

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ САМОХОДНОЙ МАЛОГАБАРИТНОЙ ПОЧВООБРАБАТЫВАЮЩЕЙ ФРЕЗЫ ПРИ ЕЕ КАЧАНИИ ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ ХОДОВЫХ КОЛЕС

В.Ф. Купряшкин, Е.А. Бобровская, Н.И. Наумкин, А.В. Безруков

Рассматриваются теоретические основы устойчивости движения самоходной малогабаритной почвообрабатывающей фрезы при ее качании относительно оси ходовых колес в зависимости от основных силовых факторов взаимодействия фрезбарабанов с почвой, режимов работы, конструктивных параметров машины и особенностей ее эксплуатации.

Ключевые слова: конструктивные параметры; фрезбарабаны; ходовые колеса; почвообразующие фрезы; устойчивость машины; схемы действия сил; расчет взаимодействия сил.

Одним из условий устойчивого протекания процесса фрезерования почвы самоходной малогабаритной почвообрабатывающей фрезой (СМПФ) является устойчивость машины при ее качании относительно оси ходовых колес (рис. 1), от которого, в свою очередь, зависит качество обработки почвы.

Расчетная схема СМПФ представлена на рис. 1 и заимствована из [3]. Агротехнические требования налагают определенные ограничения на глубину отклонения обработки почвы. Считается [4], что для качественной обработки почвы эта глубина не должна превышать 0,02 м.

Из расчетной схемы действия сил на СМПФ (рис. 1) с учетом агротехнических требований по величине отклонения глубины обработки не более 0,02 м, можно записать условие, гарантирующее качество обработки почвы:

$$l_n [\cos \delta - \cos(\delta_0 + \delta)] \leq 0,02, \quad (1)$$

где l_n – расстояние между осями ходовых колес и фрезбарабанов, м; δ – угол наклона осевой линии AO рамы (редуктора) к вертикальной оси, град; δ_0 – предельно допустимый угол отклонения осевой линии AO рамы (редуктора) к вертикальной оси при заданных агротехнических требованиях, град.

В соответствии с этим условием задача сводится к определению угла δ_0 как функции пути или времени. Для обеспечения выполнения условия (1) воспользуемся уравнением Лагранжа II-го рода. Кинетическую энергию СМПФ можно выразить как [1]:

$$T = \frac{1}{2} m_\phi v_{a\phi}^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\delta}_0^2 + \frac{1}{2} J_\phi \dot{\phi}^2, \quad (2)$$

где m_ϕ – масса фрезы, кг; $v_{a\phi}$ – абсолютная скорость движения центра тяжести фрезбарабанов, м/с; J_0 – момент инерции фрезбарабанов относительно оси ходовых колес, м⁴; J_ϕ – момент инерции фрезбарабана относительно его оси вращения, м⁴; ϕ – угловая скорость вращения фрезбарабана, рад/с ($\phi = \omega_\phi$).

Абсолютная скорость движения центра тяжести фрезбарабана (рис. 2):

$$v_{a\phi} = v_{\pi} + v_{\omega}, \quad (3)$$

где v_{π} – поступательная скорость движения СМПФ, м/с; v_{ω} – вращательная скорость движения центра тяжести фрезбарабана в результате движения рамы вокруг оси ходовых колес скорость, м/с.

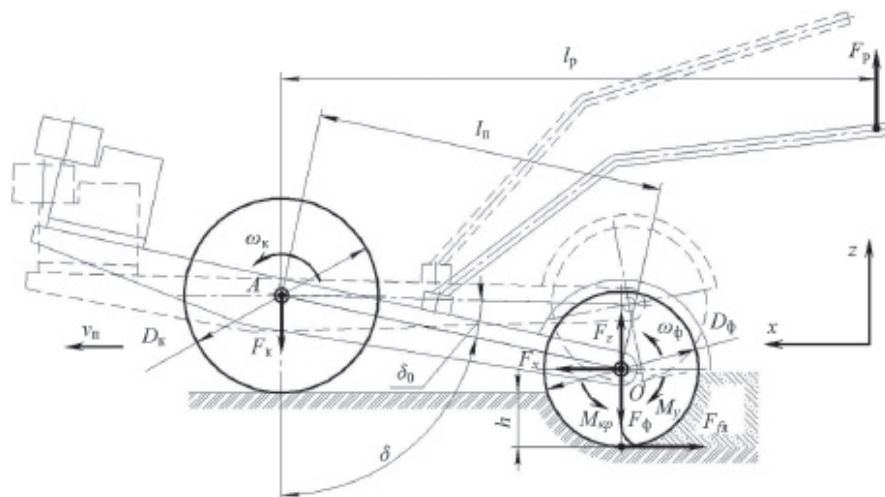


Рис. 1. Расчетная схема действия сил на СМПФ в продольно-вертикальной плоскости при ее качании относительно оси ходовых колес

