

УДК 66.047.37 (575.2)(04)

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛОУСТОЙЧИВОСТЬ НАРУЖНЫХ СТЕН ЗДАНИЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ВНЕШНИХ И ВНУТРЕННИХ ПАРАМЕТРОВ

З.В. Кобулиев, Д.Х. Саидов

Рассматривается создание математической модели температурного поля стен при гармоническом изменении внешних и внутренних факторов. Выявлены теплофизические параметры, с помощью которых возможно снижение общего уровня колебаний температуры наружных стен зданий.

Ключевые слова: математическая модель; уравнение теплопроводности; тепловой баланс; коэффициенты теплопроводности, теплоотдачи и теплоупроводности; амплитуда колебания температуры.

Тепловой режим зданий и сооружений в летнее время формируется под воздействием внешних климатических факторов и зависит от геометрических и теплофизических параметров ограждающих конструкций. Из-за изменчивости внешних климатических условий и инерционности ограждающих конструкций, их тепловое состояние, включая и внутреннюю среду помещений, устанавливается нестационарным. При точном математическом описании рассматриваемой системы, даже если она будет составлена, не представляется возможным найти точное аналитическое решение, и из-за огромных затрат времени на расчеты с помощью ПЭВМ оно затруднительно в плане числовой реализации [1, 2].

В связи с отмеченными сложностями расчетов предлагается рассматривать упрощенную модель. Она заманчива тем, что позволяет проанализировать предельный случай теплового равновесия, когда температура поля всей ограждающей конструкции выровнена, и теплопередачу через ограждение можно считать стационарной.

Для составления модели предполагается:

- температура воздуха t_g внутри здания одинакова во всем объеме;
- теплофизические свойства материалов не зависят от температуры;
- внутреннее тепловыделение в ограждение отсутствуют;
- температура внутренней поверхности конструкций τ_g одинакова и $\tau_g = t_g + \Delta t_g$, где t_g – расчетная летняя температура внутреннего воздуха, °С; Δt_g – расчетный летний перепад между температурами внутренней

поверхности конструкции и внутреннего воздуха, °С.

Руководствуясь существующими рекомендациями [1, 3], для помещений с кондиционированием воздуха можно принять $\Delta t_g = 1,5^\circ \text{C} = \text{const}$.

На основе вышеизложенного запишем уравнения теплового баланса однослойной наружной стены здания. Ограждающие конструкции зданий поглощают в каждый момент времени AI – количество энергии от падающей на нее солнечной радиации. Полезная энергия: $\alpha_g(\tau_g - t_g) + K_{ycl}(\tau_H - \tau_g)$, где условный коэффициент теплопередачи определяется по формуле: $K_{ycl} = 1/((\delta/\lambda) + 1/\alpha_g)$. Здесь δ – толщина стены, м; λ – коэффициент теплопроводности стены, Вт/(м·К) и α_g – коэффициент теплоотдачи между внутренней поверхностью и внутренним воздухом, Вт/(м²·К).

Полученная полезная энергия расходуется на увеличение теплосодержания внутреннего воздуха и ограждающей конструкции здания:

$$c_g \rho_g V_g \frac{dt_g}{d\tau} + c_k \rho_k V_k \frac{dt_g}{d\tau} \text{ или } \frac{dt_g}{d\tau} (c_g \rho_g V_g + c_k \rho_k V_k).$$

В случае негерметичного ограждения и ограждения из пористых материалов, к которым относятся материалы и конструкции на основе стеблей хлопчатника, имеют место также и потери тепла за счет инфильтрации $\alpha_{ин}(t_g - t_H)$, где t_H – температура наружного воздуха, °С.

Итак, имеем:

$$\frac{dt_g}{d\tau} (c_g \rho_g V_g + c_k \rho_k V_k) = [\alpha_g(\tau_g - t_g) + K_{ycl}(t_1 - \tau_g)] \cdot F - \alpha_{ин}(t_g - t_H) \cdot F_{ин}, \quad (1)$$

где t_H – температура наружной поверхности ограждающей конструкции зданий или температура ограждения в месте падения солнечной радиаций, т.е. $t_H = t_1$.

