **Абдрахманов С.А.** Экспериментальное определение реактивных усилий в цилиндрических пружинных в процессе их формовосстановления [текст] / Абдрахманов С.А., Доталиева Ж.Ж., Кожошов Т.Т. « Прикладная мат. и мех.: проблемы и перспективы» Б: 2010. С.161-166.
26. **Абдрахманов С.А.** Деформация цилиндрической пружины из материала с памятью формы за пределом упругости [текст] / Абдрахманов С.А., Кожошов Т.Т. Труды” Международной конференции по распространению упругих и

- упругопластических волн, посвященная 100-летию со дня рождения академика, Героя социалистического труда Халила Ахмедовича Рахматуллина”. - Бишкек 2009г. с. 241-244.
27. **Абдрахманов С.А.** О неупругом поведении пружин растяжения [текст] / Абдрахманов С.А., Кожошов Т.Т. “Инновации в образовании, науке и в технике” Б: 2006 стр. 243-246.
28. **Абдрахманов С.А.** Особенности деформирования материалов, обладающих эффектом памяти формы и возможности их использования [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Кожошов Т.Т. Известия КГТУ, -Б: 2009, №19, стр.75-81.
29. **Абдрахманов С.А.** О реактивном усилии пружины растяжения с эффектом памяти формы [текст] / Абдрахманов С.А., Джаналиев Н.Р., Кожошов Т.Т.-Б: Известия КГТУ, 2009, №19, стр. 275-279.
30. **Андронов И.Н.** Исследование обратимой памяти формы в сплавах Cu-Mn [текст] / Абдрахманов С.А., Кузьмин С.Л., Лихачев В. А. Металлофизика. 1984. Т.6, №3. С. 44-47.
31. **Беляев В.М.** Таблицы эллиптических интегралов /Беляев В.М.и др. - М.: ГИФМЛ, 1963. – 877 с.
32. **Бронштейн И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов [текст] / Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. М: ГИФМЛ, 1962. – 608 с.
33. **Войтенко Ю.В.** Мартенситный преобразователь солнечной радиации в механическую работу для объектов космического назначения [текст] /Войтенко Ю.В., Лихачев В.А. /Материалы XXVII Межреспубликанского семинара «Актуальные проблемы прочности». Ухта, 1992. – с. 178 – 182.
34. **Вольмир А.С.** Устойчивость деформируемых систем [текст] / Вольмир А.С. –М.: Наука, 1967. – 984 с.
35. **Геккелер И.В.** Статика упругого тела [текст] / Геккелер И.В. пер с нем. под ред. Лурье А.И. / . - М.-Л.: ОНТИ, 1934. – 287 с.
36. **Грин А.,** Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды [текст] / Адкинс Дж. пер с англ. Ю.В. Немировского. – М.: Мир, 1965. –455 с.
37. **Двайт Г.Б.** Таблицы интегралов и другие математические формулы [текст] / Двайт Г.Б.. – М.: Наука, 1977. – 224 с.

