

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАВЛЕНИЯ ЛЬДА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

НУРИЕВ И. С.

Бирская государственная социально-педагогическая академия, Россия, г. Бирск

nuriev-xxx@mail.ru

Аннотация

Рассматривается задача о нагнетании газа в пористую среду, насыщенную в исходном состоянии газом и льдом. Плавление льда в пористой среде при закачке теплого газа может служить основой для изучения процессов движения жидкостей и газов в природных пористых средах.

Постановка задачи

Пусть полубесконечный пористый пласт в начальный момент времени насыщен газом и льдом, давление p_0 и температура T_0 которых в исходном состоянии удовлетворяют термодинамическим условиям стабильного существования льда.

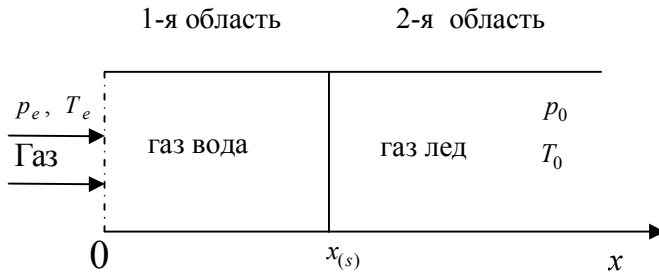


Рис.1. Плавление льда.

Рассмотрим случай, когда фазовые переходы происходят на фронтальной поверхности. В этом случае в результате закачки газа от границы в глубь пласта начинает распространяться фронтальная поверхность диссоциации льда, разделяющая пласт на две области. В первой области, находящейся вблизи границы пласта, поры насыщены газом и водой, а во второй области поры заполнены газом и льдом.

Основные уравнения

Для описания процессов тепломассопереноса в пористой среде примем следующие допущения. Кроме того, скелет пористой среды, лед и вода несжимаемы и неподвижны, пористость постоянна, газ является калорически совершенным.

В рамках отмеченных допущений запишем для плоскоодномерной задачи уравнения сохранения массы, закон Дарси, уравнения состояния газа и притока тепла:

$$\begin{aligned}
 mS_{g(i)} \frac{\partial \rho_{g(i)}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (mS_{g(i)} \rho_{g(i)} v_{g(i)}) &= 0, \\
 \frac{\partial}{\partial t} (mS_l \rho_l) &= 0, \\
 mS_{g(i)} v_{g(i)} &= -\frac{k_{(i)}}{\mu_g} \frac{\partial p_{(i)}}{\partial x}, \quad p_{(i)} = \rho_{g(i)} R_g T_{(i)}, \\
 \rho c \frac{\partial T_{(i)}}{\partial t} + \rho_{g(i)} c_g mS_{g(i)} v_{g(i)} \frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T_{(i)}}{\partial x} \right), \\
 \left(\rho c = (1-m)\rho_{sk} c_{sk} + m \sum_{j=g,l,a} S_j \rho_j c_j, \right. \\
 \left. \lambda = (1-m)\lambda_{sk} + m \sum_{j=g,l,a} S_j \lambda_j \right) & \quad (1)
 \end{aligned}$$

Здесь m – пористость; p – давление, T – температура; ρ_j и S_j – истинная плотность и насыщенность пор j – й фазы ($j = sk, a, l, g$); индексы g, l, a и sk относятся к параметрам газа, воды, льда и скелета пористой среды соответственно; v_g, k_g и μ_g – скорость, проницаемость и динамическая вязкость для газовой фазы; c_j и λ_j – удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности фаз; ρc и λ – удельная объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности системы. Зависимость

коэффициента проницаемости для газа k_g от газонасыщенности можно задать на основе формулы Козейни [1]:

$$k_g = k_* \frac{(mS_g)^3}{(1 - mS_g)^2} \approx k_0 S_g^3 (k = k_* m^3), \quad (2)$$

где k_0 соответствует проницаемости «чистого скелета».

При плавлении льда в пористой среде возникают две области: ближняя и дальняя. В ближней области поры заполнены газом и водой. В дальней области присутствуют газ и лед. На границе этих областей должны выполняться условия баланса массы и тепла:

$$\begin{aligned} \rho_l m S_l (v_l - \dot{x}_{(s)}) &= \rho_a m S_a (v_a - \dot{x}_{(s)}), \\ \rho_{g(1)} m S_{g(1)} (v_{g(1)} - \dot{x}_{(s)}) &= \rho_{g(2)} m S_{g(2)} (v_{g(2)} - \dot{x}_{(s)}), \\ -\lambda \frac{\partial T_{(1)}}{\partial x} + \lambda \frac{\partial T_{(2)}}{\partial x} &= m \rho_a L_a S_a \dot{x}_{(s)}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\dot{x}_{(s)}$ – скорость движения этой границы; L_a – удельная теплота плавления льда.

