

## ТАБИГЫЙ-МАТЕМАТИКАЛЫК ИЛИМДЕР

Арзиев М., Орозмаматова Э., Абдыкалыкова Т.

### Кыймылдуу бийиктикке жип (аркан) менен көтөрүлүүчү жүктүн термелүүсүнүн дифференциалдык теңдемеси.

Техникада жүктү аркан менен кыймылдуу объектге көтөрүү (тартуу) көп кездешет [2, 4]. Объектлерге аркан менен жүктү тартуу убагында жүктүн термелүүсү техникада ар түрдүү жолдор менен [1, 3] азайтылат, алардын бирөө жүктү кошумча жип (стабилдештирүүчү аркан) менен жүктөө учурунда кошумча тартып туруу. Жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркан менен жүктү кошумча тартып туруу негизги жүктү тартуучу арканга кошумча оордук түзөт, бирок жүктүн объектге көтөрүлүүсү аз термелүү менен же термелүүсүз аткарылат. Ошондуктан, бул статьяда стабилдештирүүчү аркандын жүктүн термелүүсүнө жана тартуучу аркандын ички тартылуу күчүнө тийгизген таасирин эсептөө үчүн теңдемелерди түзүүнүн ирети келтирилген.

Жүктү жеткирүү талап кылынган объекттин орду  $OXYZ$  координат системасында (1-сүрөт) берилген убакытта төмөнкү үч теңдеменин негизинде аныкталат.

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t) \quad (1)$$

$f_1(t)$ ,  $f_2(t)$ ,  $f_3(t)$  координат системасынын окторунун багыты боюнча объекттин кыймылынын убакыттан көз карандылыгынын закондору.

Жүктүн баштапкы ордуна объектге болгон кыймылынын жана термелүүсүнүн теңдемесин түзүү үчүн Лагранжанын экинчи түрдүгө дифференциалдык теңдемесин колдонуу талапка ылайык, себеби кыймылдын параметрлерин эсептөө үчүн бир учурда көптөгөн теңдемелер түзүлөт. Бул теңдемелерди түзүүдө (жазууда) төмөнкү божомолдоолор кабыл алынат:

- жүктү тартуучу жана жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркандар серпилгич оордугу жок жип катары кабыл алынышат,

- бийиктикке тартылуучу жүк материалдык чекит катары каралат.

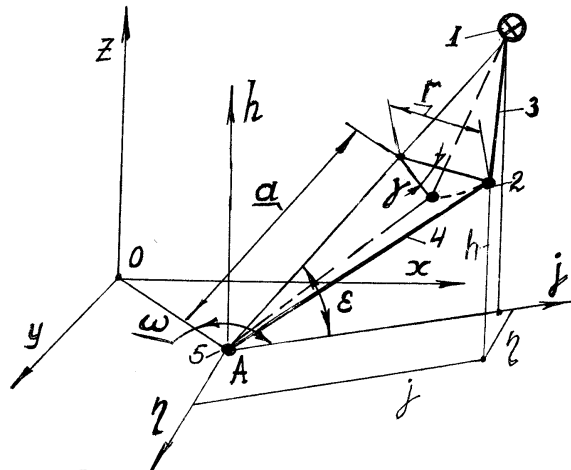
Жүктүн баштапкы орду болуп  $OXYZ$  координата системасындагы  $A$  чекити эсептелет, ошондуктан жүк көтөрүлө баштаганда жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркан  $A$  чекитине жайгашкан атайын түзүлүштөн созулуп чыгып жүктүн термелүүсүн азайтат (стабилдештирет).

