УДК 51 (07):371.3

Салыков С.С., Назарбаева М.Т., Кадырова А.Б.
К.Тыныстанов атындагы ЫМУ

КЛАССТАН ТЫШКАРКЫ ИШТЕР АРКЫЛУУ ОКУУЧУЛАРДЫН МАТЕМАТИКАГА КЫЗЫГУУСУН ПАЙДА КЫЛУУ МАСЕЛЕЛЕРИ

Макалада мектеп окуучуларынын математика предметин окуп үйрөнүүгө кызыгууларын пайда кылуунун жана калыптандыруунун ыкмалары, ошондой эле тиешелүү мазмундары чагылдырылып көрсөтүлгөн.

Коом тарабынан жалпы билим берүүгө коюлган талаптарды жана Каракол шаарынын, ошондой эле облаcттын мугалимдеринин иштерин анализдөө көрсөткөндөй, учурдагы эң маанилүү маселе катарында окуучулардын чыгармачылык мүнөздөгү өз алдынчалуулугун өстүрүүнү жана алардын математикалык даярдыктарынын деңгээлин көтөрүүнү көрсөтүүгө болот. Бул көрсөтүлгөн маселелерди ийгиликтүү ишке ашыруу аркылуу окуучулардын предметке карата болгон туруктуу кызыгууларын пайда кылууга бир далай шарт түзүлмөк.

Практика көрсөткөндөй, математика боюнча класстан тышкаркы иштердин негизги формасы болуп кружок эсептелет да, анын тематикасын тандап алууну иш жүзүнө ашырууда программада каралган окуу материалдарын максималдуу пайдалануу менен ишти пландаштыра алат. Биз чакан макалабызда негизги орто мектептин алгебра курсунун айрым темалары боюнча кружокто сунуш кылууга мүмкүн болгон материалдардын баяндамасына жана методикалык маселелерине талдоо жүргүзмөкчүбүз. Макалада келтирилген окуу материалдары жогорку курстун студенттерине педагогикалык практика учурунда жана мугалимдерге окуучулардын предметке болгон кызыгууларын тарбиялоо ишин ырааттуу жүргүзүүгө өбөлгө болот деген ойдобуз.

Негизги орто мектептин алгебра курсунун негизги мазмундук-методикалык багыттарынын бири теңдемелер жана аларды чыгаруу багыты экендиги белгилүү. Ал эми көрсөтүлгөн багыттын борбордук темасы болуп квадраттык теңдеме жана аны чыгарууга байланыштуу болгон окуу материалдары эсептелет. Анткени квадраттык теңдемелерди окуп үйрөнүү менен окуучулар аларды чыгаруунун, салыштырмалуу түрдө жөнөкөй болгон, алгоритмасын өздөштүрүшүп, бир катар аныктамалар (квадраттык теңдеме, келтирилген квадраттык теңдеме, теңдеменин тамырлары ж.б.) жана теоремалар (Виеттин теоремасы, квадраттык үч мүчөнү көбөйтүүчүлөргө ажыратуу ж.б.) менен таанышып, аларды колдонуу машыгууларына ээ болушат. Ушул темага байланыштуу болгон, программаны толуктаган, квадраттык теңдемени чыгаруунун бир нече графиктик жолдорун кружокто окуучуларга сунуш кылууга болот.

$x^2+px+q=0$ деген келтирилген квадраттык теңдеме берилсин (бир белгисизи бар экинчи даражадагы ар кандай теңдемени ушундай түргө келтирүүгө мүмкүн экенин белгилейли).

1-жол. Бул жол окуучуларга, негизинен, тааныш: $y=x^2+px+q$ параболасын түзөбүз да, анын OX огу менен кесилишкен чекиттеринин абсциссаларын издейбиз. Мында параболаны чийүү үчүн, ишти жеңилдетүү максатында $y= x^2$ параболасынын шаблонун колдонууга болот. $y= x^2$ параболасын параллель көчүрүү менен, анын чокусун $(\frac{p}{2};\ \frac{4q-p^2}{4})$ чекити менен дал келтирип, натыйжада, берилген теңдемеге туура келе турган параболаны алабыз. Координата системасында параллель көчүрүү менен ($y= x^2$ параболасын өзгөрүүсүз калтырып) да квадраттык теңдеменин тамырларын табууга мүмкүн экенин белгилейли.

2-учур берилген квадраттык теңдеменин ордуна $\begin{cases} y = x^2 \\ y + px + q = 0 \end{cases}$ системасынын чыгарылышын издөө менен байланышта. Мында $y=x^2$ параболасынын $y+xp+q=0$ түз сызыгы менен кесилишкен чекитинин абсциссасы берилген теңдеменин тамырлары болот.

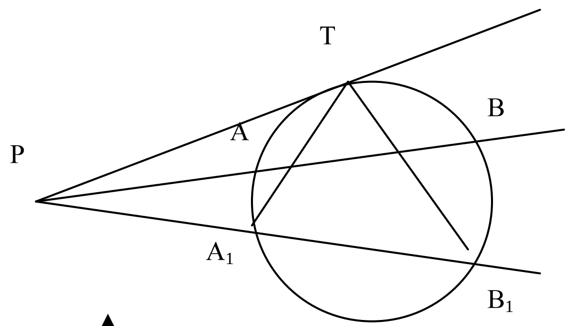
3-учур айлана түзүү менен байланыштуу. Бул учурда берилген квадраттык теңдемедеги p жана q коэффициенттери аркылуу, OX огу менен кесилишкен чекиттеринин абсциссалары $x^2+px+q=0$ теңдемесинин тамырлары болгон айлананын борборунун координаталарын жана радиусун аныктоо боюнча проблема пайда болот. Изделүүчү айлана OX огун $B(x_1;0)$ жана $C(x_2;0)$ чекиттеринде кесип өтүп, (мында x_1 жана x_2 $x^2+px+q=0$ теңдемесинин тамырлары) аныктык үчүн ал айлана A(0;1) чекити аркылуу өтсүн дейли. Коэффициенттер аркылуу изделип жаткан айлананы түзүү үчүн, тегерекке анын сыртында жаткан чекиттен жүргүзүлгөн жаныманын касиетин пайдалануу максатка ылайык (бул теореманын далилдөөсү [3] макалада берилгендиктен, биз аны колдонууга гана токтолобуз)