Будем считать, что пористая среда в начальный момент времени насыщена льдом $S_a = S_{a0}$ при давлении p_0 и температуре T_0

$$t = 0: S_a = S_{a0} (S_g = 1 - S_{a0}), T = T_0, p = p_0 (x \geq 0). \quad (4)$$

Через границу $x = 0$ закачивали газ (одноименный исходному) с температурой T_e при постоянном давлении p_e . Тогда граничное условие имеет вид:

$$x = 0: T = T_e, p = p_e (t > 0). \quad (5)$$

Аналитические решения

Сформулированная задача имеет автомодельное решение. Введем автомодельную переменную $\xi = x / \sqrt{\aleph^{(T)} t}$ ($\aleph^{(T)} = \lambda / \rho c$), где $\aleph^{(T)}$ – температуропроводность пласта.

Пренебрегая изменениями плотности за счет изменения температуры и используя линеаризацию Лейбензона [2] для безразмерных давления $P = p / p_0$ и температуры $\theta = T / T_0$ в ближней и дальней областях, получим следующие решения:

$$\begin{aligned} 0 < \xi < \xi_{(s)}: \quad P^2 &= P_{(s)}^2 + (P_e^2 - P_s^2) \frac{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right) d\xi}, \\ \theta &= \theta_{(s)} + (\theta_e - \theta_{(s)}) \frac{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\alpha_{(1)} P^2}{2}\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\alpha_{(1)} P^2}{2}\right) d\xi}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\xi_{(s)} < \xi < \infty: \quad P^2 = 1 + (P_{(s)}^2 - 1) \frac{\int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(2)}}\right) d\xi}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(2)}}\right) d\xi}, \quad (7)$$

$$\theta = 1 + (\theta_{(s)} - 1) \frac{\int_{\xi}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2} - \frac{\alpha_{(2)} P^2}{2}\right) d\xi}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\alpha_{(2)} P^2}{2}\right) d\xi},$$

$$\eta_{(i)} = \frac{\aleph_{(i)}^{(p)}}{\aleph_{(i)}^{(T)}}, \quad \alpha_{(i)} = \frac{\rho_{g0} c_g}{\lambda} \frac{k_{(i)} p_0}{\mu_g}, \quad \aleph_{(i)}^{(p)} = \frac{k_{(i)} p_0}{m S_{g(i)} \mu_g}, \quad k_{(i)} = k_0 S_{g(i)}, \quad (8)$$

$$S_{g(1)} = 1 - \frac{\rho_a S_{a0}}{\rho_l}, \quad S_{g(2)} = 1 - S_{a0}.$$

Граничные условия между областями

Из условий баланса массы и тепла с учетом закона Дарси для границы ($x = x_{(s)}$) можем получить:

$$\begin{aligned} \frac{k_{(1)}}{\mu_g} \left(\frac{\partial p_{(1)}}{\partial x} \right)_{(s)} - \frac{k_{(2)}}{\mu_g} \left(\frac{\partial p_{(2)}}{\partial x} \right)_{(s)} &= m S_a \left(\frac{\rho_a}{\rho_l} - 1 \right) \dot{x}_{(s)}, \\ -\lambda \left(\frac{\partial T_{(1)}}{\partial x} \right)_{(s)} + \lambda \left(\frac{\partial T_{(2)}}{\partial x} \right)_{(s)} &= m \rho_a L_a S_a \dot{x}_{(s)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из условий балансов массы и тепла, используя аналитические решения, получим:

$$-S_{g(1)}^3 \frac{(P_e^2 - P_s^2)}{2P_{(s)}} \frac{\exp\left(-\frac{\xi_{(s)}^2}{4\eta_{(1)}}\right)}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right) d\xi} + S_{g(2)} \frac{(P_{(s)}^2 - 1)}{2P_{(s)}} \frac{\exp\left(-\frac{\xi_{(s)}^2}{4\eta_{(2)}}\right)}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(2)}}\right) d\xi} = \left(\frac{1}{\tilde{\rho}_l} - 1 \right) \frac{S_a \xi_{(s)}}{2S_{g(2)} \eta_{(2)}}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} (\theta_e - \theta_{(s)}) \frac{\exp\left(-\frac{\xi_{(s)}^2}{4} - \frac{\alpha_{(1)} P_{(s)}^2}{2}\right)}{\int_0^{\xi_{(s)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\alpha_{(1)} P^2}{4}\right) d\xi} - (\theta_{(s)} - 1) \frac{\exp\left(\frac{\xi_{(s)}^2}{4} - \frac{\alpha_{(2)} P_{(s)}^2}{2}\right)}{\int_{\xi_{(s)}}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{\alpha_{(2)} P^2}{2}\right) d\xi} &= \frac{1}{2} m \tilde{\rho}_a Ja_a^{-1} S_a \xi_{(s)}, \\ (\tilde{\rho}_a = \rho_a / \rho, \tilde{\rho}_{g0} = \rho_{g0} / \rho_a, \tilde{\rho}_l = \rho_l / \rho_a, Ja_a = cT_0 / L_a). \end{aligned}$$