Учитывая, что в общем случае на поверхностях ограждений происходит сложный теплообмен, определяемый граничными условиями II (заданная интенсивность теплового потока) и III рода (заданные условия теплообмена с окружающей средой), неизвестные в уравнении (1) t_0 и t_1 определяются из следующих уравнений с соответствующими граничными условиями:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} -\lambda \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = AI_1 - \alpha_H(t_1 - t_H), \\ -\lambda \frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = K_{усл}(t_1 - t_0). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь A – коэффициент поглощения солнечной радиации материалом наружной поверхности ограждающей конструкции; I_1 – сумма прямой и рассеянной солнечной радиации, Вт/м²; $c_в \rho_в V_в$ и $c_к \rho_к V_к$ – теплоемкость, кДж/(кг·К), плотность, кг/м³ и объем, м³, соответственно внутреннего воздуха здания и ограждающих его конструкций; $F, F_{ин}$ – площади теплоотводящей поверхности со значением температуры t_1 , а также инфильтрирующая поверхность, м²; $\alpha_H, \alpha_в, \alpha_{ин}$ – коэффициенты теплоотдачи с наружным и внутренним воздухом, а также при инфильтрации Вт/(м²·К); a и λ – коэффициенты температуропроводности, м²/с и теплопроводности, Вт/(м·К) – ограждающей конструкции.

Решение уравнения (2) ищется в виде $t_1 = t_{01} + t_{11} e^{i\omega\tau}$. Входящие в уравнение I_1, t_0 и t_H представляются в виде гармонического ряда:

$$\begin{cases} I_1 = I_0 + I e^{i(\omega\tau - \varphi)}, \\ t_H = t_{OH} + t_{1H} e^{i(\omega\tau - \varphi_H)}, \\ t_0 = t_{0в} + t_{1в} e^{i(\omega\tau - \varphi_в)}. \end{cases} \quad (4)$$

где $\varphi, \varphi_H, \varphi_в$ – соответственно фазы запаздывания колебаний солнечной радиации, наружного и внутреннего воздуха.

Первая и вторая производные для t_1 выглядят как

$$\frac{\partial t_1}{\partial x} = t'_{01} + t'_{11} e^{i\omega\tau},$$

$$\frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} = t''_{01} + t''_{11} e^{i\omega\tau} \quad (5)$$

соответственно по времени τ :

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = i\omega t_{11} e^{i\omega\tau}. \quad (6)$$

С учетом (5) и (6) соотношение (2) представляется в виде:

$$i\omega t_{11} e^{i\omega\tau} = a \left(t''_{01} + t''_{11} e^{i\omega\tau} \right). \quad (7)$$

Аналогично из (3) с учетом (4) и (5) имеем:

$$-\lambda \left(t'_{01} + t'_{11} e^{i\omega\tau} \right) \Big|_{x=0} = A \left(I_0 + I e^{i(\omega\tau - \varphi)} \right) - \alpha_H \left(t_{01} + t_{11} e^{i\omega\tau} - \right. \quad (8)$$

$$\left. - t_{OH} - t_{1H} e^{i(\omega\tau - \varphi_H)} \right),$$

$$-\lambda \left(t'_{01} + t'_{11} e^{i\omega\tau} \right) \Big|_{x=\delta} =$$

$$= K_{усл} \left(t_{01} + t_{11} e^{i\omega\tau} - \right. \quad (9)$$

$$\left. - t_{0в} - t_{1в} e^{i(\omega\tau - \varphi_в)} \right).$$

Приравнивая последовательно члены, содержащие и не содержащие $e^{i\omega\tau}$ в уравнениях (7–9), получим

$$\begin{cases} at''_{01} = 0, \\ i\omega t_{11} = at''_{11} \end{cases} \quad (10)$$