Между векторами скоростей образуется угол $\widehat{v_{\pi} v_{\omega}}$ и выражение (3) при условии $v_{\pi} = const$ и $\dot{\phi} = const$ можно представить в следующем виде:

$$v_{a\phi} = \sqrt{v_{\pi}^2 + v_{\omega}^2 - 2v_{\pi}v_{\omega} \cos(\widehat{v_{\pi} v_{\omega}})}. \quad (4)$$

Направление скорости v_{ω} и $\widehat{v_{\pi} v_{\omega}}$ согласно рис. 2 определяются зависимостями:

$$v_{\omega} = l_{\pi} \dot{\delta}_0; \quad (5)$$

$$\widehat{v_{\pi} v_{\omega}} = \cos[180^{\circ} - (\delta_0 + \delta)] = \cos(\delta_0 + \delta). \quad (6)$$

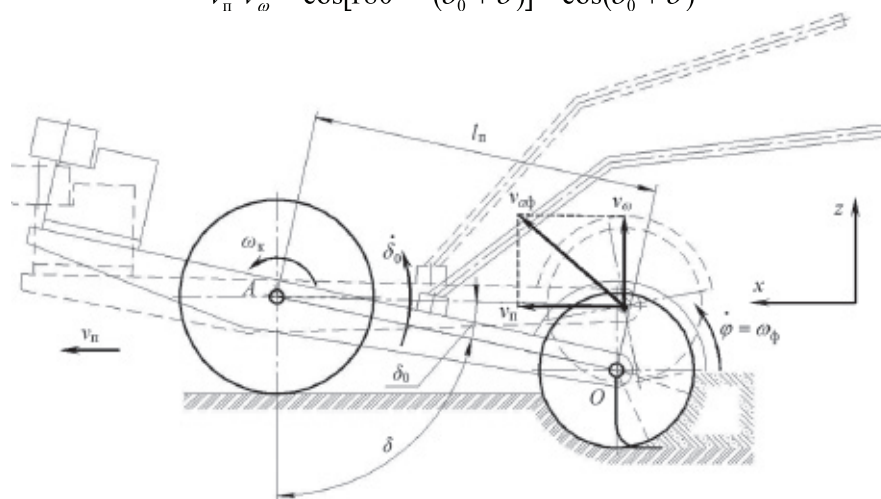


Рис. 2. Схема скоростей при движении СМПФ относительно оси ходовых колес в продольно-вертикальной плоскости

Подставив значение $v_{a\phi}$ в уравнение (2), получим:

$$T = \frac{1}{2} m_{\phi} \left[v_{\pi}^2 + (l_{\pi} \dot{\delta}_0)^2 + 2v_{\pi} l_{\pi} \dot{\delta}_0 \cos(\delta_0 + \delta) \right] + \frac{1}{2} J_0 \dot{\delta}_0^2 + \frac{1}{2} J_{\phi} \dot{\varphi}^2, \quad (7)$$

где m_{ϕ} – масса фрезы, приходящаяся на фрезбарабаны, кг.

Исходя из того, что в выражение кинетической энергии входят две независимые координаты (δ и φ), имеем систему с двумя степенями свободы. Поведение указанной системы будет описываться двумя дифференциальными уравнениями [1]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}_0} - \frac{\partial T}{\partial \delta_0} = Q_{\delta}; \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_{\varphi}, \quad (9)$$

где δ и φ – обобщенные координаты; Q_{δ} и Q_{φ} – обобщенные силы.