Численные данные

На основе полученных решений можно исследовать закономерности распределения давления и температуры в пластах при плавлении льда на фронтальной поверхности. Для параметров, определяющих свойства пористой среды (если не оговорено), воды, газа и льда, приняты следующие величины:

$$m = 0.1, k_0 = 10^{-12} i^2, \rho c = 2.5 \cdot 10^6 \text{ } \ddot{A} \alpha / (\hat{E} \cdot \hat{e} \tilde{\alpha}), \lambda = 2 \hat{A} \hat{o} / (i \cdot \hat{E}),$$

$$R_g = 520 \text{ } \ddot{A} \alpha / (\hat{E} \cdot \hat{e} \tilde{\alpha}), \mu_g = 10^{-5} \hat{e} \tilde{\alpha} / (i \cdot \hat{n}), \rho_l = 10^3 \hat{e} \tilde{\alpha} / i^3, \rho_a = 900 \hat{e} \tilde{\alpha} / i^3,$$

$$L_a = 3.4 \cdot 10^5 \text{ } \ddot{A} \alpha / \hat{e} \tilde{\alpha}, S_{a0} = 0.5, T_0 = 270K, p_0 = 0.1 \text{ } \ddot{I} \tilde{a}.$$

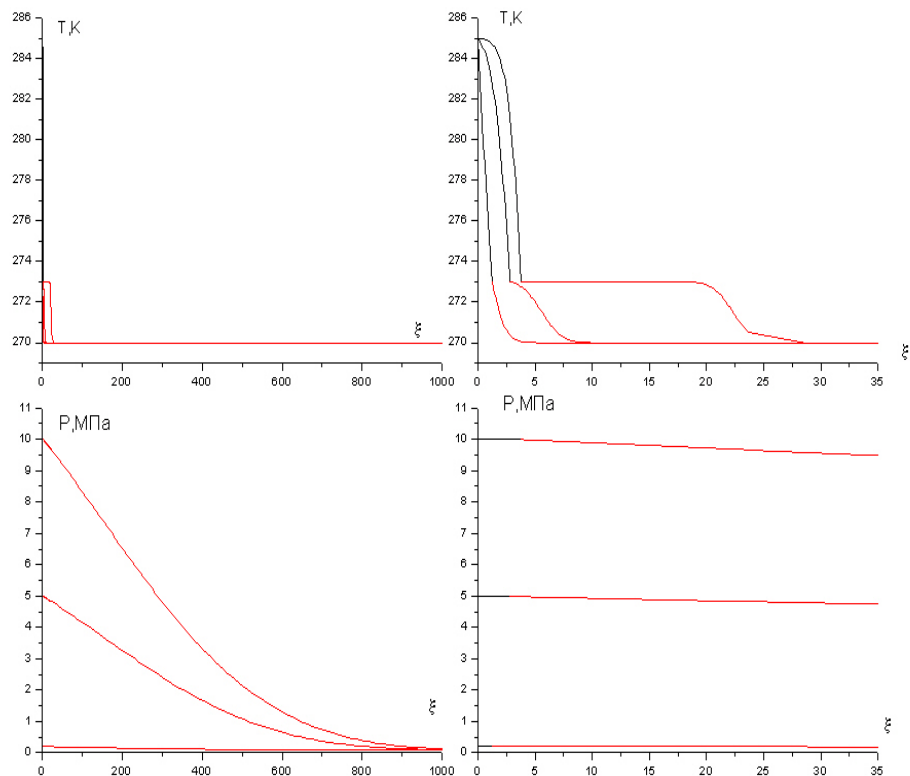


Рис.2. Распределение температуры и давления в пласте при различных значениях давления нагнетаемого газа.

Заключение

Построены аналитические решения плавления льда, описывающие распределения основных параметров в пласте. Установлены основные закономерности плавления льда в пористых средах при закачке теплого газа в зависимости от интенсивности закачки и исходных параметров пористой среды.

Литература

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. 211 с.
2. Лейбензон А. С. Движения природных жидкостей и газов в пористой среде. – М.: ОГИЗ, 1947.