

УДК 537.523 (575.2) (04)

## РАСЧЕТ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ ПЛАЗМЫ ОДНОМЕРНОГО ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ИНДУКЦИОННОГО РАЗРЯДА

*А.Т. Байтереков* – канд. физ.-мат. наук

*Э.Б. Кулумбаев* – докт. физ.-мат. наук

*А. Сунабаев* – магистр

---

On the basis of equilibrium and non-equilibrium plasma approximation numerical investigation of one-dimensional high-frequency induction the discharge in argon at atmospheric pressure was carried out.

**Введение.** Моделирование физических процессов, протекающих в высокочастотных индукционных (ВЧИ) разрядах, находится в стадии интенсивного развития. Разработаны равновесные магнитогидродинамические модели ВЧИ плазмотронов атмосферного давления [1–4], основанные на двумерных уравнениях Навье-Стокса, непрерывности, баланса энергии и одномерных [1–2] или двумерных [3–4] уравнениях Максвелла в квазистационарном приближении. В результате расчетов удалось выявить качественную картину течения и нагрева газа в канале ВЧИ плазмотрона. Эксперимент [5] выявил отклонение плазмы от равновесного состояния в ВЧИ плазмотроне на аргоне при атмосферном давлении и стимулировал развитие неравновесных моделей [6–8]. Несмотря на достигнутый к настоящему времени высокий уровень в понимании и теоретическом описании процессов, происходящих в ВЧИ разряде, некоторым проблемам уделено недостаточное внимание. В частности, аналитические оценки температуры плазмы одномерного равновесного ВЧИ разряда, приведенные в [9], показали наличие двух стационарных состояний разряда с высокой и низкой температурами при одном и том же значении ампер-витков. Первое состояние является устойчивым относительно флуктуаций температуры, а второе – неустойчивым. Численный анализ неустойчивых состояний плазмы и обобщение результатов [9] на основе двухтемпературного приближения плазмы до сих пор не проведены. Отчасти это можно объяснить трудностью получения численного решения? соответствующего неустойчивому состоянию плазмы разряда.

Поэтому в данной работе апробируется методика получения численных решений, соответствующих двум стационарным состояниям плазмы одномерного равновесного ВЧИ разряда, проводится обобщение и анализ этих состояний на основе двухтемпературной модели плазмы.

**Модель.** Рассматривается идеализированный одномерный разрядный процесс в кварцевой трубке радиуса  $R$ , вставленной в длинную катушку-соленоид (индуктор), по которой пропускают ток высокой частоты  $f$ . Переменное магнитное поле этого тока, направленное вдоль оси индуктора, индуцирует поддерживающее разряд вихревое электрическое поле, силовыми линиями которого являются концентрические с витками индуктора окружности. Стационарное состояние поддерживается благодаря выносу энергии за счет теплопроводности к охлаждаемым стенкам трубки и объемного излучения.

Общепринятым при формулировке электродинамической модели ВЧИ разряда является применение приближения квазистационарного электромагнитного поля. В мегагерцевом диапазоне частот и при атмосферном давлении токи поляризации и смещения малы по сравнению с токами проводимости [9], которые к тому же являются замкнутыми. Поэтому можно считать, что магнитное поле изменяется без “запаздывания” и определяется мгновенным распределением тока в индукторе и плазме.

Плазма рассматривается как двухкомпонентный континуум электронного газа и газа тяжелых частиц, взаимодействующих посредством упругих соударений. Затрудненность энергообмена между ними из-за большой разницы масс приводит к тому, что время установления равновесия между этими подсистемами значительно превышает времена релаксации в каждой из подсистем с кинетическими температурами  $T_e$  и  $T$  (термическая неравновесность). Полагается, что компенсация процессов ионизации и рекомбинации нарушается вследствие амбиполярной диффузии заряженных частиц (ионизационная неравновесность).

В цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  с учетом цилиндрической симметрии ( $\partial/\partial\varphi = 0$ ;  $\partial/\partial z = 0$ ) уравнения Максвелла для комплексных амплитуд электромагнитного поля заданной конфигурации  $\vec{B} = (B_r = 0, B_\varphi = 0, B_z = B)e^{i\omega t}$ ,  $\vec{E} = (E_r = 0, E_\varphi = E, E_z = 0)e^{i\omega t}$  и уравнения балансов энергий для электронов и тяжелых частиц, непрерывности для электронного газа запишутся в виде:

$$-\frac{dB}{dr} = \mu_0 \sigma E, \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(rE) = -i\omega B, \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \lambda_e \frac{dT_e}{dr} \right) + \frac{1}{2} \sigma E^2 - B_{ea} (T_e - T) - (U_I + \frac{3}{2} k_B T_e) \dot{n}_e - \psi = 0, \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \lambda \frac{dT}{dr} \right) + B_{ea} (T_e - T) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r D_A \frac{dn_e}{dr} \right) + \dot{n}_e = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля;  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля;  $T$  – температура;  $n$  – концентрация;  $\omega = 2\pi f$  – круговая частота;  $\sigma$  – электропроводность;  $\lambda$  – теплопроводность;  $\psi$  – излучательная способность;  $D_A$  – коэффициент амбиполярной диффузии;  $B_{ea}$  – коэффициент взаимодействия электронов с тяжелыми частицами;  $\dot{n}_e = K_I n_e n_a - K_r n_e^2 n_i$  – скорость рождения и гибели электронов в процессах ионизации и рекомбинации;  $K_I$ ,  $K_r$  – коэффициенты ионизации и рекомбинации;  $U_I$  – потенциал ионизации;  $k_B$  – постоянная Больцмана;  $\mu_0$  – магнитная постоянная; индексы  $e, i, a$  обозначают электроны, ионы, атомы соответственно.

Система (1–4) дополняется уравнениями состояния идеального газа, законом Дальтона, условием квазинейтральности:

$$p = n_e k_B T_e + (n_i + n_a) k_B T, \quad n_i \approx n_e$$

и зависимостями коэффициентов плазмы от температур, давления и концентраций частиц согласно элементарной кинетической теории, которые для аргоновой плазмы заимствованы из [10].

Для численного решения уравнения Максвелла (1) путем исключения напряженности электрического поля преобразуются к уравнению для индукции магнитного поля:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dB}{dr} \right) = i\mu_0 \omega B, \quad (5)$$

которое описывает диффузию магнитного поля в плазму с коэффициентом диффузии, обратно пропорциональным электропроводности.

Напряженность электрического поля определяется по формуле  $E = -\frac{i\omega}{r} \int_0^r B r dr$ .

Граничные условия для системы уравнений (2–5) ставятся на оси и стенке разрядного канала:

$$r = 0: \quad \frac{dT_e}{dr} = 0; \quad \frac{dT}{dr} = 0; \quad \frac{dn_e}{dr} = 0; \quad \frac{dB}{dr} = 0;$$

$$r = R: \quad \frac{dT_e}{dr} = 0; \quad T = T_R; \quad n_e = n_{eR}; \quad B = \mu_0 In,$$

где  $In = I \frac{N}{L}$  – ампер-витки;  $I$  – ток,  $N$  – число витков,  $L$  – длина индуктора;  $n_{eR} \ll n_{e\max}$ .

Отметим, что в рамках рассматриваемого одномерного приближения ток в плазме совершенно не влияет на граничное значение индукции магнитного поля на стенке канала (как для бесконечного соленоида), а перенос этого значения до границы электропроводной области обеспечивает “бесконечный” коэффициент диффузии в (5).

В равновесном приближении плазмы радиальное распределение температуры в разряде описывается уравнением баланса энергии:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \lambda \frac{dT}{dr} \right) + \frac{1}{2} \sigma E^2 - \psi = 0,$$

а необходимые коэффициенты переноса равновесной плазмы аргона как функции температуры при атмосферном давлении берутся из [10].

В качестве внешнего электромагнитного параметра модели естественно задавать регулируемые на опыте ампер-витки  $In$ . Расчеты показали, что это приводит к получению численных решений, соответствующих только устойчивым состояниям. Для получения численных решений, соответствующих и неустойчивым состояниям, необходимо фиксировать диссипируемую мощность  $P_d$  на единицу длины разряда:

$$P_d = 2\pi \int_0^R \frac{1}{2} \sigma E^2 r dr,$$

а обеспечивающее эту диссипацию энергии электромагнитного поля в плазме значение ампер-витков находить из численного решения.

При практической реализации такого подхода учитывается, что уравнение (5) определяет индукцию магнитного поля только с точностью до произвольного постоянного множителя и поэтому для  $B$  на стенке канала ставится условие:  $r = R: B = 1$ , а соответствующие ему численные решения  $\tilde{B}(r)$  и  $\tilde{E}(r)$  масштабируются  $B(r) = k\tilde{B}(r)$ ,  $E(r) = k\tilde{E}(r)$  с множителем  $k$ , обеспечивающим

фиксированное интегральное энерговыделение:  $k = \sqrt{\frac{P_d}{2\pi \int_0^R \frac{1}{2} \sigma \tilde{E}^2 r dr}}$ , а ампер-витки вычисляются

по формуле:  $In = k / \mu_0$ .