или

$$t_{11} - n^2 t_{11} = 0, \quad (11)$$

где

$$n = \sqrt{\frac{i\omega}{a}}, \quad (12)$$

$$\begin{cases} -\lambda t'_{01} \Big|_{x=0} = AI_0 - \alpha_H(t_{01} - t_{OH}), \\ -\lambda t'_{01} \Big|_{x=\delta} = K_{усл}(t_{01} - t_{0в}), \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} -\lambda t'_{11} \Big|_{x=0} = AI - \alpha_H(t_{11} - t_{1H} e^{-i\varphi_H}), \\ -\lambda t'_{11} \Big|_{x=\delta} = K_{усл}(t_{11} - t_{1в} e^{-i\varphi_в}). \end{cases} \quad (14)$$

Решение уравнения (11):

$$t_{01} = C_1 x + C_2. \quad (15)$$

При $x=0$ $t_{01} = C_2$, а при $x=\delta$ $t_{01} = C_1\delta + C_2$.

Вместе с тем $\frac{\partial t_{01}}{\partial x} = C_1$.

С учетом сказанного выше из (13) получим:

$$-\lambda C_1|_{x=0} = AI_0 - \alpha_H(C_2 - t_{0H}),$$

$$-\lambda C_1|_{x=\delta} = K_{усл}(C_1\delta + C_2 - t_{0\delta}).$$

Откуда

$$C_1 = \frac{\alpha_H[\alpha_H(t_{0\delta} - t_{0H}) - AI_0]}{\lambda(\alpha_H + \alpha_\delta) + 2\delta\alpha_H\alpha_\delta},$$

$$C_2 = \frac{\lambda t_{0\delta}\alpha_\delta + (AI_0 + \alpha_H t_{0H})(\lambda + 2\delta\alpha_\delta)}{\lambda(\alpha_H + \alpha_\delta) + 2\delta\alpha_H\alpha_\delta}. \quad (16)$$

Теперь решим уравнение (11) при граничных условиях (14).

Решение уравнения (11):

$$t_{11} = C_3 sh(n, x) + C_4 ch(n, x). \quad (17)$$

Значение производной и самой температуры t_1 при $x=0$ и $x=\delta$ равно

$$t_{11}|_{x=0} = C_4,$$

$$t_{11}|_{x=\delta} = C_3 sh(n, \delta) + C_4 ch(n, \delta); \quad (18)$$

$$\frac{\partial t_{11}}{\partial x}|_{x=0} = (nC_3 ch(n, x) + nsh(n, x))|_{x=0} = nC_3,$$

$$\frac{\partial t_{11}}{\partial x}|_{x=\delta} = nC_3 ch(n, \delta) + nsh(n, \delta) \cdot C_4.$$

Подставляя (18) в (14), получим:

$$-\lambda nC_3 = AI - \alpha_H(C_4 - t_{1H}e^{-i\varphi H});$$

$$-\lambda(nC_3 ch(n, \delta) + nC_4 sh(n, \delta)) =$$

$$= K_{усл}(C_3 sh(n, \delta) + C_4 ch(n, \delta)) -$$

$$- t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta}. \quad (19)$$

Из (19), предварительно вводя обозначения

$$\psi = \lambda nch(n, \delta) + K_{усл} sh(n, \delta);$$

$$r = K_{усл} n\lambda; \quad N = \alpha_H \psi; \quad (20)$$

$$m = sh(n, \delta) [K_{усл} \alpha_H + \lambda^2 n^2] +$$

$$+ \lambda n(K_{усл} + \alpha_H) ch(n, \delta),$$

получим:

$$C_3 = \frac{t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta} \cdot r \alpha_H + AI(\psi \alpha_H - m) + t_{1H} e^{-i\varphi H} (N \alpha_H - \alpha_H m)}{m},$$

$$C_4 = \frac{t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta} \cdot r + AI\psi + t_{1H} e^{-i\varphi H} \cdot N}{m}. \quad (21)$$