Жүктүн термелүүсү  $A$  чекити менен объекти туташтырган түз сызыкка перпендикуляр тегиздикте болгондуктан  $l$  тартылып бараткан жүктүн мейкиндиктеги орду төмөнкү жалпыланган координатт же өлчөмдөр менен аныкталат:

– жүктүн баштапкы орду менен объектни туташтырган ( $AP$ ) түз сызык аркылуу өткөн вертикалдуу тегиздик менен жүктү тартуучу жана жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркандар аркылуу өткөн тегиздиктин ортосундагы бурч  $\gamma$

- жүктөн  $AP$  түз сызыгына чейинки эң кыска аралык  $\Gamma$ ,

- жүктүн оордук борбору аркылуу  $AP$  түз сызыгына перпендикуляр жүргүзүлгөн тегиздик менен  $AP$  түз сызыгынын кесилишкен чекитинен жүктүн баштапкы ордуна ( $A$  чекитке) чейинки аралык  $\alpha$ .



1- сүрөт. Объектге тартуучу жана жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркандар менен жүктү көтөрүүнүн схемасы.

1 – объект, 2- жүк, 3- тартуучу аркан, 4- жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркан, 5- жүктүн баштапкы орду.

Жалпыланган координаталар  $\gamma, r, a$  кыймылдуу  $Aj\eta h$  координат системасынын декарттык координаталары  $j, \eta, h$  менен төмөндөгүчө байланышкан.

$$\begin{aligned} j &= a \cos \varepsilon + r \cos \gamma \\ \eta &= r \sin \gamma \\ h &= a \sin \varepsilon - r \cos \varepsilon \cdot \cos \gamma \end{aligned} \quad (2)$$

$\varepsilon$  - АП түз сызыгы менен  $Aj\eta$  тегиздиктин ортосундагы бурч.

$Aj\eta h$  координата системасынын Ah огу А чекити аркылуу өтүп кыймылсыз OXYZ координат системасынын OZ огуна параллель багытталган. Aj огу АП түз сызыгынын кыймылсыз координат системасынын XOY тегиздигиндеги проекциясы болуп эсептелет жана объекттин мейкиндиктеги кыймылына жараша Aj огу Ah огунун айланасында  $\omega$  бурчтук ылдамдык,  $\dot{\omega}$  бурчтук ылдамдануу менен жарым айлануу кыймылына келет.  $A\eta$  огу А чекити аркылуу өтүп  $Aj\eta$  тегиздигине перпендикулярдуу багытталган жана Aj огу менен бирге Ah огунун айланасында  $\omega, \dot{\omega}$  параметрлери менен жарым айлануу кыймылына келет.

Лагранжанын дифференциалдык экинчи түрдөгү теңдемесинин формасында жазылган жүктүн кыймылынын теңдемеси жүктүн бийиктикке тартылуусунун (көтөрүлүүсүнүн) жалпыланган координаталары  $a, r, \gamma$  үчүн төмөнкүчө жазылат:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E}{\partial \dot{a}} - \frac{\partial E}{\partial a} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial a} \\ \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial E}{\partial r} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial r} \\ \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial E}{\partial \dot{\gamma}} - \frac{\partial E}{\partial \gamma} &= - \frac{\partial \Pi}{\partial \gamma} \end{aligned} \quad (3)$$

E – жүктүн толук кинетикалык энергиясы,  
 П – жүктүн жана аркандардын толук потенциалдык энергиясы.

Жүктүн толук кинетикалык энергиясы төмөнкү формула боюнча аныкталат:

$$E = mV_a^2$$

m - жүктүн массасы,  
 Va - жүктүн абсолюттук кыймылынын ылдамдыгы.

Жүктүн абсолюттук кыймылы жүктүн кыймылдуу  $Aj\eta h$  координат системадагы салыштырмалуу жана кыймылдуу координат  $Aj\eta h$  системасынын кыймылдарынан турат, ошондуктан жүктүн абсолюттук кыймылынын ылдамдыгы  $Aj\eta h$  координат системасынын (ташуучу) жана бул системага салыштырмалуу жүктүн кыймылдарынын ылдамдыктарынын вектордук суммасына барабар.

$$V_a = V_r + V_e$$

Ve – негизги кыймылдын ылдамдыгы,  
 Vr - салыштырмалуу кыймылдын ылдамдыгы.