Дискретизация системы уравнений (2–5) производится интегро-интерполяционным методом [11]. Дискретный аналог образует систему алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей, которая на каждой итерации решается методом прогонки [11]. Для обеспечения сходимости итеративного процесса используется метод нижней релаксации.

Тестирование компьютерной реализации модели проводится путем сопоставления численных результатов с аналитическим определением температуры равновесной плазмы при условиях сильного скинирования  $B|_{r=0} = 0$  и пренебрежения излучением ( $\psi = 0$ ) в виде [9]:

$$\int_{T_R}^{T_m} \sigma(T) \lambda(T) dT = \left(\frac{In}{2}\right)^2, \quad (6)$$

где  $T_m$  – максимальная температура в разряде.

**Результаты расчета.** Проведен расчет характеристик индукционного разряда при следующих значениях внешних параметров [12]: давление – атмосферное, род газа – аргон, частота поля  $f = 1$  МГц; радиус разрядного канала  $R = 5$  см.

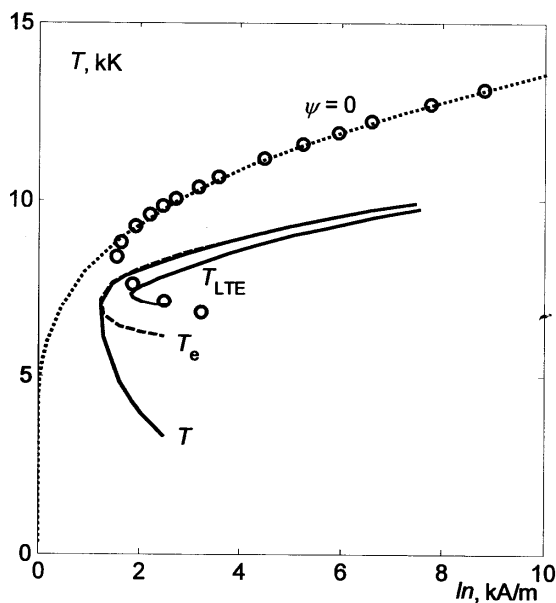


Рис. 1. Зависимости максимальных температур электронов (пунктирная линия  $T_e$ ) и тяжелых частиц (сплошная  $T$ ) в ВЧИ разряде от ампер-витков (температура равновесной плазмы с учетом объемного излучения – сплошная  $T_{LTE}$ ; без учета излучения – точечные: численное  $\circ\circ\circ$  и аналитическое (6) решения).

Рассчитанные зависимости максимальных температур в индукционном разряде от ампер-витков (рис. 1) показывают, что независимо от используемой модели плазмы существует минимальное пороговое значение тока индуктора, при котором возможно поддержание плазмы индукционного разряда. При токе индуктора большем порогового реализуются два стационарных состояния плазмы разряда: с низкими (нижняя ветвь) и высокими температурами (верхняя ветвь). Состояния на нижней ветви являются неустойчивыми относительно флуктуаций температуры, и, например, любое малое увеличение температуры приведет к превышению фактического тока индуктора значения, необходимого для поддержания режима с новой температурой. В результате начнется “разогрев” плазмы до достижения состояния на верхней ветви, которое является, в силу тех же соображений, уже устойчивым. На устойчивой ветви состояний температура монотонно растет с увеличением ампер-витков. Эти результаты соответствуют аналитической оценке зависимости температуры равновесной плазмы разряда от ампер-витков (см. [9]).

На рис. 1 приведены также результаты расчета температуры разряда по формуле (6). Видно хорошее совпадение численных и аналитических результатов на устойчивой ветви решений. Отметим, что аналитическое решение (6) для температуры разряда имеет ограниченную область применимости, так как оно получено при условии сильного скин-эффекта, имеющего место только на устойчивой ветви решений. Поэтому решение (6) не имеет порогового и двузначного характера, когда эффект скинирования незначителен, и может быть использовано в качестве тестового для численного решения только на устойчивой ветви решений.

По сравнению с равновесной моделью пороговое значение ампер-витков для неравновесной плазмы снижается с 1.834 кА/м до 1.240 кА/м. Смещение устойчивых и неустойчивых ветвей решений различно: устойчивые ветви неравновесных решений лежат несколько выше равновесных; а неустойчивые – заметно ниже. При  $In > 4$  кА/м устойчивые ветви равновесного и неравновесного решений постепенно сближаются, что отвечает принципу соответствия: более общая двухтемпературная модель в предельном случае содержит в себе равновесную.

