УДК 681.5

СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ РОБАСТНЫХ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ДЖОЛДОШЕВ Б.О., ДЖУНУШАЛИЕВ У.Б.
izvestiya@ktu.aknet.kg

В данной работе рассмотрена проблема управления при возможных допустимых изменениях объекта управления и регулятора от заданного значения на основе принципа гарантируемой динамики [1, 4], предложена методика синтеза многомерных линейных систем управления.

Для современных задач управления характерны всевозрастающие сложность, связанные неопределенностью в описаниях объекта управления и внешней среды [2, 3].

Постановка задачи. Рассмотрим многомерный объект управления, динамика которого задается векторным уравнением:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \qquad x(t_o) = x^o, \quad t \in [t_o, t_k], \tag{1}$$

где $x(t)$ – n-мерный вектор состояния; $u(t)$ – m-мерный вектор управления;
t_o, t_k – начальный и конечный моменты процесса управления;
A, B – вещественные матрицы: $A = \{a_{ij}\}_{n\times n}$; $B = \{b_{i\ell}\}_{m\times n}$.

Матрица A объекта точно неизвестна. В действительности она известна с определенной погрешностью:

$$A = A^* + \Delta A,$$

где $A^* = \{a_{ij}\}_{n\times n}$ – матрица, составленная из номинальных (средних) значений параметров объекта; $\Delta A = \{\Delta a_{ij}\}_{nxn}$ – матрица, учитывающая неопределенность в идентификации параметров объекта.

Предполагается, что известны пределы изменения параметрических возмущений Δa_{ij}:

$$|\Delta a_{ij}| \le \Delta a_{ij}^{\ +}, \qquad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}.$$

Предположим, что объект (1) является полностью управляемым и наблюдаемым, а управление реализуется посредством линейной обратной связи:

$$u(t) = (K + \Delta K)x(t), \tag{2}$$

где $K = \{k_{\ell i}\}_{m\times n}$ – m×n – матрица, составленная из номинальных значений параметров регулятора; $\Delta K = \Delta\{k_{\ell i}\}_{m\times n}$ – m×n – матрица, определяющая отклонения («дрейф») параметров регулятора от их номинальных значений $k_{\ell i}$. Известно, что:

$$|\Delta k_{\ell i}| \le \Delta k_{\ell i}^{+}, \qquad \ell = \overline{1,m}, \qquad i = \overline{1,n}, \tag{3}$$

где $\Delta k_{\ell i}^{+}$ – заданные положительные числа.

Требуется синтезировать закон управления u(t), описываемый алгоритмом (2) и позволяющий при условиях (3) обеспечить заданные показатели качества переходных процессов в виде следующих ограничений:

$$|x_i(t)| \le б_i(t), \qquad i = \overline{1,n}, \qquad t \in [t_o, t_k], \tag{4}$$

где $б_i(t)$ – положительные непрерывно дифференцируемые функции, определяющие границы допустимой области для переменных $x_i(t)$.

Решение задачи. Решение сформулированной задачи синтеза будем осуществлять на основе принципа гарантируемой динамики [4]. Предварительно с учетом закона управления (2) запишем уравнение замкнутой САУ:

$$\overset{\bullet}{x}(t) = \overline{A}^* x(t) + \Delta\overline{A} \cdot x(t), \tag{5}$$

где $\overline{A}^* = A^* + BK^*$, $\Delta\overline{A} = \Delta A + B \cdot \Delta K$, $\overline{a}_{ij} = a^*_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{i\nu}k_{\nu j}$, $\Delta\overline{a}_{ij} = \Delta a_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{i\nu} \cdot \Delta k_{\nu j}$.

Уравнение (5) в координатной форме:

$$\overset{\bullet}{x}(t) = \sum_{j=1}^{n} \overline{a^*_{ij}} x_j(t) + \sum_{j=1}^{n} \Delta\overline{a}_{ij} x_j(t). \tag{6}$$

В соответствии с принципом гарантируемой динамики [3] условия допустимого качества управления (4) выполняются, если:

$$\int_{t_o}^{t} x_i(\tau)\,\dot{x}_i(\tau)\,d\tau \le \int_{t_o}^{t} б_i(\tau)\,\dot{б}_i(\tau)\,d\tau, \qquad i = \overline{1,n}, \qquad t \in [t_o, t_k]. \tag{7}$$

Для синтеза искомого регулятора на основе неравенств (7) получим соотношения, зависящие от параметров регулятора k_{ij} и требований на качество управления, задаваемых функциями $б_i(t)$. С этой целью подставим выражения для $\dot{x}_i(t)$, определяемые формулами (6), в левые части соотношений (7). После преобразований имеем:

$$\int_{t_0}^{t} x_i(\tau)\left[\sum_{j=1}^{n} \overline{a^*_{ij}} \cdot x_j(\tau) + \sum_{j=1}^{n} \Delta\overline{a}_{ij} \cdot x_j(\tau)\right] d\tau \le \Gamma_i(t), \quad i = \overline{1,n},$$

или

$$\int_{t_0}^{t} \left[\sum_{\substack{j\ne i\\ j=1}}^{n} \overline{a^*_{ij}} \cdot x_i(\tau) \cdot x_j(\tau) + \sum_{j=1}^{n} \Delta\overline{a}_{ij} \cdot x_i(\tau) \cdot x_j(\tau)\right] d\tau \le$$
$$\le \int_{t_0}^{t} \sigma_i(\tau)\overset{\bullet}{\sigma}_i(\tau)d\tau - \overline{a^*_{ii}} \int_{t_0}^{t} x_i^2(\tau)d\tau, \quad i = \overline{1,n}, \quad t \in [t_0, t_k]. \tag{8}$$

Искомые параметрические соотношения определяются на основе следующего утверждения.