Из (17) с учетом (21) имеем:

$$t_{11}|_{x=\delta} = \frac{t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta} (r \alpha_H sh(n, \delta) + rCh(n, \delta) \lambda n)}{m} +$$

$$+ \frac{AI[(\psi \alpha_H - m)sh(n, \delta) + \psi ch(n, \delta) \lambda n]}{m} +$$

$$+ \frac{t_{1H} e^{-i\varphi H} [(\alpha_H N - \alpha_H m)sh(n, \delta) + n\lambda ch(n, \delta)]}{m}, \quad (22)$$

или

$$\begin{cases} t_{11}|_{x=\delta} = \frac{\beta t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta} + AIk + \eta t_{1H}}{m}, \\ t_{11}|_{x=0} = \frac{t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta} \cdot \eta + AIg + t_{1H} e^{-i\varphi H} \cdot N}{m}. \end{cases} \quad (23)$$

где $\beta = K_{усл} n\lambda ch(n, \delta) + K_{усл} \alpha_H sh(n, \delta)$,

$$k = \lambda n, \quad \eta = \alpha_H k e^{-i\varphi H}$$

Окончательно для t_1

$$t_1|_{x=0} = \frac{(K_{усл} \delta + \lambda)(AI_0 + \alpha_H t_{0H}) + K_{усл} \lambda \cdot t_{0\delta}}{K_{усл} \lambda + (K_{усл} \delta + \lambda) \alpha_H} +$$

$$+ \frac{AI\psi + t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta} r + t_{1H} e^{-i\varphi H} \cdot N}{m} \cdot e^{i\omega \tau},$$

$$t_1|_{x=\delta} = \left[\frac{K_{усл} t_{0\delta} \alpha_H - K_{усл} (AI_0 + \alpha_H t_{0H})}{K_{усл} \lambda + (K_{усл} \delta + \lambda) \alpha_H} \right] \cdot \delta +$$

$$+ \frac{(K_{усл} \delta + \lambda)(AI_0 + \alpha_H t_{0H}) + K_{усл} \lambda \cdot t_{0\delta}}{K_{усл} \lambda + (K_{усл} \delta + \lambda) \alpha_H} +$$

$$+ \frac{\beta \cdot t_{1\delta} e^{-i\varphi \delta} + AIk + \eta t_{1H}}{m} \cdot e^{i\omega \tau}. \quad (24)$$

Представим (1) в виде

$$E \frac{dt_\delta}{d\tau} + Dt_\delta = [K_{усл} t_1 F + \alpha_{ин} F_{ин} t_n]_{x=\delta}, \quad (25)$$

где $E = c_\delta \rho_\delta V_\delta + c_\kappa \rho_\kappa V_\kappa$, $D = K_{усл} F + \alpha_{ин} F_{ин}$.

Решение (25) ищется в виде

$$t_\delta = t_{0\delta} + t_{1\delta} e^{i\omega \tau}. \quad (26)$$

С учетом (24), подставляя (26) в (25) и выделяя члены, содержащие и не содержащие $e^{i\omega\tau}$, получим:

$$t_{0\theta} D = K_{\text{усл}} F \cdot \left[\left(\frac{K_{\text{усл}} t_{0\theta} \alpha_n - K_{\text{усл}} (AI_0 + \alpha_n t_{0\theta})}{K_{\text{усл}} \lambda + (K_{\text{усл}} \delta + \lambda) \alpha_n} \right) \cdot \delta + \frac{(K_{\text{усл}} \delta + \lambda) (AI_0 + \alpha_n t_{0\theta}) + K_{\text{усл}} \lambda \cdot t_{0\theta}}{K_{\text{усл}} \lambda + (K_{\text{усл}} \delta + \lambda) \alpha_n} + \alpha_{\text{ин}} F_{\text{ин}} t_{0\theta} \right], \quad (27)$$

$$i\omega E t_{1\theta} + D t_{1\theta} = \left[K_{\text{усл}} F \cdot \frac{\beta t_{1\theta} e^{-i\varphi\tau} + AIk + \eta t_{1\theta} + \alpha_{\text{ин}} F_{\text{ин}} t_{1\theta}}{m} \right]. \quad (28)$$

