УДК: 519.71, 376.112.4

Пашаев А.Б., Сабзиев Э.Н.
Kiber Ltd Company г. Баку, Азербайджан

РЕШЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПОНИМАНИЯ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ АКУСТИЧЕСКОЙ РАЗВЕДКИ

Одним из эффективных приемов в обучении навыков математического моделирования является проблемный подход. Часто, на первый взгляд, задачи могут казаться очень схожими, а при системном анализе выдвинутых условий приходит понимание различий в постановке, и следовательно, в методах решения этих задач. В данной работе демонстрируется дифференцированный подход в исследовании решения задачи на примере задачи акустической разведки.

Проблемный подход является одним из эффективных приемов в обучении навыков математического моделирования. Преимущество этого подхода, с одной стороны, состоит в том, что избегается усвоение предмета или отдельных тем передачей знаний в некотором случайно складывающемся порядке, предлагая исследовать реальные, неформализованные задачи. А с другой - сопутствует развитию активного поиска особенностей исследуемой задачи, анализируя специфические нюансы, сравнивая с ранее известными задачами и приемами их решения, синтезируя знания и методы, полученные при рассмотрении задач из других предметных областей. Таким образом, у будущих инженеров и исследователей, поставленных в соответствующую ситуацию, развивается междисциплинарный подход усвоения и углубления знаний [3]. Часто, на первый взгляд, задачи могут казаться очень схожими, а при системном анализе выдвинутых условий приходит понимание различий в постановке, и следовательно, в методах решения этих задач. В данной работе демонстрируется дифференцированный подход к решению на примере задачи акустической разведки.

С математической точки зрения, общая задача акустической разведки заключается в следующем: Определить место расположения (т.е. координаты) источника акустического сигнала, на основании времени (моментов) фиксации в пунктах приема сигнала. (эпицентр, гипоцентр)

Конечно, на основании скорости распространения и точного времени фиксации сигнала для каждой выбранной пары приемников можно определять относительное опоздание сигнала. С геометрической точки зрения, заданая разность расстояний определяет гиперболоид с фокусами, расположенными в точках приема сигнала. Таким образом, задача может быть сведена к определению точки, которая располагается в пересечении этих гиперболоидов. Чтобы написать основные формулы, описывающие эти гиперболоиды, сначала введем некоторые обозначения.

Пусть источник звукового сигнала расположен в точке $A(x, y, z)$, где координаты x, y, z должны определяться из условий задачи. Пусть имеются n приемников сигналов, расположенных в точках $P_j(x_j, y_j, z_j)$, $j = 0,1,...,n$. Будем полагать, что наиболее близко расположенный к источнику сигнала приемник расположен в точке $P_0(x_0, y_0, z_0)$ координатами $(x_0, y_0, z_0) = (0,0,0)$. Пусть акустический сигнал достигает j-го приемника в момент T_j, а средняя скорость распределения сигнала v.

Обозначим $R_j = v \cdot (T_j - T_0)$. Тогда, для определения координат x, y, z можно написать следующую систему уравнений:

$$\sqrt{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 + (z-z_j)^2} \cong \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + R_j, \ j = 1,2,...,n. \tag{1}$$

Здесь знак “$\cong$” указывает на то, что равенства (1), в реальных условиях, не всегда удовлетворяются точно.

Когда источник акустического сигнала и приемники располагаются на одной плоскости, получается частный случай задачи, который может описываться системой уравнений:

$$\sqrt{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2} \cong \sqrt{x^2+y^2}+R_j,\ j=1,2,...,n. \qquad (2)$$

Ниже рассмотрим три варианта задачи определения источника акустического сигнала.

Задача 1. Определение местонахождения подводного объекта. Она заключается в определении координат подводного аппарата на основе генерируемого им акустического сигнала. Поскольку скорость распространения сигнала в воде во всех направлениях одинакова, предполагают, что равенства (1) выполняются точно.

Поскольку число неизвестных x, y, z три, необходим по крайней мере $n=3$ уравнений. Однако, следует заметить, что система (1) может иметь более одного решения. Следовательно, для выбора нужного из них, если таковое требуется, необходимо учитывать некоторые дополнительные условия. Например, точка с координатами x, y, z, расположенная выше водного бассейна, очевидно, должна отбрасываться из рассмотрения.

Задача 2. Задача звуковой разведки артиллерии [5, С. 61]. Звуковая разведка ведётся в наземной артиллерии звукометрическими подразделениями, оснащенными специальными звукометрическими приборами, позволяющими определять координаты ненаблюдаемых стреляющих батарей противника (орудий, миномётов, пусковых установок реактивной артиллерии) по звуку их выстрелов. Считаем, что эта задача имеет следующие особенности:

- источник акустического сигнала и приемники расположены на одной плоскости, т.е. может быть применена модель (2);
- расстояние до источника акустического сигнала многократно больше, чем расстояние между приемниками;
- известно приблизительное направление поиска источника сигнала;
- влияние ветра не учитывается.