Абсолюттук кыймылдын ылдамдыгынын чоңдугу ташуучу жана салыштырмалуу кыймылдардын ылдамдыктарынын  $Aj\eta h$  координат системасынын окторундагы проекцияларынын суммасына барабар.

$$V_a^2 = [(V_e)_j + (V_r)_j]^2 + [(V_e)_\eta + (V_r)_\eta]^2 + [(V_e)_h + (V_r)_h]^2 \quad (4)$$

Салыштырмалуу кыймылдын ылдамдыгынын проекциялары жүктүн кыймылынын координат окторундагы проекцияларын убакыт боюнча дифференциалдоо аркылуу аныкталат:

$$\begin{aligned} (V_r)_j &= \frac{d}{dt} (a \cos \varepsilon + r \cos \gamma) \\ (V_r)_\eta &= \frac{d}{dt} (r \sin \gamma) \\ (V_r)_h &= \frac{d}{dt} (a \sin \varepsilon - r \cos \varepsilon \cos \gamma) \end{aligned} \quad (5)$$

Ташуучу кыймылдын ылдамдыгынын координат окторундагы проекциялары 1- сүрөтө көрүнүп тургандай төмөнкү теңдемелер менен аныкталат.

$$\begin{aligned} (V_e)_j &= -\dot{\omega} r \sin \gamma \\ (V_e)_\eta &= \dot{\omega} (a \cos \varepsilon + r \sin \varepsilon \cos \gamma) \\ (V_e)_h &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Салыштырмалуу жана ташуучу кыймылдардын ылдамдыктарынын чоңдуктарын (4) теңдемеге ордуна коюу менен жүктүн абсолюттук ылдамдыгынын чоңдугун аныктоочу теңдеме аныкталат. Абсолюттук ылдамдык  $a, r, \gamma, \varepsilon, \omega$  параметрлерине жана бул

параметрлердин убакыт ичиндеги өзгөрүүлөрүнө көз каранды болгондуктан, абсолюттук ылдамдыктын чоңдугун кыскача төмөнкү формада жазууга болот.

$$V_0 = \Phi[W_1(t), W_2(t)]$$

$W_1$  – объектнин кыймылына көз каранды болгон кыймылдуу координат системасынын кыймылынын параметрлерин камтыган функция,

$W_2$  – жүктүн салыштырма кыймылынын параметрлерин камтыган функция.

Жүктү объектиге көтөрүүдөгү толук потенциалдык энергия аркандардын серпилгичтик созулуусунун жана жүктүн потенциалдык энергияларынан турат.

Аркандардын серпилгичтик созулуусунун потенциалдык энергиясы (1, 2) төмөнкү формуладан эсептелет.

$$P_A = \frac{1}{2} C_T \lambda_T^2 + \frac{1}{2} C_C \lambda_C^2$$

$C_T, C_C$  - аркандардын серпилгичтик коэффициенттери,

$\lambda_T, \lambda_C$  - аркандардын серпилгичтик созулуусу (узаруусу).

Аркандардын серпилгичтик коэффициенттери аркандардын кесилишинин аянтына жана узундугуна көзкаранды.

$$C_T = \frac{S_T}{l_{T,0}} \cdot E_T, \quad C_C = \frac{S_C}{l_{C,0}} \cdot E_C.$$

$E_T, E_C$  – аркандардын серпилгичтик модулдары,  
 $S_T, S_C$  – аркандардын кесилиштеринин аянттары,  
 $l_{T,0}, l_{C,0}$  - аркандардын созулуусуз узундуктары.

