

УДК 532.593:532.529 (575.2) (04)

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ  
МЕЖФАЗНОГО ТЕПЛОМАССОБМЕНА  
НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН  
В ПАРОЖИДКОСТНЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ**

*А.Г. Кутушев, А. Мамытов*

Тюменский филиал Института теоретической  
и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН

---

The results of numerical modeling of non-stationary stepped air-blasts evolution are reported taking into account heat and mass exchange processes. It is shown that for vapor-liquid mixtures the pointed processes are the determined dissipative processes. The solutions were compared with and without mass exchange process.

Распространение ударных волн ступенчатого вида в жидкости с паровыми пузырьками изучалось в целом ряде работ, анализ которых содержится в обзоре [1] и монографиях [2, 3]. В [1] обсуждаются работы, в которых исследуются закономерности распространения акустических возмущений, структура и эволюция волн конечной амплитуды в жидкостях с пузырьками пара. В [2] приводятся результаты экспериментального исследования эволюции волн давления в парожидкостных пузырьковых средах. Для теоретического описания экспериментальных результатов в [2] развита модель распространения малых нелинейных возмущений, основанная на приближении “квазипростых” волн. Указанная модель является обобщением уравнения Бюргерса – Кортевега-де Вриза и пригодна лишь для анализа эволюции слабых волн давления конечной амплитуды, распространяющихся в одном направлении. В [3] исследовалась структура ударных волн в парожидкостных смесях в рамках полной системы уравнений движения дисперсных сред. Нестационарные ударно-волновые процессы в пузырьковых парожидкостных средах изучались в [4, 5]. Следует отметить, что в [4, 5] не в полной мере исследованы процессы межфазного теплообмена. В частности, отсутствует адекватное сравнение численных решений, соответствующих распространению ударных волн в пузырьковых парожидкостных средах в условиях наличия и отсутствия фазовых превращений. Приводится лишь косвенное сравнение решений, полученных для пароводяной и воздушно-водяной пузырьковых сред. В настоящей работе, являющейся логическим продолжением [4, 5], проведено детальное изучение влияния процессов теплообмена на эволюцию ударных волн в пароводяных пузырьковых средах.

**Основные допущения и уравнения.** Следуя работам [1, 3], эволюция нестационарных ударных волн в жидкости, содержащей пузырьки пара, рассматривается при следующих основных предположениях: 1) расстояния, на которых параметры потока меняются существенно, много больше расстояний между пузырьками, которые, в свою очередь, гораздо больше размеров пузырьков; 2) смесь локально монодисперсная, т.е. в каждом элементарном объеме смеси все пузырьки сферические и одного радиуса; 3) вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессах межфазного взаимодействия и, в частности, при пульсациях пузырьков; 4) отсутствуют процессы зарождения,

дробления, взаимодействия и коагуляции пузырьков; 5) скорости макроскопического продольного движения фаз совпадают; 6) влияние внешних массовых сил пренебрежимо мало; 7) теплофизические свойства фаз не зависят от температуры; 8) несущая жидкая фаза является несжимаемой средой; 9) дисперсная паровая фаза рассматривается как идеальный калорически совершенный газ, подчиняющийся уравнению Клапейрона – Менделеева; 10) температура внутри пузырьков, как и их давление, считаются однородными, удовлетворяющими условию насыщения, и пар на линии насыщения подчиняется уравнению Клапейрона – Клаузиуса.

При сделанных допущениях замкнутая система уравнений для одномерного движения смеси жидкости с пузырьками пара в системе координат Лагранжа  $(x, t)$  будет иметь следующий вид [4, 5]:

$$\begin{aligned} \rho_1^0 c_1 \left( \frac{\partial T_1'}{\partial t} + w_1' \frac{\partial T_1'}{\partial r} \right) &= \frac{\lambda_1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T_1'}{\partial r} \right), \quad w_1' = w_{1\sigma} \frac{R^2}{r^2}, \\ t=0: \quad T_1' &= T_0, \quad r=R(t): \quad T_1 = T_s(P_2), \quad r=R\alpha_2^{-1/3}: \quad \partial T_1' / \partial r = 0, \\ \frac{\partial R}{\partial t} &= w_1 + \frac{j}{\rho_1^0}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -3 \frac{\alpha_2 \rho w_1}{R}, \\ \frac{\partial w_1}{\partial t} &= \frac{1}{(1-\varphi^{(1)})} \left[ \frac{1}{R\rho_1^0} \left( p_2 - p_1 - \frac{2\sigma}{R} \right) - \frac{3}{2R} (1-\varphi^{(2)}) w_1^2 - \frac{4v_1}{R^2} w_1 \right], \\ \frac{\partial p_2}{\partial t} &= -\frac{3\gamma p_2}{\gamma_* R} \left( -\frac{q_{1\sigma}}{l\rho_2^0} + \frac{\partial R}{\partial t} \right), \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} = \frac{T_2}{\rho_2^0 l} \left( 1 - \frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} \right) \frac{\partial p_2}{\partial t}, \\ \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \Phi(x) \frac{\partial p}{\partial x} &= M, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 3 \frac{\alpha_2 \rho_0 w_1}{\rho R}, \\ \rho_i &= \alpha_i \rho_i^0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad (i=1,2) \quad \rho_i^0 = const, \\ p &= \alpha_1 p_1 + \alpha_2 \left( p_2 - \frac{2\sigma}{R} \right), \quad p_2 = B \rho_2^0 T_2, \quad (B = \frac{\gamma-1}{\gamma} c_{p_2}), \\ q_{1\sigma} &= -\lambda_1 \frac{\partial T_1'}{\partial r} \Big|_{r=R(t)}, \quad q_{2\sigma} = \frac{R}{3} \left[ \frac{c_{p_2} T_2}{l} \left( 1 - \frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} \right) - 1 \right] \frac{\partial p_2}{\partial t} \\ j &= \frac{-(q_{1\sigma} + q_{2\sigma})}{l}, \quad \varphi^{(1)} = \frac{3}{2} \frac{\alpha_2^{\frac{1}{2}} - \alpha_2}{1 - \alpha_2}, \quad \varphi^{(2)} = \frac{(2 + \alpha_2) \alpha_2^{\frac{1}{2}} - 3\alpha_2}{1 - \alpha_2}, \\ \gamma_* &= 1 + (\gamma - 1) \left( 1 - \frac{c_{p_2} T_2}{l} \right) \left[ 1 - \frac{c_{p_2} T_2}{l} \left( 1 - \frac{\rho_2^0}{\rho_1^0} \right) \right], \\ M &= -\frac{3\rho_0^2 \alpha_2}{\rho R^2 (1-\varphi^{(1)})} \left[ \frac{w_1^2}{2} (1 - 4\varphi^{(1)} + 3\varphi^{(2)}) - \frac{4v_1}{R} w_1 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2j}{\rho_1^0} (1 - \varphi^{(1)}) w_1 + \frac{1}{\rho_1^0} \left( p_2 - p_1 - \frac{2\sigma}{R} \right) \right], \quad \Phi(x) = -\frac{1}{\rho_1^0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь через  $T_1', R, w_1, w_{1\sigma}, \rho, p_1, p_2, p, T_2, v$  обозначены температура жидкости на расстоянии  $r$  от центра пузырька, радиус пузырька, радиальная скорость микродвижения жидкости вокруг пробного

пузырька, радиальная скорость “стенки” пузырька, плотность смеси, давления в жидкой и паровой фазах и в смеси в целом; температура пара, скорость пузырьковой среды.

Через  $\rho_i, \rho_i^0, \alpha_i$  обозначены приведенная и истинная плотности, а также объемное содержание  $i$ -й фазы ( $i = 1$  – жидкость,  $i = 2$  – пар);  $\rho_0$  – плотность смеси в невозмущенном состоянии;  $j$  – интенсивность фазового перехода на поверхности одиночного пузырька;  $q_{i\sigma}$  – тепловой поток к межфазной поверхности ( $\sigma$  – “фазе”) со стороны  $i$ -й фазы;  $T_s(p_2)$  – температура насыщения на межфазной границе;  $T_0$  – начальная температура смеси;  $c_1, \lambda_1$  – удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности жидкости;  $c_{p2}, \gamma, B$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении, показатель адиабаты и газовая постоянная пара;  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения на границе жидкости с паром;  $l$  – удельная теплота парообразования;  $\nu_1$  – кинематическая вязкость жидкости;  $\varphi^{(1)}, \varphi^{(2)}$  – поправочные коэффициенты, учитывающие неоднородность пузырьков в смеси.