Из рис. 1 также видно влияние учета потерь энергии на излучение в рамках равновесного приближения плазмы: учет излучения повышает пороговое значение ампер-витков и смещает вниз устойчивую ветвь решений, что согласуется с очевидными физическими представлениями.

Обращает на себя внимание тот факт, что в устойчивом режиме горения ВЧИ разряда максимальные температуры электронов и тяжелых частиц практически совпадают. И только, начиная с порогового и далее – в неустойчивых состояниях, температура электронов заметно превышает температуру тяжелых частиц.

Отличия характеристик разряда в неустойчивом и устойчивом режимах горения при одном и том же значении ампер-витков 2 кА/м проиллюстрированы на рис. 2–3. В неустойчивом режиме эффект скинирования незначителен:  $B$  практически не изменяется от стенки канала до оси, а  $E$  изменяется согласно линейному закону  $\sim r$ , что соответствует закономерностям электромагнитного поля в пустом соленоиде, т.е. влияние плазмы на электромагнитное поле в этом случае несущественно. В устойчивом режиме горения явно выражен скин-эффект: индукция магнитного поля заметно убывает от стенки канала до оси, уменьшаясь почти в 3 раза; нарушается линейность распределения напряженности электрического поля, а ее граничное значение уменьшается почти в 2 раза.

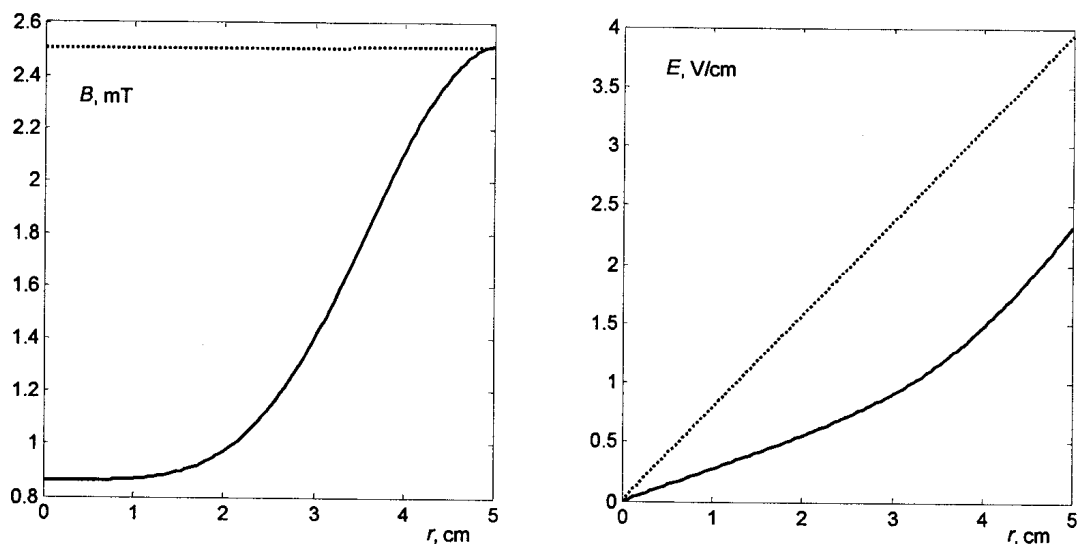


Рис. 2. Распределение индукции магнитного и напряженности электрического поля в устойчивом (сплошные кривые) и неустойчивом (точечные) режимах горения при  $In = 2$  кА/м.

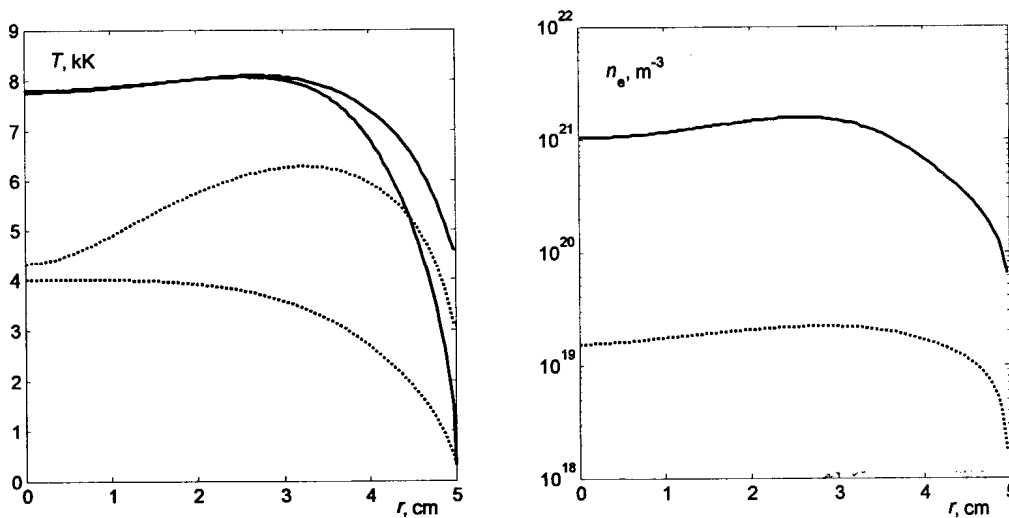


Рис. 3. Распределение температуры электронов, тяжелых частиц и концентрации электронов в устойчивом (сплошные кривые) и неустойчивом (точечные) режимах горения при  $In = 2$  кА/м.