Аркандын серпилгичтик созулууларын жалпыланган координатал аркылуу туюнтуу үчүн, жалпыланган координаталардын  $a, r, \gamma$  сандык маанилери аркандар серпилгичтүү созулганга чейин 0 индекси менен созулуудан кийинки индекси жок белгилен. 2-сүрөттөн көрүнүп тургандай аркандардын серпилгичтүү  $\lambda_T, \lambda_C$  созулуулары, жалпыланган координаталардын аркандардын серпилгичтүү  $a, r$  созулууларынан кийинки маанилеринен баштапкы маанилеринин  $a_0, r_0$  кемиткендеги айырмалардын аркандын баштапкы узундуктарына болгон проекцияларынын суммасына барабар болот.

$$\begin{aligned} \lambda_T &= (r-r_0) \sin \alpha_{T,0} - (a-a_0) \cos \alpha_{T,0} \\ \lambda_C &= (r-r_0) \sin \alpha_{C,0} - (a-a_0) \cos \alpha_{C,0} \end{aligned} \quad (7)$$

$\alpha_{r,0}$  - серпилгичтүү созулганга чейин АП түз сызыгы менен тартуучу аркандын ортосундагы бурч,

$\alpha_{c,0}$  – серпилгичтүү созулганга чейин АП түз сызыгы менен стабилдештирүүчү аркандын ортосундагы бурч.

$\alpha_{r,0}, \alpha_{c,0}$  бурчтар жүктүн мейкиндиктеги ордун аныктоочу жалпыланган координаталар менен (2- сүрөт) төмөндөгүчө байланышкан.

$$\begin{aligned} \sin \alpha_{T.O} &= \frac{r_0}{l_{T.O}}, \quad \cos \alpha_{T.O} = \frac{L_{AP} - a_0}{l_{T.O}}. \\ \sin \alpha_{c.O} &= \frac{r_0}{l_{c.O}}, \quad \cos \alpha_{c.O} = \frac{r_0}{l_{c.O}}. \end{aligned} \quad (8)$$

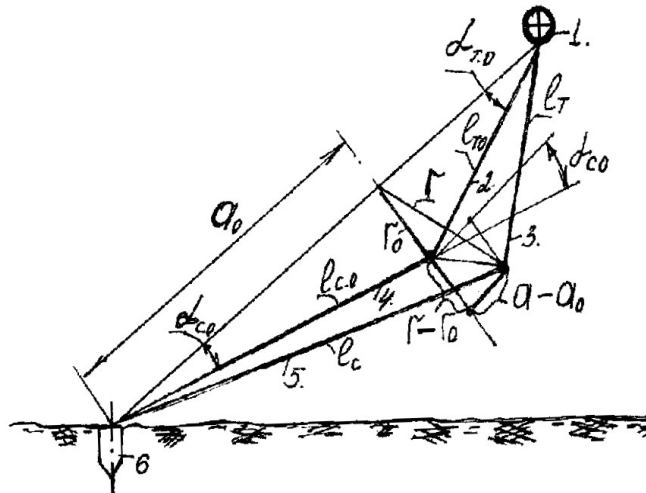
$L_{AP}$  - жүктүн баштапкы ордуна объектке чейинки аралыктын узундугу.

Тартуучу жана стабилдештирүүчү аркандардагы ички тартылуу күчтөрү [1] аркандардагы потенциалдык энергияларынын же серпилгичтик созулуунун негизинде аныкталат.

$$\begin{aligned} T_T &= \frac{\partial \Pi_T}{\partial \lambda_T} & \text{м.е.} & T_T = C_T \cdot \lambda_T. \\ T_c &= \frac{\partial \Pi_c}{\partial \lambda_c} & \text{м.е.} & T_c = C_c \cdot \lambda_c. \end{aligned}$$

Аркандардын серпилгичтик созулуусунун толук потенциалдык энергиясын аныктоочу теңдеме, (7,8) формулалардын негизинде келтирилет.

$$\Pi_a = T_T \left[ (r-r_0) \frac{r_0}{l_{T.O}} - (a-a_0) \frac{L_{AP}-a_0}{l_{T.O}} \right] + T_c \left[ (r-r_0) \frac{r_0}{l_{c.O}} - (a-a_0) \frac{a_0}{l_{c.O}} \right] \quad (9)$$



2- сүрөт. Аркандардын серпилгичтик созулууларынын схемасы.