Исходя из того, что:

$$\frac{\partial T}{\partial \delta_0} = -m_{\phi} v_{\pi} l_{\pi} \dot{\delta}_0 \sin(\delta_0 + \delta); \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}_0} = m_{\phi} \left[l_{\pi} \dot{\delta}_0 + v_{\pi} l_{\pi} \cos(\delta_0 + \delta) \right] + J_0 \dot{\delta}_0; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}_0} = m_{\phi} l_{\pi} \left[\ddot{\delta}_0 - v_{\pi} \dot{\delta}_0 \sin(\delta_0 + \delta) \right] + J_0 \ddot{\delta}_0;$$

получим

$$m_{\phi} l_{\pi} \ddot{\delta}_0 + J_0 \ddot{\delta}_0 = Q_{\delta};$$

или

$$J_{\pi} \ddot{\delta}_0 = Q_{\delta}, \quad (10)$$

где $J_{\pi} = m_{\phi} l_{\pi} + J_0$ – приведенный момент инерции фрезы, м⁴.

Если положить в первом приближении, что угловая скорость вращения фрезбарабана постоянная ($\omega_{\phi} = \dot{\varphi} = const$), то получим:

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = J_0 \dot{\varphi} = const; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = 0.$$

Следовательно,

$$Q_{\varphi} = 0. \quad (11)$$

Отсюда видно, что в данном случае изучение устойчивости хода СМПФ в вертикальной плоскости сведется к интегрированию уравнения (10).

Обобщенная сила Q_{δ} в нашем случае представляет собой суммарный момент приложенных к фрезе сил относительно оси вала ходовых колес (см. рис. 1). Поэтому уравнение (10) можно записать так:

$$J_{\pi} \ddot{\delta}_0 = (F_z - F_{\phi}) l_{\pi} \sin(\delta + \delta_0) - F_x l_{\pi} \cos(\delta + \delta_0) + f(F_{\phi} - F_z) \left[l_{\pi} \cos(\delta + \delta_0) + \frac{D_{\phi}}{2} \right], \quad (12)$$

где F_z – выталкивающая сила на фрезбарабане, Н; F_{ϕ} – сила тяжести СМПФ на оси фрезбарабанов, Н; F_x – подталкивающая сила на фрезбарабане, Н; f – коэффициент трения опорного якоря или ползка о почву; D_{ϕ} – диаметр фрезбарабанов, м.

Для решения уравнения (12) воспользуемся методом, предложенным в [1].

После простых преобразований уравнение (12) примет вид:

$$J_{\pi} \ddot{\delta}_0 = \left[(F_z - F_{\phi}) l_{\pi} \sin \delta - F_x l_{\pi} \cos \delta + f(F_{\phi} - F_z) l_{\pi} \cos \delta \right] \cos \delta_0 - \left[(F_{\phi} - F_z) f l_{\pi} \sin \delta - F_x l_{\pi} \sin \delta \right] \sin \delta_0 - f(F_z - F_{\phi}) \frac{D_{\phi}}{2}. \quad (13)$$

Введем обозначения:

$$(F_z - F_{\phi}) l_{\pi} \sin \delta - F_x l_{\pi} \cos \delta + f(F_{\phi} - F_z) l_{\pi} \cos \delta = A_1; \quad (F_{\phi} - F_z) f l_{\pi} \sin \delta - (F_z - F_{\phi}) l_{\pi} \cos \delta - F_x l_{\pi} \sin \delta = A_2;$$

$$f(F_z - F_{\phi}) \frac{D_{\phi}}{2} = A_3.$$

При этом уравнение (13) можем переписать так:

$$J_{\pi} \ddot{\delta}_0 = A_1 \cos \delta_0 - A_2 \sin \delta_0 + A_3. \quad (14)$$

Интегрируя (14), получим:

$$\left(\dot{\delta}_0 \right)^2 = \frac{2}{J_{\pi}} (A_1 \sin \delta_0 + A_2 \cos \delta_0 + A_3 \delta_0 + C_1), \quad (15)$$

где C_1 – произвольная постоянная.

При $t = 0, \delta_0 + 0, \delta_0 = 0, C_1 = -A_2$ решение (15) примет следующий вид:

$$\left(\dot{\delta}_0\right)^2 = \frac{2}{J_n}(A_1 \sin \delta_0 + A_2 \cos \delta_0 + A_3 \delta_0 - A_2). \quad (16)$$

Исходя из того, что угол δ_0 незначителен, в первом приближении можем принять, что $\sin \delta_0 \approx \delta_0$ и $\cos \delta_0 \approx 1 - \frac{\delta_0^2}{2}$.

