

К ВОПРОСУ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА РАЗЖИЖЕНИЯ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ НАПИТКА «БОЗО»

ЭЛЕМАНОВА Р.Ш., КОДЖЕГУЛОВА Д.А., КОЖОБЕКОВА К.К.

izvestiya@ktu.aknet.kg

В статье использован метод математического планирования экспериментов Бокса-Уилсона по оптимизации режимов разжижения сваренной смеси (пшено и мука) с применением угута. Установлены оптимальные режимы ферментативного разжижения, проведена оценка достоверности коэффициентов и адекватности уравнения регрессии.

TO QUESTION OF THE OPTIMIZATION PARAMETER PROCESS OF THE DILUTION AT PRODUCTION OF THE DRINK "BOZO"

ELEMANOVA R.SH., KODZHEGULOVA D.A., KOZHOBKOVA K.K.

izvestiya@ktu.aknet.kg

Method of the mathematical planning experiment Box-Uilson is used in article on optimization mode dilutions welded mixture (the millet and flour) with using ugut (malt). Will installed optimum modes fermented dilutions, is organized estimation to validity factor and adequacy of the equation to regressions.

Ферментативное разжижение сваренной зерновой смеси из пшена и муки с использованием угута при производстве национального напитка «Бозо» – сложный многофакторный процесс. Основными факторами процесса являются температура, pH-среды, продолжительность [1].

При исследовании процесса учесть сочетание факторов на разных уровнях сложно, и обработка всех возможных вариантов практически неосуществима.

В решении данной проблемы помогают различные методы планирования экспериментов. Одним из наиболее широко распространенных является метод математического планирования экспериментов Бокса-Уилсона [2,3].

По этому методу вблизи оптимальной точки ставится небольшая серия опытов, в которой одновременно варьируются все изучаемые факторы, каждый на двух уровнях – верхнем и нижнем ($x_1^-, x_1^+, x_2^-, x_2^+$).

Прежде чем планировать и проводить эксперимент, следует выбрать критерий оптимизации, т.е. параметр, по которому оценивается исследуемый объект и который связывает факторы в математическую модель.

Известно, что при разжижении накапливаются продукты ферментативного гидролиза крахмала, поэтому в качестве критерия оптимизации выбрано содержание общих сахаров [1].

Первоначально была поставлена серия опытов на двух уровнях. Основной (нулевой) уровень был выбран в соответствии с режимами, показавшими наилучшие результаты [4]: $t_{\text{разжижения}}=40^\circ\text{C}$, $\tau=3$ мин. Для каждого фактора верхний и нижний уровни отличаются на одну и ту же величину – интервал варьирования, который выбирается на основании предварительных данных о процессе. В нашем случае выбираем $\lambda_t=10^\circ\text{C}$, $\lambda_\tau=1$ мин.

Перед началом эксперимента факторы кодируются, при этом осуществляется линейное преобразование факторного пространства с переносом начала координат в центр эксперимента и выбор масштаба по осям в единицах варьирования факторов.

Уровни варьирования факторов процесса разжижения смеси приведены в табл. 1.

Таблица 1.

Уровни варьирования факторов процесса разжижения смеси

Показатели	Кодированное значение	Фактор и размерность	
		$x_1, (t, ^\circ\text{C})$	$x_2, (\tau, \text{мин})$

Верхний уровень	+1	50	4
Нулевой уровень	0	40	3
Нижний уровень	-1	30	2
Интервал варьирования	ε	10	1

Для данного процесса использована матрица полного факторного эксперимента 2^2 , при этом опыты проводились в двух повторностях (табл. 2).

Таблица 2.

Матрица полного факторного эксперимента 2^2

№ опыта	Планирование		Критерий оптимизации		
	x_1	x_2	y_1	y_2	$\hat{y}_{1,2}$
1	+1	+1	7,36	7,41	7,385
2	-1	+1	5,75	5,72	5,735
3	+1	-1	6,51	6,02	6,265
4	-1	-1	4,51	4,10	4,305

Результаты этих опытов позволяют составить ряд уравнений вида:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2, \quad (1)$$

где b_1, b_2 – коэффициенты регрессии, показывающие степень слияния факторов на выход процессов;

b_0 – свободный член в уравнении регрессии, характеризующий средний выход процесса, всегда положительный.