38. **Добролюбов А.И.** Механизмы на гибких и упругих элементах [текст] / Двайт Г.Б. Минск, 1984. 254с.
39. **Доталиева Ж.Ж.** Механика эффекта свободного формовосстановления при растяжении и изгибе [текст] /Журнал "Наука и новые технологии" №4, 2004, Бишкек. – с. 42-46.
40. **Доталиева Ж.Ж.** Об остаточной линии гибких балок при изгибе [текст] / Журнал "Известия ВУЗов" №7, 2004, Бишкек. – с. 31-34.
41. **Зубчанинов В.Г.** Основы теории упругости и пластичности [текст] / Зубчанинов В.Г. - М.: Высшая школа, 1990. – 368с.
42. **Илюхин А.А.** Обобщение условия Е.Л.Николаи в теории тонких стержней [текст] / Илюхин А.А.В кн.: Механика твердого тела. – Киев, 1970, вып.2. – с. 99-104.
43. **Илюхин А.А.** О форме упругой линии тонкого стержня для решения с двумя линейными инвариантными соотношениями. – /В кн.: Механика твердого тела [текст] / Илюхин А.А. – Киев, 1971, вып.3. – с. 150-157.
44. **Ильюшин А.А.** Нормальные и касательные напряжения при чистом изгибе балок за пределом упругости и аналогия с задачей об изгибе плит [текст] / Ильюшин А.А. «Инженерный сборник», т.ХІХ, 1954. 350 с.
45. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям [текст] / Камке Э. – М.: Наука, 1976. –576 с.
46. **Киселев В.А.** Уравнение упругой линии продольно-поперечного изгиба [текст] / Киселев В.А. – М.: Гостехиздат, 1939. – 260 с.
47. **Кирхгоф Г.** Механика. Лекции по математической физике. / Кирхгоф Г. Пер с нем. изд. – М.: Изд. АН СССР, 1962. – 402 с.
48. **Классен – Неклюдова М.В.** Механическое двойникование кристаллов [текст] / Классен – Неклюдова М.В. - М.:, 1960. – 261 с.
49. **Кожошов Т.Т.** Деформирование цилиндрических пружин кручения, изготовленных из материала обладающего памятью формы за пределом упругости [текст] / Кожошов Т.Т. Интернет-журнал ВАК Кыргызской Республики. 06. 12. 2011 г. 240 с.

50. **Кожошов Т.Т.** Характеристики цилиндрических пружин кручения, изготовленных из материала, обладающего памятью формы [текст] / Кожошов Т.Т. –Б.: Известия вузов, 2010, №1, стр.7-13.
51. **Кожошов Т.Т.** О генерации реактивных моментов цилиндрических пружин кручения с эффектом памяти формы [текст] / Кожошов Т.Т. –Б: Республиканский научно-теоретический журнал «Наука и новые технологии» №5, 2011г., стр. 17-20.
52. **Королев М.Н.** Эффект памяти формы в композициях медь-алюминий-цинк [текст] / Королев М.Н. Кондратьев С.Ю. и др. Сверхупругость, эффект памяти формы и их применение в новой технике. Томск, 1985. 340 С.
53. **Кожошов Т.Т** Напряженно-деформированное состояние пружины кручения при разгрузке изготовленного из материала с ЭПФ [текст] / Кожошов Т.Т.-Б: Известия вузов, 2011, №6,стр. 3-6
54. **Корн Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров [текст] / Корн Г., Корн Т. – М.: Наука, 1973. – 231 с.
55. **Лазарян В.А.** Техническая теория изгиба [текст] / Лазарян В.А. – Киев: Наукова думка, 1976. – 207 с.
56. **Ландау Л.Д.** Механика сплошных сред [текст] / Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика и теория упругости. – М.-Л.: Гостехиздат,1944. – 624 с.
57. **Лихачев В.А.,** Материалы с эффектом памяти формы [текст] / Лихачев В.А., Справочное издание. Санкт-Петербург, 1997, Т-1, 273 С.
58. **Лихачев В.А.** Материалы с эффектом памяти формы [текст] / Лихачев В.А., Справочное издание. Санкт-Петербург, 1997, Т-2, 259 С.
59. **Лихачев В.А.,** Материалы с эффектом памяти формы [текст] / Лихачев В.А., Справочное издание. Санкт-Петербург, 1997, Т-3, 290 С.
60. **Лихачев В.А.,** Материалы с эффектом памяти формы[текст]/ Лихачев В.А., Справочное издание. Санкт-Петербург, 1997, Т-4, 268 С.
61. **Лихачев В.А.** Материалы с эффектом памяти формы. Справочное издание. Санкт-Петербург, 1997, Т-1, С. 28.
62. **Лихачев В.А.** Природа эффекта памяти формы [текст] / Лихачев В.А. Сверхупругость ЭПФ и их применение в технике. Томск, 1985. С. 3-4.