Поэтому будем иметь:

$$\dot{\delta}_0 = \sqrt{\frac{A_2}{J_n} \sqrt{\frac{2(A_1 + A_3)}{A_2} \delta_0 - \delta_0^2}}. \quad (17)$$

Отсюда определим время цикла

$$t = \sqrt{\frac{J_n}{A_2}} \int \frac{d\delta_0}{\sqrt{\frac{2(A_1 + A_3)}{A_2} \delta_0 - \delta_0^2}}. \quad (18)$$

После интегрирования выражения (18) получим:

$$t = \sqrt{\frac{J_n}{A_2}} \arcsin \frac{A_2 \delta_0 - A_1 - A_3}{A_1 + A_3} + C_2, \quad (19)$$

где C_2 – произвольная постоянная.

При $t = 0; \delta_0 = 0$ и $C_2 = \sqrt{\frac{J_n}{A_2}} \arcsin(-1) = \sqrt{\frac{J_n}{A_2}} \frac{3}{4} \pi$ формула (19) примет вид:

$$t = \sqrt{\frac{J_n}{A_2}} \left(\arcsin \frac{A_2 \delta_0 - A_1 - A_3}{A_1 + A_3} - \frac{3}{4} \pi \right). \quad (20)$$

Решая уравнение (14) относительно δ_0 , получим:

$$\delta_0 = \frac{A_1 + A_3}{A_2} \left[1 - \cos \left(t \cdot \sqrt{\frac{A_2}{J_n}} \right) \right]. \quad (21)$$

Подставив значения постоянных A_1, A_2 и A_3 в уравнение (21), получим окончательную формулу для определения угла δ_0 :

$$\delta_0 = \frac{(F_z - F_\phi) l_n \sin \delta - F_x l_n \cos \delta + f(F_\phi - F_z) l_n \cos \delta + f(F_z - F_\phi) \frac{D_\phi}{2}}{(F_\phi - F_z) f l_n \sin \delta - (F_z - F_\phi) l_n \cos \delta - F_x l_n \sin \delta} \times \left[1 - \cos \left(t \cdot \sqrt{\frac{(F_\phi - F_z) f l_n \sin \delta - (F_z - F_\phi) l_n \cos \delta - F_x l_n \sin \delta}{J_n}} \right) \right]. \quad (22)$$

Для обеспечения устойчивости работы СМПФ в вертикальной плоскости в идеальном случае должно выполняться условие $-\delta_0 = 0$.

Тогда, с учетом, что $\delta_0 = 0$, получаем:

$$(F_z - F_\phi) l_n \sin \delta - F_x l_n \cos \delta + f(F_\phi - F_z) l_n \cos \delta + f(F_z - F_\phi) \frac{D_\phi}{2} = 0. \quad (23)$$

С учетом преобразований зависимость (23) примет вид:

$$F_\phi - F_z - \frac{F_x}{f - \operatorname{tg} \delta - \frac{f D_\phi}{2 l_n \cos \delta}} = 0. \quad (24)$$

Учитывая, что $\cos \delta = \frac{\frac{D_k}{2} - \frac{D_\phi}{2} + h}{l_n}$, а $\delta = \arccos \left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n} \right)$ с учетом гарантированного обеспечения устойчивости работы СМПФ, уравнение (24) можно представить условием:

$$F_\phi - F_z - \frac{F_x}{f - \operatorname{tg} \left[\arccos \left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n} \right) \right] - \frac{f D_\phi}{D_k - D_\phi + 2h}} \geq 0, \quad (25)$$

где D_k – диаметр ходовых колес, м; h – глубина обработки почвы, м.

В условии (25) значение силы тяжести на фрезбарабанах F_ϕ выразим через усилие рабочего на органах управления СМПФ F_p , которое согласно общим требованиям безопасности работы [2] на одной рукоятке СМПФ не должно превышать 60 Н, а для двух, что имеет место в конструкции данной машины, максимальное допустимое значение силы F_p будет равно 120 Н. Исходя из схемы на рис. 1, имеем:

$$F_\phi = \frac{F_p l_p}{l_n \sin \delta}, \quad (26)$$

где l_p – расстояние от оси ходовых колес до линии действия силы F_p , м.