1- объект, 2- жүк, 3- тартуучу аркан, 4- жүктүн термелүүсүн стабилдештирүүчү аркан, 5- жүктүн баштапкы орду.

Бийиктикке көтөрүлгөн жүк ээ болгон потенциалды энергия төмөнкү формула оюнча эсептелет.

$$P_{\text{ж}} = mg(\alpha \cdot \sin \varepsilon - r \cdot \cos \varepsilon \cdot \cos \gamma)$$

Жүк жана аркандар системасынын толук потенциалдык энергиясы жүктүн жана аркандардын серпилгичтик созулуусунун потенциалдык энергияларынын суммасына барабар.

$$P = P_{\alpha} + P_{\text{ж}}.$$

Объектге тартылып бараткан жүктүн толук кинетикалык жана жүк менен аркандардын системасынын толук потенциалдык энергияларынын теңдемелеринен жүктүн ордун аныктоочу жалпыланган координаталар боюнча туундуларды эсептеп, аларды Лагранжанын экинчи түрдөгү дифференциалдуу теңдемесине коюу менен аркандардын ички тартылуу күчтөрүн жүктүн кыймылынын параметрлери менен байланыштырылган үч теңдеме алынат.

$$\begin{aligned} \frac{d}{2dt} \cdot \frac{m \partial [\Phi^2(w_1(t), w_2(t))]}{2 \partial \dot{\alpha}} - \frac{m \partial [\Phi^2(w_1(t), w_2(t))]}{2 \partial \alpha} &= -mg \sin \varepsilon - K_3 T_r - K_4 T_c, \\ \frac{d}{2dt} \cdot \frac{m \partial [\Phi^2(w_1(t), w_2(t))]}{2 \partial \dot{r}} - \frac{m \partial [\Phi^2(w_1(t), w_2(t))]}{2 \partial r} &= -mg \sin \varepsilon - K_1 T_r - K_2 T_c, \\ \frac{d}{2dt} \cdot \frac{m \partial [\Phi^2(w_1(t), w_2(t))]}{2 \partial \dot{\gamma}} - \frac{m \partial [\Phi^2(w_1(t), w_2(t))]}{2 \partial \gamma} &= -mg \cdot r \cdot \cos \varepsilon \cdot \sin \gamma. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\left( K_1 = \frac{r_0}{l_{r.o}}, K_2 = \frac{r_0}{l_{c.o}}, K_3 = \frac{L_{An} - \alpha_0}{l_{r.o}}, K_4 = \frac{\alpha_0}{l_{c.o}} \right)$$

Бул теңдемелер жүктү тартуучу жана стабилдештирүүчү аркандардын жардамы менен кыймылдуу бийиктикте көтөрүүдөгү жүктүн кыймылынын жана АП түз сызыгына (1 – сүрөт) салыштырмалуу термелүүсүнүн дифференциалдык теңдемеси болуп эсептелет.

Бул теңдемелер талапка жараша аркандардын ички тартылуу күчтөрүн же жүктүн кыймылынын параметрлерин аныктоо үчүн колдонулушу мүмкүн.

### Адабияттар

1. Холодов А.И. Основы динамики землеройно-транспортных машин. М.: Машиностроение, 1968.
2. Арзиев М., Улянов А.Г. и др. Исследование кинематики процесса перегрузки грунтоноса к приемному устройству. Сборник статей. Буровые и грунтозаборные автоматы. Фрунзе: Илим, 1983.
3. Арзиев М. Исследование динамики подъема грунтоноса к приемному устройству. Сб. докл. Межресп. научн. конф. молодых ученых. Фрунзе: Илим, 1985.
4. Арзиев М., Айбашев М.Ж., Маматуллаев Т. Инерционное грунтозаборное устройство. Междунар. Научн. конф. "Современные технологии и управление качеством в образовании, науке, производстве, опыт адаптации и внедрения". Бишкек: КТУ им. Раззакова, 2001.

\*\*\*