В неустойчивом режиме плазма – неравновесная по всему сечению канала (рис. 3). Температура электронов имеет выраженный максимум, смещенный к стенке канала, а распределение температуры тяжелых частиц монотонно с максимумом на оси. В устойчивом режиме значения температур заметно выше, причем в центре канала плазма близка к температурному равновесию, а отрыв температур наблюдается только в пристеночной области. Качественно распределение  $T_e$  не меняется. Как и в [9], для поддержания плазмы, близкой к равновесной, требуется меньшее электрическое поле (рис. 2), а энерговыделение обеспечивается за счет увеличения числа электронов, концентрации которых в устойчивом и неустойчивом состояниях отличаются на два порядка (рис. 3).

**Заключение.** В данной работе проведено численное исследование одномерного высокочастотного индукционного разряда в аргоне при атмосферном давлении на основе равновесного и неравновесного приближений плазмы. Апробирована численная методика расчета устойчивого и неустойчивого состояний плазмы разряда. Полученные результаты обобщают известный факт существования порогового значения тока индуктора и двух возможных стационарных состояний плазмы ВЧИ разряда, ранее установленный в рамках равновесной модели, на случай учета температурной и ионизационной неравновесностей плазмы атомарного газа. Поскольку при моделировании ВЧИ плазмотронов в качестве внешнего параметра электродинамической модели задается дисспируемая в плазме мощность (при задании тока индуктора расчет практически всегда приводит к тривиальному “холодному” решению [3–4, 6–8]), то необходимо учитывать, что полученное при этом численное решение может быть нереальным при соответствии его неустойчивому состоянию плазмы разряда.

#### Литература

1. *Boulos M.I.* Flow and Temperature Fields in the Fire-ball of an inductively coupled Plasma// IEEE Trans. Plasma Sci. – 1976. – V.PS-4. – P. 28–39.
2. *Дресвин С.В., Судаков В.Л.* Математическое моделирование высокочастотных индукционных плазмотронов // ТВТ. – 1990. – Т.28, №3. – С. 573–577.

3. *Mostaghimi J., Boulos M.I.* Two-dimensional Electromagnetic Field Effects in Induction Plasma Modeling// *Plasma Chem. Plasma Process.* – 1989. – V.9, No. 1. – P. 25–44.
4. *Vanden Abeele D., Degrez G.* Efficient Computational Model for Inductive Plasma Flows// *AIAA J.* – 2000. – V.38, No.2. – P. 234–242.
5. *Дресвин С.В., Клубниккин В.С.* Исследование неравновесности в струе аргоновой плазмы высокочастотного индукционного разряда при атмосферном давлении // *ТВТ.* – 1971. – Т.9. – №3. – С.475–480.
6. *Макаров Б.П.* Численное моделирование ВЧИ разряда в аргоне// *Вопросы гидродинамики, аэрофизики и прикладной механики.* – М.: МФТИ, 1985. – С. 49–54.
7. *Mostaghimi J., Proulx P., Boulos M.I.* A two-temperature model of the inductively coupled RF plasma// *J.Appl.Phys.* – 1987. – V.61, N. 5. – P. 1753–1760.
8. *Кулумбаев Э.Б., Лелевкин В.М.* Влияние расхода газа на характеристики ВЧИ плазмотрона// *Применение токов высокой частоты в электротехнологии (XI Всесоюзн. научн.-техн. конф.).* – Л., 1991. – Ч. 2. – С. 24–26.
9. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
10. *В.С. Энгельшт, В.Ц. Гурович, Г.А. Десятков и др.* Теория столба электрической дуги // *Низкотемпературная плазма.* – Т.1. – Новосибирск: Наука СО, 1990. – 376 с.
11. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
12. *С.В. Дресвин, А.А. Бобров, В.М. Лелевкин и др.* ВЧ- и СВЧ-плазмотроны // *Низкотемпературная плазма.* – Т.6. – Новосибирск: Наука СО, 1992. – 319 с.