**Постановка задачи и некоторые результаты расчетов.** Пусть однородная покоящаяся равновесная парожидкостная монодисперсная пузырьковая среда находится в цилиндрической трубе, неограниченной с правой стороны и закрытой поршнем с левой стороны. В начальный момент времени поршень мгновенно начинает вдвигаться в трубу с постоянной скоростью. Требуется изучить влияние процессов межфазного тепломассообмена на возникающее нестационарное ударно-волновое движение парожидкостной пузырьковой смеси.

Начальные условия для сформулированной задачи имеют вид:

$$t = 0: \quad p_1 = p_0, \quad p_2 = p_0 + \frac{2\sigma}{R_0}, \quad R = R_0, \quad T_1 = T_2 = T_0, \quad w_1 = w_2 = v = 0. \quad (2)$$

Граничные условия на левом ( $x = 0$ ) и правом ( $x = \infty$ ) концах слоя пузырьковой среды задаются в виде:

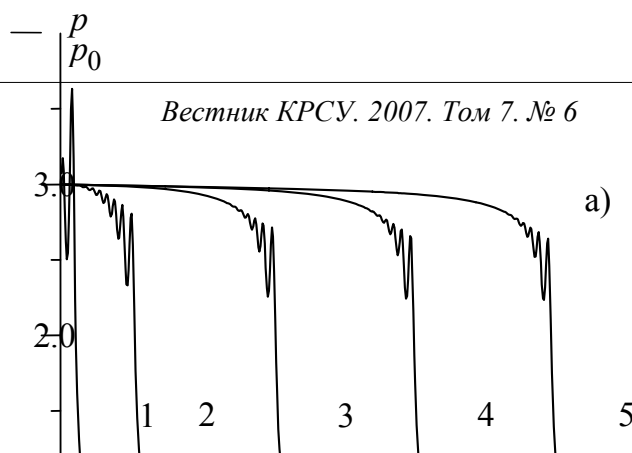
$$x = 0: \quad p = p_e = const, \quad x = \infty: \quad p = p_0. \quad (3)$$

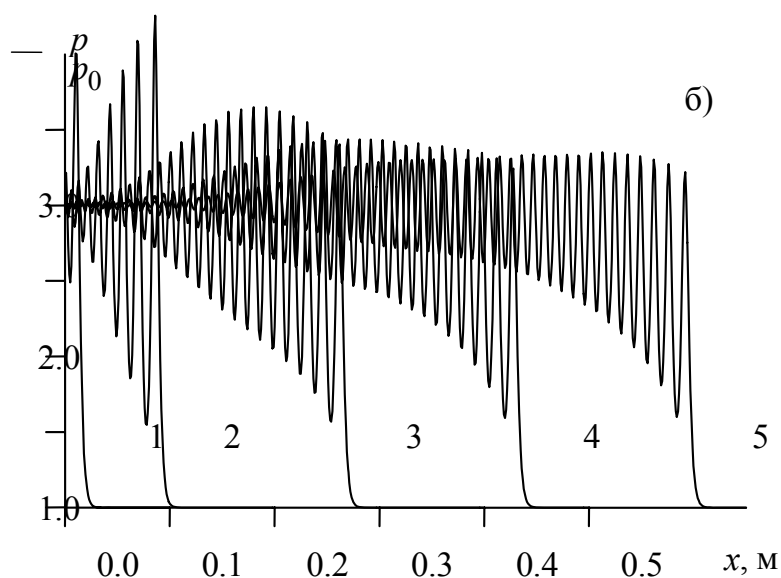
Здесь  $p_e$  – давление на поршне, инициирующее ударную волну типа “ступенька”.