Учитывая, что $\delta = \arccos\left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n}\right)$, выражение (26) примет вид:

$$F_\phi = \frac{F_p l_p}{l_n \sin \left[\arccos\left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n}\right) \right]}. \quad (27)$$

Подставляя (27) в условие (25), получим:

$$\frac{F_p l_p}{l_n \sin \left[\arccos\left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n}\right) \right]} - F_z - \frac{F_x}{f - \operatorname{tg} \left[\arccos\left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n}\right) \right]} - \frac{f D_\phi}{D_k - D_\phi + 2h} \geq 0. \quad (28)$$

Полученное таким образом условие (28) связывает между собой основные силовые факторы взаимодействия фрезбарабанов при обработке почвы, режим работы с массовыми характеристиками, конструктивными параметрами СМПФ и особенностями ее эксплуатации оператором.

Для дальнейшего его решения воспользуемся результатами экспериментальных исследований взаимодействия фрезерных рабочих органов с почвой [4] в ходе которых были установлены следующие регрессионные уравнения (см. таблицу):

$$F_x = K_{0x} - K_{1x} p - K_{2x} S + K_{12x} p S; \quad (29)$$

$$F_z = K_{0z} + K_{1z} p - K_{2z} S + K_{12z} p S - K_{11z} p^2, \quad (30)$$

где K_{0i} , K_{1i} , K_{2i} , K_{12i} и K_{11i} – размерные коэффициенты регрессии в натуральном виде (значения коэффициентов и их размерности приведены в таблице); p – твердость почвы, МПа; S – подача на один нож, м.

Значения коэффициентов уравнений регрессионных моделей силовых характеристик F_x , и F_z в натуральном виде

Характеристика уравнения регрессии	Коэффициенты регрессии в натуральном виде	
	Обозначение, размерность	Значение
Подталкивающая сила F_x	K_{0x} , Н	4,5
	K_{1x} , мм ²	7,0
	K_{2x} , Н/м	3,0
	K_{12x} , мм ² /м	2496,0
Выталкивающая сила F_z	K_{0z} , Н	23,2
	K_{1z} , мм ²	42,2
	K_{2z} , Н/м	66,0
	K_{12z} , мм ² /м	4921,0
	K_{11z} , мм ⁴ /Н	42,5

После подстановки уравнений (29) и (30), условие (28) примет вид:

$$\frac{F_p l_p}{l_n \sin \left[\arccos\left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n}\right) \right]} - K_{0z} - K_{1z} p + K_{2z} S - K_{12z} p S + K_{11z} p^2 - \frac{K_{0x} - K_{1x} p - K_{2x} S + K_{12x} p S}{f - \operatorname{tg} \left[\arccos\left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n}\right) \right]} - \frac{f D_\phi}{D_k - D_\phi + 2h} \geq 0. \quad (31)$$

Учитывая, что в выражение (31) входят некоторые параметры, которые для работы конкретной машины в определенных условиях остаются постоянными величинами, то с целью упрощения его формулировки введем следующие обозначения:

$$K_1 = \frac{l_p}{l_n \sin \left[\arccos \left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n} \right) \right]}; \quad (32)$$

$$K_2 = \frac{1}{f - \operatorname{tg} \left[\arccos \left(\frac{D_k - D_\phi + 2h}{2l_n} \right) \right] - \frac{fD_\phi}{D_k - D_\phi + 2h}}. \quad (33)$$

С учетом упрощений условие (31) примет вид:

$$K_1 F_p - K_{0z} - K_{1z} p + K_{2z} S - K_{12z} p S + K_{11z} p^2 - K_2 (K_{0x} + K_{1x} p + K_{2x} S - K_{12x} p S) \geq 0. \quad (34)$$

Решая условие (34) относительно подачи на нож S , получим зависимость для определения ее критических значений с учетом твердости почвы, т.е.:

$$S \leq \frac{-K_{0z} - K_{1z} p + K_{11z} p^2 - K_2 (K_{0x} - K_{1x} p) + K_1}{-K_{2z} + K_{12z} p - K_2 (K_{2x} - K_{12x} p)}. \quad (35)$$

Полученная зависимость для подачи на нож позволяет определять предельнодопустимые ее значения с учетом обеспечения устойчивости машины при ее качании относительно оси ходовых колес в продольно-вертикальной плоскости в зависимости от режима ее работы, массовых и геометрических характеристик и свойств обрабатываемой почвы, определяемых ее твердостью.