Утверждение. Пусть в начальный момент времени $t = t_o$ выполнены условия $|x_i(t_o)| \le б_i(t_o), \quad i = \overline{1,n}$, тогда решение неравенств:

$$\int_{t_0}^{t} \left[\sum_{\substack{j=i\\ j=1}}^{n} \overline{a^*_{ij}} + \sum_{j=1}^{n} \Delta\overline{a}_{ij}\right] \sigma_i(t)\sigma_j(\tau)d\tau \le \int_{t_0}^{t} \sigma_i(\tau)\left[\overset{\bullet}{\sigma}_i(\tau) - \overline{a^*_{ii}}\sigma_i(\tau)\right]d\tau, \quad i = \overline{1,n}, \quad t \in [t_0, t_k],$$

или

$$\int_{t_0}^{t} \left[\sum_{\substack{j=i\\ j=1}}^{n} (a^*_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{i\nu}k_{\nu j}) + \sum_{j=1}^{n} (\Delta a^+_{ij} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{i\nu}\Delta k^+_{\nu j})\right] \sigma_i(t)\sigma_j(\tau)d\tau \le$$
$$\le \int_{t_0}^{t} \sigma_i(\tau)\left[\overset{\bullet}{\sigma}_i(\tau) - \overline{a^*_{ii}}\sigma_i(\tau)\right]d\tau, \quad i = \overline{1,n}, \quad t \in [t_0, t_k] \tag{9}$$

удовлетворяют выполнение ограничений (3).

В частности, если функции $\sigma_i(t)$ задать экспоненциальными вида

$$\sigma_i(t) = \sigma_i^o e^{\alpha t}, \qquad i = \overline{1,n}, \tag{10}$$

где параметры σ_i^o выбираются как оценки максимально возможных отклонений компонентов вектора состояния $x(t)$ в начальный момент времени; α определяются с помощью следующих соотношений:

$$\sigma_i^o e^{\alpha T_i} \le \Delta_i, \quad i = \overline{1,n},$$

где Δ_i – заданные величины константы, определяющие величины T. Тогда соотношение (9) имеет вид:

$$\begin{gathered}\int_{t_0}^{t}\left[\sum_{\substack{j=i\\j=1}}^{n}(a_{ij}^{*} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{i\nu}k_{\nu j}) + \sum_{j=1}^{n}(\Delta a_{ij}^{+} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{i\nu}\Delta k_{\nu j}^{+})\right]\cdot\sigma_i^0\cdot\sigma_j^0\cdot e^{2\alpha\tau}\,d\tau \le \\ \le \int_{t_0}^{t}(\sigma_i^0)^2\cdot\left[\alpha - (a_{ii}^{*} + \sum_{j=1}^{n}\sum_{\nu=1}^{m} b_{i\nu}k_{\nu i}^{*})\right]d\tau, \quad i = \overline{1,n}, \quad t\in[t_0, t_k],\end{gathered} \tag{11}$$

относительно параметров $k_{\ell j}$ обеспечивает требуемое качество (3).

Доказательство данного утверждения основывается на [1].

Анализ неравенств (11) и позволяет определить искомую матрицу регулятора K.

Выводы: Основная идея состоит в том, что при возможных допустимых вариациях регулятора, переходные процессы в проектируемой системе автоматического управления должны оставаться в пределах заданных допустимых областей (множеств) гарантированным образом. Границы этих множеств задаются такими инженерными показателями качества, как время управления, перерегулирование и статическая точность системы.

Литература

1. Б.О. Джолдошев, Н.Т. Омурбаев, Т.Т. Оморов. Синтез робастного управляющего устройства для линейных систем управления // Известия КГТУ им. И. Раззакова. – Бишкек, 2010. – № 20.
2. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. −М.: Наука, 2002. −303 с.
3. Автоматизированное проектирование систем автоматического управления / Под ред. В.В.Солодовникова. −М.: Машиностроение, 1990. −332с.
4. Оморов Т. Т. Принцип гарантируемой динамики в теории систем управления. Кн.1. Бишкек: Илим, 2001. −150с.
5. Черников С.Н. Линейные неравенства.– М.: Наука, 1968. – 488 с.
6. Поляк Б.Т.,Назин С.А. Оценивание параметров в линейных многомерных системах с интервальной неопределённостью // Проблемы управления и информатики. 2006. – №1−2. – С. 190−197.
7. Kosut R.L., Goodwin G.C., Polis M.P. (Eds). Special issue on system identification for robust control design // IEEE Trans. Automat. Control. 1992. V. AC-37. No. 7.