63. **Лихачев В.А.** Структурно – аналитическая теория прочности в многоуровневой постановке [текст] / Лихачев В.А., Малинин В.Г. Известия ВУЗов, №2, 1990. – с. 121–139.
64. **Лихачев В.А.** Эффекты пластичности превращения и памяти формы при термоциклировании в полном интервале мартенситных реакций [текст] / Лихачев В.А., Малинин В.Г, и др. функционально-механические свойства материалов и их компьютерное моделирование. Псков, 1993. стр. 256-583.
65. **Лурье А.И.** Теория упругости [текст] / Лурье А.И., Кац А.М. – Л.: Изд. Ленингр. политехн. института, 1938. 268 с.
66. **Лурье А.И.** Теория упругости [текст] / Лурье А.И. М: Наука 1970. 939 с.
67. **Лурье С.А.** Напряженное состояние в составной системе, содержащей активный элемент из сплава с памятью формы, при прямом фазовом превращении [текст] / Лурье С.А., Полухина Н.О. Журнал "Механика композиционных материалов и конструкций", Издание ИПРИМ РАН, Москва Том 4, №2 1998.
68. **Ляв А.** Математическая теория упругости [текст] / Ляв А. –М.-Л.: ОНТИ, 1935. –676 с.
69. **Макушин В.М.** Колебания, устойчивость и равновесие упругих стержней [текст] / Макушин В.М., Малинин Н.Н. – Труды МВТУ им. Баумана, 1947. – с. 132-146.
70. **Малинин Н.Н.** Прикладная теория пластичности и ползучести [текст] / Малинин Н.Н.- М.: Машиностроение, 1968. – 395 с.
71. Материалы I-ой Всесоюзной конференции «Эффект памяти формы и сверхпластичности и их применение в медицине» [текст] /Тезисы докладов, Томск, 1989. – 285 с.
72. **Мотлахова Л.А.** Влияние состава сплавов на основе никелидатитанана ЭПФ, ОЭФП и физико-механические свойства [текст] / Мотлахова Л.А., Федотов С.Г. технология легких сплавов. 1990. № 4. С. 24-28.
73. **Мовчан А.А.** Исследование эффектов связности в задачах изгиба балок из сплава с памятью формы [текст] / Мовчан А.А. Изв. РАН, МТТ, 1998. – №1. – с.79 - 90.
74. **Мовчан А.А.** Аналитическое решение задач о прямом и обратном превращении для сплавов с памятью формы [текст] / Мовчан А.А. Изв. АН Механика ТВ. Тела. 1996 №4. С. 136-144.

75. **Николаи Е.Л.** Труды по механике [текст] / Николаи Е.Л. – М.: Гостехиздат. 1955. – 584 с.
76. **Пономарев С.Д.**, Расчеты на прочность в машиностроении [текст] / С.Д. Пономарева, Бидерман В.Л., Лихарев К.К.: В 3-х т. / [расчет витых пружин].– М.: Машгиз, 1956. – Т.1.. – 884с.
77. **Пономарев С.Д.** Расчет упругих элементов машин и приборов [текст] / Пономарев С.Д., Андреева Л.Е. – М.: Машиностроение, 1980.- 326 с.
78. **Попов Е.П.** Теория и расчет гибких упругих стержней [текст] / Попов Е.П. – М.: Наука, 1986. – с. 295.
79. **Попов Е.П.** Нелинейные задачи статики тонких стержней [текст] / Попов Е.П. - Л.-М.: Гостехиздат, 1948. -170 с.
80. **Попов Е.П.** Расчет больших перемещений при продольно-поперечном изгибе [текст] / Попов Е.П. – Труды Моск. механико-машиностроительного института им. Баумана, 1938, вып. 41-42/2. - с.60-80.
81. **Павлов И.И.** Критерии оценки работоспособности материалов с эффектом памяти формы [текст] /Постоев В.С. Калачев И.Б. и др. Изв.АН СССР. Металлы. 1979. №2 С. 125-129.
82. **Работнов Ю.Н.**, Механика деформируемого твёрдого тела[текст]/ Работнов Ю.Н - М. Наука, 1988.- 546 с.
83. **Разов А. И.** Механика материалов с мартенситными превращениями. Дисс. кан. физ. – мат. наук. Л. 1984. 119 с.
84. **Риз П.М.** Большие деформации в упругой области и за ее пределами [текст]/ Риз П.М. - М.: Изд. «Бюро новой техники», 1948. - 24 с.
85. **Самуль В.И.** Основы теории упругости и пластичности [текст] / Самуль В.И. М.: Высшая школа, 1982. – 264с.
86. **Остапенко А.В.** Анализ термодинамических процессов в твердом рабочем теле мартенситных двигателей [текст] / Остапенко А.В. материалы с эффектом формы и их применение. Новгород-Л. 1989. С. 207-209.
87. **Ооцука К.** Сплавы с эффектом памяти формы [текст] / К. Ооцука, К. Симидзу, Ю. Судзуки и др. под редакцией Фунабуко Х. Пер. с японского под ред. А.М. Глезера. М.: Металлургия, 1990. – 225 с.
88. Справочник машиностроителя. – М.: Машиностроение, 1962, т.3.–с.5-30.