Свободный член уравнения регрессии определяется по формуле:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^N \bar{y}_u}{N}, \quad (2)$$

где \bar{y}_u – среднее значение выхода процесса;

N – количество опытов в матрице.

Коэффициенты регрессии для каждого фактора вычисляются по формуле:

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N \bar{y}_u \cdot x_{iu}}{N}, \quad (3)$$

где x_{iu} – значение фактора в кодированной размерности из матрицы.

Опыты ферментативного разжижения проводились с использованием угута на смесь, состоящую из сваренного пшена и муки, в соотношении 10:1. Далее при температурных режимах: 30, 40, 50, 60, 70°C и продолжительности процесса от 2 до 10 мин с интервалом 1 мин отбирались пробы для определения количества общих сахаров.

В соответствии с данными таблицы 2 получено уравнение вида:

$$y = 5,92 + 0,9x_1 + 0,64x_2. \quad (4)$$

Это уравнение регрессии указывает на то, что при увеличении температуры, продолжительности процесса содержание общих сахаров увеличивается.

Оценку достоверности (значимости) полученных коэффициентов регрессии, представляющих собой меру влияния фактора на процесс, проводили по дисперсии воспроизводимости результатов опыта, которую рассчитывали по формуле:

$$\rho^2(\bar{y}) = \frac{\rho_{yk}^2}{m}, \quad (5)$$

где m – число повторностей;

$\rho^2(\bar{y})$ – средняя дисперсия воспроизводимости процесса;

ρ_{yk}^2 – дисперсия воспроизводимости единичного результата.

Результаты и порядок расчета дисперсии воспроизводимости процесса представлены в таблице 3.

Таблица 3.

Расчет дисперсии воспроизводимости процесса

№ опыта	Содержание общего сахара, y_1	Содержание общего сахара, y_2	Среднее содержание общих сахаров, \bar{y}_u	$\bar{y}_u - y_1$	$\bar{y}_u - y_2$	$(\bar{y}_u - y_{1,2})^2$
1	7,36	7,41	7,385	0,025	0,025	0,000625
2	5,75	5,72	5,735	0,015	0,015	0,000225
3	5,51	5,10	5,305	0,245	0,245	0,06
4	4,51	4,10	4,305	0,205	0,205	0,042
						$\Sigma=0,1029$

Дисперсия коэффициентов уравнения регрессии определяется по формуле:

$$\rho_{(bi)}^2 = \frac{\rho_{\bar{y}}^2}{N} = \frac{0,05145}{2} = 0,025725 \rightarrow \rho_{bi} = 0,11,$$

$$\text{где } \rho_{(yk)}^2 = \frac{\sum_{k=1}^m (\bar{y} - y_k)^2}{N} = 0,1029 \quad \rho_{\bar{y}}^2 = 0,051.$$

Находим доверительный интервал (ε), т.е. наименьшее возможное абсолютное значение коэффициентов регрессии:

$$\varepsilon = t_p \cdot \rho_{(bi)}, \quad (6)$$

где $t_p=2,78$ - критерий Стюдента, табличное значение которого зависит от числа опытов, использованных для определения коэффициентов регрессии в уравнении.

$$\varepsilon = 2,78 \cdot 0,11 = 0,31$$

Сравнивая абсолютные значения коэффициентов регрессии с доверительным интервалом, видим, что все коэффициенты данного уравнения больше доверительного интервала, т.е. значимы.

Проверку соответствия уравнения регрессии описанному процессу (проверка адекватности) проводили следующим образом: в уравнение 4 подставляли кодированные значения X (+1 или -1) для каждой строки в матрице ПФЭ 2²:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_1 &= 5,92 + 0,9 + 0,64 = 7,46 \\ \hat{Y}_2 &= 5,92 - 0,9 + 0,64 = 5,66 \\ \hat{Y}_3 &= 5,92 + 0,9 - 0,64 = 6,19 \\ \hat{Y}_4 &= 5,92 - 0,9 - 0,64 = 4,38 \end{aligned} \quad (7)$$

Сопоставляя полученные результаты с результатами эксперимента, получаем, что уравнение 4 воспроизводит результаты с некоторой погрешностью. Величина этой погрешности определяется дисперсией адекватности и может быть рассчитана по формуле:

$$\rho_{ad}^2 = \frac{\sum_{u=1}^m (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2}{N - N'}, \quad (8)$$

где N – число членов в уравнении регрессии;
N' - число степеней свободы.