Численное интегрирование уравнений движения пузырьковой смеси (1) с начальными (2) и граничными (3) условиями осуществлялось методом [4, 6] посредством программы, написанной на алгоритмическом языке “Фортран”. Контроль точности осуществлялся путем пересчета на более мелких сетках. Расчеты выполнялись для пароводяных смесей при  $T_0 = 373$  К и  $p_0 = 1$  бар. Значения термодинамических параметров пара и воды при указанных условиях приведены в [4, 5, 7]. Начальный радиус пузырьков ( $R_0$ ) полагался равным 1 мм, исходное объемное содержание паровой фазы в смеси ( $\alpha_{20}$ ) принималось равным 0,05, а давление на поршне ( $p_e$ ) взято равным 3 бар.

Некоторые результаты численного моделирования нестационарных волновых процессов в парожидкостной пузырьковой среде с учетом межфазного тепломассообмена приведены на рисунке (а). Показаны расчетные профили давления в парожидкостной дисперсной смеси на моменты времени 0,2; 1; 3; 5; и 7 мс (кривые 1÷5) с начала стационарного воздействия на двухфазную среду с поршнем, вдвигаемым в трубу с постоянной скоростью (или с постоянным давлением  $p_e = 3$  бар).

На рисунке (а) видно, что с самого момента воздействия поршня на парожидкостную смесь формируется нестационарная ударная волна с осцилляционной структурой. Появление осцилляций давлений за фронтом волны обусловлено локальной деформационной инерцией жидкости при изменении объема дисперсной смеси из-за изменения объема паровых пузырьков и упругости пара в пузырьках. Именно благодаря отмеченным эффектам на начальной нестационарной стадии распространения ударной волны наблюдается усиление амплитуды давления волнового возмущения (см. кривую 1 на рис. а).





Моделирование нестационарных волновых процессов  
в парожидкостной пузырьковой среде

Дальнейшая эволюция ударной волны в пузырьковой парожидкостной смеси обусловлена диссипативными эффектами межфазного теплообмена и передачей кинетической энергии радиального движения в соседние объемы смеси за счет относительного движения газовой и жидкой фаз. Отметим, что при радиальном пульсационном движении пузырьков вследствие теплообмена и фазовых переходов (в большей степени – конденсации пара ( $j < 0$ ) и в меньшей степени – испарения жидкости ( $j > 0$ )) имеет место тепловая диссипация энергии ударной волны. Благодаря диссипативным процессам ударная волна в пузырьковой парожидкостной смеси постепенно выходит на стационарную конфигурацию.

При отсутствии процесса межфазного массообмена ( $j = 0$ ) картина волнового движения в пузырьковой смеси заметным образом отличается от аналогичного процесса в пузырьковой среде  $j \neq 0$ . Для иллюстрации этого на рисунке (б) продемонстрированы профили давления в пузырьковой пароводяной смеси с принудительным “замороженным” массообменом ( $j = 0$ ). Из сравнения решений, представленных на рисунке (а) и (б) видно, что процесс массообмена в значительной мере уменьшает время выхода ударной волны на стационарный режим распространения; амплитуды пульсационных пиковых давлений за фронтом ударной волны при  $j \neq 0$  заметно меньше, чем в идентичной среде без фазовых превращений.

Таким образом, в работе расчетным путем осуществлено сравнение эволюции нестационарных ударных волн в адекватных парожидкостных средах с учетом и без учета процесса межфазного массообмена. Показано, что процессы межфазного теплообмена приводят к усилению диссипативных эффектов и к сужению зоны релаксации ударной волны в парожидкостной пузырьковой смеси.

### Литература

1. Губайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С. Волны в жидкостях с пузырьками // Итоги науки и техники. – М.: ВИНТИ. – Сер. Механика жидкости и газа, 1982. – Т. 17. – С. 160–249.
2. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – М.: Наука, 1987. – Т. 2. – 360 с.
4. Зьонг Нгок Хай, Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками пара // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1984. – №5. – С. 117–125.
5. Nigmatulin R.I., Khabeev N.S., Zuong Ngok Hai. Waves in liquids with vapour bubbles // J. Fluid Mech. – 1988. – V. 186. – P. 85–117.
6. Губайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа // ДАН СССР. МЖГ. – 1976. – Т. 226. – №6. – С. 1299–1302.
7. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.