Из (27) и (28) можно найти значения $t_{0\theta}$ и $t_{1\theta}$ через параметры наружного воздуха и падающую радиацию.

В случае отсутствия инфильтрации или при пренебрежении инфильтрацией $\alpha_{\text{ин}} = 0$, имеем:

$$t_{0\theta} = K_{\text{усл}} F \left[\frac{\lambda (AI_0 + \alpha_n t_{0\theta})}{D(K_{\text{усл}} \lambda + (K_{\text{усл}} \delta + \lambda) \alpha_n) - K_{\text{усл}}^2 F (\lambda + \alpha_n \delta)} \right], \quad (29)$$

$$t_{1\theta} = \frac{K_{\text{усл}} F}{(i\omega E + D)} \left[\frac{\beta t_{1\theta} e^{-i\varphi\tau} + AIk + \eta t_{1\theta}}{m} \right]. \quad (30)$$

В последней формуле (30), из которой находится $t_{1\theta}$, становится возможным выявить теплофизические параметры, с помощью которых можно снизить общий уровень колебания температуры ограждающей конструкции зданий.

Следует отметить, что разность между величинами, найденными по формулам (30) и (29), составляет величину расчетной амплитуды колебания температуры внутренней поверхности ограждающих конструкций зданий $- A_{\tau\theta}$:

$$A_{\tau\theta} = t_{1\theta} - t_{0\theta} = \left(\frac{F (AI \lambda_n + \eta t_{1\theta})}{K_{\text{усл}}^{-1} m (i\omega E + D) - F e^{-i\omega\tau}} \right) - \left(\frac{K_{\text{усл}} F \lambda (AI_0 + \alpha_n t_{0\theta})}{D(K_{\text{усл}} \lambda + (K_{\text{усл}} \delta + \lambda) \alpha_n) - K_{\text{усл}}^2 F (\lambda + \alpha_n \delta)} \right). \quad (31)$$

При обеспечении теплоустойчивости ограждающих конструкций, найденное по формуле (31) значение $A_{\tau\theta}$ не должно превышать нормативного (требуемого) значения амплитуды колебания температуры внутренней поверхности ограждающих конструкций $- A_{\tau\theta}^{mp}$, согласно нормативным документам [3]

$$A_{\tau\theta} = (t_{1\theta} - t_{0\theta}) \leq A_{\tau\theta}^{mp}. \quad (32)$$

В свою очередь, $A_{\tau\theta}^{mp}$ определяется по нижеприведенной в нормативной литературе формуле [3]:

$$A_{\tau\theta}^{mp} = 2,5 - 0,1(t_H - 21). \quad (33)$$

В формуле (33) t_H – температура наиболее жаркого месяца района местонахождения здания или сооружения, °С, определяемая также по нормативной литературе [4].

Таким образом, используя разработанную математическую модель теплового режима зданий, становится возможным дать оценку теплоустойчивости его ограждающих конструкций.

Литература

1. Богословский В.Н. Строительная теплофизика (теплофизические основы отопления, вентиляции и кондиционирования воздуха). М.: Высш. школа, 1982. 415 с.
2. Лыков А.В. Тепломассообмен: справочник. М.: Энергия, 1978. 408 с.
3. СНиП II-3-79** Строительная теплотехника. Нормы проектирования. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. 32 с.
4. СНиП 2.01.01-82 Строительная климатология и геофизика / Госстрой СССР. М.: Стройиздат, 1983. 136 с.