Таблица 4.

Расчет дисперсии адекватности процесса

№ опыта	Среднее содержание общих сахаров \hat{y}_u	Рассчитанное значение по формуле (7) \hat{y}_u	$\hat{y}_u - \hat{y}_u$	$(\hat{y}_u - \hat{y}_u)^2$	$\rho^2_{ад}$	
1	7,385	7,46	0,0775	0,006	0,012	
2	5,735	5,66	0,0775	0,006		
3	6,265	6,19	0,0775	0,006		
4	4,305	4,38	0,0775	0,006		
					0,024	

В случае, если полученная дисперсия адекватности $\rho^2_{ад}$ не превышает среднюю дисперсию производимости $\rho^2(\hat{y})$ более, чем в F раз (критерий Фишера), можно сделать вывод о том, что уравнение регрессии адекватно описывает процесс.

Критерий Фишера находили по принятому уровню значимости и числу степеней свободы для обеих дисперсий $F_{табл}=4,5$; а критерий Фишера расчетный определяем по формуле:

$$F_{расч.} = \frac{\rho^2_{ад}}{\rho^2(\hat{y})} = \frac{0,012}{0,051} = 0,23 \longrightarrow F_{расч.} < F_{табл.}$$

Таким образом, полученное уравнение регрессии адекватно описывает процесс, так как расчетное значение критерия Фишера меньше его табличного значения: $0,23 < 4,5$.

Следующий этап составления программы крутого восхождения, т.е. составим программу оптимизации по линейной части уравнения (4), результаты приведены в таблице 5.

– Программа оптимизации процесса ферментативного разжижения смеси углугом

Таблица 5

№	Показатели	Обозначения	Факторы и их размерность		Критерий оптимизации, Y_u
			x_1 , (t°C)	x_2 , (τ, мин)	Y_1 (%)
1	Верхний уровень	+	50	4	
2	Нулевой уровень	0	40	3	
3	Нижний уровень	-	30	2	
4	Интервал варьирования	ε_i	10	1	
5	Коэффициенты регрессии	b_i	0,9	0,64	
6	Произведение	$\varepsilon_i b_i$	9	1,12	
7	Базовый шаг	$\delta_{баз}$	10	-	
8	Масштаб	μ	10/9		
9	Шаг	$\mu b_i \varepsilon_i$	10	1,24	
10	Округленный шаг	$\delta_i = b_i \varepsilon_i \mu_i$	10	1	
11	Опыт на нулевом уровне		40	3	4,34
12	Реализованный 1-й опыт		50	4	5,54
13	Реализованный 2-й опыт		60	5	6,56

В соответствии с таблицей 5, при ферментативном разжижении углугом содержание сахаров с повышением температуры и продолжительности увеличивается, однако в реализованном опыте 2 значение критерия оптимизации незначительно отличается от

реализованного 1 опыта, поэтому целесообразно проводить процесс при: $t - 50^{\circ}\text{C}$, $\tau - 4$ мин. Следовательно, параметры, полученные при таком режиме, являются оптимальными.

Литература

1. *Кретович В.Л.* Биохимия растений. –М.: Высшая школа, 1986. –503 с.
2. *Налимов В.В., Чернова Н.А.* Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. –М.:Наука, 1965. –340с.
3. *Панфилов В.А.* Оптимизация технологических систем кондитерского производства. – М.:Пищевая промышленность, 1980. –246с.
4. *Элеманова Р.Ш., Дейдиев А.У.* Изменения реологических свойств при соложении субстратов из зерновых культур «угутом» // Ж. Известия КГТУ им. И.Раззакова, №17, на материалах Межд. научно-практ. конференции «Наука, образование, инновации: приоритетные направления развития», посвященной к 55-летию юбилею КГТУ им. И. Раззакова, Бишкек, 2009г., 16-18 сентября, – с. 118 – 121.