Далее, учитывая особенности конструкции СМПФ ФС-0,85, а именно, ее геометрические характеристики ($l_p = 1,23$ м; $l_n = 0,52$ м; $D_k = 0,5$ м; $D_\phi = 0,42$ м), режим работы, определяемый глубиной фрезерования почвы ($h = 0,12$ м) и коэффициент трения стали о почву ($f = 0,41$) [4], коэффициенты K_1 и K_2 примут следующие значения: $K_1 = 2,49$ и $K_2 = -0,31$. С учетом значений коэффициентов K_1 и K_2 , коэффициентов регрессионных уравнений (см. таблицу), а также максимально допустимого усилия рабочего на рукоятках машины ($F_p = 120$ Н) условие (35) примет вид:

$$S \leq \frac{6,24 - p + 0,96 p^2}{-1,47 + 93,4 p}. \quad (36)$$

После подстановки в условие (36) значения твердости почвы p в интервале от 0,25 до 1,65 МПа [3], получим графическую зависимость предельно допустимых значений подач на нож для конкретных условий работы СМПФ ФС-0,85 (рис. 3).

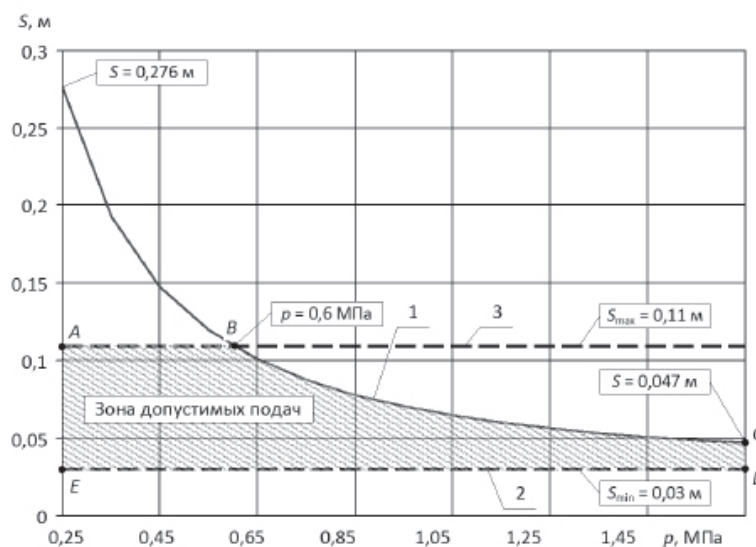


Рис. 3. Зависимость подачи на нож S от твердости почвы p для СМПФ ФС-0,85 при обеспечении условия устойчивости при качании машины в продольно-вертикальной плоскости относительно оси ходовых колес (1) и дополнительных функциональных ограничений (2) и (3)

Далее накладывая дополнительно функциональные ограничения по подаче на нож, определяемые агротехническими требованиями к обработке почвы ($S_{\min} = 0,03$ м) [5] и требованиями безопасной эксплуатации машины ($S_{\max} = 0,11$ м) [2] получим область $ABCDE$ (см. рис. 3), которая включает в себя значения возможных допустимых подач на нож для СМПФ ФС-0,85.

Таким образом, полученные результаты позволяют выбирать необходимый режим работы по подаче на нож для СМПФ ФС-0,85 при ее эксплуатации на почвах с твердостью от 0,25 до 1,65 МПа с обеспечением устойчивости машины при ее качении относительно оси ходовых колес в продольно-вертикальной плоскости, агротехнических требований к обработке почвы и общих требований безопасности.

Литература

1. *Василенко П.М., Бабий П.Т.* Культиваторы (конструкция, теория и расчет). Киев: Изд-во АН УССР, 1961. 239 с.
2. ГОСТ 12.2.140–2004. Тракторы малогабаритные. Общие требования безопасности. М.: Изд-во стандартов, 2005. 12 с.
3. *Купряшкин В.Ф.* Обоснование факторного пространства исследования активных рабочих органов самоходных почвообрабатывающих фрез (на примере фрезы ФС-0,85) // Повышение эффективности функционирования механических и энергетических систем: Матер. всерос. науч.-техн. конф. Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009. С. 391–394.
4. *Купряшкин В.Ф.* Повышение эффективности функционирования самоходной малогабаритной почвообрабатывающей фрезы оптимизацией конструктивно-технологических параметров (на примере фрезы фс-0,85): автореф. дис. ... канд. техн. наук. Саранск, 2011. 20 с.
5. *Синеоков Г.Н., Панов И.М.* Теория и расчет почвообрабатывающих машин. М.: Машиностроение, 1977. 328 с.