Такая постановка сильно упрощает задачу [4]. Во-первых, очевидно, что для решения задачи достаточно довольствоваться числом уравнений 2, т.е. $n=2$. Во вторых, можно предположить, что источник акустического сигнала находится на пересечении асимптотик соответствующих гипербол [1, с. 82].

Допустим, эти гиперболы имеют наклонную асимптоту. (Если асимптоты не наклонные, то они строятся тривиально). Для каждого $j=1,2$ обозначим через α_{j1} и α_{j2} корней уравнения $(R_j^2-y_j^2)\alpha_j^2+2x_jy_j\alpha_j+(R_j^2-x_j^2)=0$ и $\beta_{j1}=\frac{1}{2}(y_j-\alpha_{j1}x_j)$, $\beta_{j2}=\frac{1}{2}(y_j-\alpha_{j2}x_j)$. Тогда асимптоты рассматриваемых гипербол будут [2, С.309]:

$$y=\alpha_{j1}x+\beta_{j1},\ y=\alpha_{j2}x+\beta_{j2},\ j=1,2. \qquad (3)$$

Таким образом, определение координат x, y сведено к решению системы линейных уравнений (3). Очевидно, рассматривая разные пары системы (3), можем получать несколько решений и с учетом предварительной информации о месте расположения источника можем выбрать достоверную пару x, y.

Задача 3. Определение эпицентра и глубины источника (гипоцентра) по данным стационарных станций наблюдения и регистрации акустического сигнала.

Особенность этой задачи в следующем. Во-первых, земные породы неоднородные, из-за чего акустический сигнал распространяется не по прямой линии. Поэтому, реальные координаты x, y, z соотношений могут не удовлетворять систему уравнений (1).

Во вторых, стационарные станции располагаются в больших удалениях друг от друга и эти расстояния сопоставимы с расстоянием от источника гео-акустического сигнала до станций регистрации.

В таких случаях, целесообразно использовать, на первый взгляд избыточное число уравнений, например, $n = 5$ и применять другой подход в математическом моделирование задачи. А именно, мы поступим следующим образом. Возведя равенство (1) в квадрат и обозначая $2g_j = x_j^2 + y_j^2 + z_j^2 - R_j^2$, получим

$$R_j^2\left(x^2 + y^2 + z^2\right) - \left(x \cdot x_j + y \cdot y_j + z \cdot z_j - g_j\right)^2 \approx 0, \quad j = 1,2,\ldots,n,$$

а отсюда, суммируя квадраты левых частей, получим функционал

$$\Im(x, y, z) = \sum_{j=1}^{n}\left[R_j^2\left(x^2 + y^2 + z^2\right) - \left(x \cdot x_j + y \cdot y_j + z \cdot z_j - g_j\right)^2\right]^2. \tag{4}$$

Таким образом, нахождение координат x, y, z, сведено к исследованию минимизации функционала (4). По построению $\Im(x, y, z)$ положительный функционал и точку его минимума можем искать разными методами. Например, минимум функционала $\Im(x, y, z)$ можно искать среди стационарных точек, которые удовлетворяют систему уравнений

$$\frac{\partial}{\partial x}\Im(x, y, z) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y}\Im(x, y, z) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial y}\Im(x, y, z) = 0. \tag{5}$$

Очевидно, (5) представляет из себя систему алгебраических уравнений третьего порядка относительно x, y, z и для их численного нахождения может быть применен многомерный вариант метода Ньютона [2, с. 509]. Или для исследования минимума $\Im(x, y, z)$ можем применять метод градиента [6, с. 191].

Таким образом, на первый взгляд, очень близкие задачи при глубоком анализе обстоятельств и условий приведены к разным математическим задачам и методам их исследования.

Очевидно, каждый педагогический прием предназначен для достижения какой-либо цели. Цель проблемного подхода в обучении не просто усвоение системы знаний, приемов моделирования и решения задач, а формирование творческих способностей у обучаемых и развитие навыков поиска путей решения поставленных задач.

Авторы работы в своей преподавательской практике неоднократно применяли проблемный подход и по сравнении с другими методами (рассказ, объяснение, лекция, беседа; метод иллюстрации и демонстрации при устном изложении изучаемого материала), он оказался более плодотворным и эффективным. Считаем, что он является наиболее приемлемым подходом в подготовке инженерных кадров.

Литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Высшая школа. 1998, - 320 с.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. - М.: Наука, Ч.1, 1982. - 616 с.
3. Кухаренко В.Н., Рыбалко Е.В., Олейник Т.А., Савченко Н.В. Основы дистанционного обучения. - Харьков, ХГПУ, 1999. - 182 с. http://users.kpi.kharkov.ua/lre/bde/rus/
4. Пашаев А.Б., Сабзиев Э.Н. Идентификация координат источников звуковых сигналов. /Труды Республиканской научной конференции «Современные проблемы информатизации, кибернетики и информационных технологий». - Баку, 2003, Т. 2, - С.58-60.

5. Таланов А.В. Звуковая разведка артиллерии. - М.: Воениздат МВС СССР, 1948. - 400 с.

6. Эльстер К.-Х., Рейнгардт Р., Шойбле М., Донат Г. Введение в нелинейное программирование. - М.: Наука, 1985. - 264 с.