89. **Тимошенко С.П.** Механика материалов [текст] / Тимошенко С.П., Гере Дж. Пер. с англ. Корнейчука Л.Г. - М.: Мир, 1976. – 667 с.
90. **Тихомиров Е.Н.** Изгиб бруса [текст] / Тихомиров Е.Н. – М.: Машиностроение, 1962. – 70 с.
91. **Хачин В.Н.** Память формы [текст]/ Хачин В.Н. М.: Знание, 1984. – 261 с.
92. **Чернышев Н.А.** Напряженное состояние и деформация цилиндрических пружин, свитых из круглого прутка [текст] / Чернышев Н.А. –в кН.: Динамик и прочность машин. М.: АН СССР, Машиностроение, 1986. с. 7-78.
93. **Черных К.Ф.** Теория больших упругих деформаций / Черных К.Ф., Литвиненкова З.Н. Л., 1988. 290 С.
94. **Шкутин Л.И.** Механика деформаций гибких тел [текст] / Шкутин Л.И. – Новосибирск, 1988. – 126 с.
95. **Шиманский С.Р.** Влияние температурного и временного факторов на рочность соединений из сплава на основе TiNi[текст] / Шиманский С.Р.,Разов А.И. и др. Томск. 1985. С.221.
96. **Эйлер Л.И.** Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума [текст] / Эйлер Л.И. М.: Гостехиздат, 1934. – 27 с.
97. **Юдин Б.Н.** Использование эффекта термомеханического возврата в никелиде титана для силовой вытяжки шпилек главного разъема реакторов типа ВВЭР АЭС [текст] / Юдин Б.Н., Шпицер В.Я., Шевченко А.И. и др. Воронеж, 1982. – с. 112-113.
98. **Delaey L.** Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformations [текст] / Delaey L., Krishnan R.V., Tas H., Warlimont H. – J. Mater. Sci., 1974, N 9. - p. 1521 – 1555.
99. **Dieter Stolckel.** Fabrication and properties of nickel – titanium shape – memory alloy wires. [текст] /Wire journal international. Toronto, April 1989. p. 30 – 40.
100. **Green A.E.** A general theory of rods [текст] / Green A.E., Laws N.A. - Proc. R. Soc. Lond. A-293. – 1966. - №1433. – P.145-155.
101. **Johnson W.**Plasticity for Mechanical engineers[текст] / Johnson W., Mellor P.B., D. Wan Nostrand Company L.T.D., 1962. – p. 308.
102. **Sokolnikoff I.S.** Mathematical theory of Elasticity [текст] / Sokolnikoff I.S. McGraw - Hill, New York, 1956.– p. 372.

103. **Westergaard H.M.** Theory of Elasticity and Plasticity [текст] / Westergaard H.M. Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1952.– p. 479.
104. **Wollants P.** Thermodynamic analysis of the work performance of a martensitic transformation under stressed conditions [текст] / Wollants P., Bonte M., Delaey L., Roos J. R. Part 2: Numerical analysis. – Z. Metallkunde.1979, Bd 70, H. 5. – p. 298 – 304.