$PT^2=PA\cdot PB$

$PT^2=PA_1\cdot PB_1$ болгондуктан (1-сүрөт),

а) $PA\cdot PB= PA_1\cdot PB_1$ шарты аткарылат.

(1) натыйжаны биз түзгөн айланага пайдалансак, (2-сүрөт)

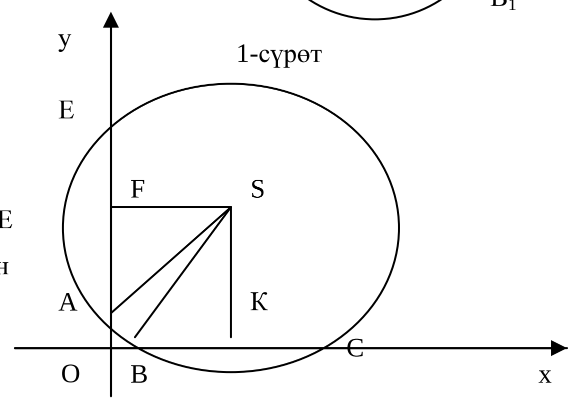


1-сүрөт

$OC\cdot OB=OE\cdot OA$ же $OE=\dfrac{OC\cdot OB}{OA}$

барабардыгына ээ болобуз.

(Демек ,$OE=\dfrac{x_2\cdot x_1}{1}$, ал эми $q=x_2\cdot x_1$. Анда OE= q экендиги келип чыгат). Айлананын борбору BC жана AE хордаларынын ортосуна тургузулган перпендикулярдын кесилишүү чекитинде жатат. Ошондуктан К чекити $\left(\dfrac{x_1+x_2}{2};0\right)$ координатасына ээ болот.



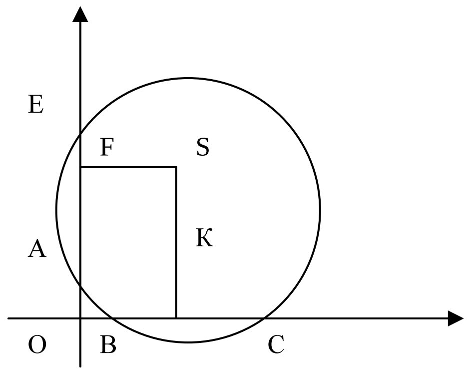
2-сүрөт

Виеттин теоремасы боюнча $x_1+x_2=-p$. Демек, $K\left(-\dfrac{p}{2};\ 0\right)$. Ал эми F чекитинин координатасы $\left(0;\ \dfrac{q+1}{2}\right)$, б.а., $F\left(0;\ \dfrac{q+1}{2}\right)$ (бул корутундулар $B(x_1;0)$, $C(x_2;0)$, A(0;1) жана E(0;q) деген болжолдоодон келип чыгарып эске салалы). Бул учурда айлананын борбору $S\left(-\dfrac{p}{2};\ \dfrac{q+1}{2}\right)$ координаталары менен мүнөздөлөрү түшүнүктүү (анткени, К чекитинин абсциссасы $-\dfrac{p}{2}$, ал эми F чекитинин ординатасы $\dfrac{q+1}{2}$). Алынган корутундулардан $x^2+px+q=0$ теңдемесинин тамырларын циркуль жана сызгычтын жардамы аркылуу табуунун төмөнкүдөй жолу келип чыгат:

1. $S\left(-\dfrac{p}{2};\ \dfrac{q+1}{2}\right)$ борборун берилген теңдеменин тиешелүү координаттары боюнча түзөбүз.
2. A(0;1) чекитин белгилейбиз.
3. W(S,R=SA) айланасын жүргүзөбүз.

4. Айлананын OX огу менен кесилишкен чекиттердин абсциссалары берилген квадраттык теңдеменин тамырлары болот.

Окуучулар менен бирдикте квадраттык теңдеменин тамырларын табуунун бул жолун колдонгондо үч учур болушу мүмкүн экенин изилдөө максатка ылайык:
а) Эгерде айлананын радиусу анын борборунун ординатасынан чоң болсо, анда теңдеме эки тамырга ээ болот, б.а., айлана OX огун эки чекитте кесип өтөт. б) Эгерде айланын радиусу анын борборунун ординатасына барабар болсо, анда айлана огун жанып өтүп, натыйжада, теңдеме эселүү тамырга ээ болот; в) Эгерде айлананын радиусу анын борборунун ординатасынан кичине болсо, анда, айлана OX огу менен жалпы чекитке ээ эмес болуп, демек, берилген теңдеме тамырга ээ болбойт. Мисал катарында x^2-5x+4=0 теңдемени циркуль жана сызгычтын жардамы менен чыгаруунун үлгүсүн берели. Бул учурда $S(\frac{5}{2};\ \frac{5}{2})$, A(0; 1) болот да, (P=-5, q=4), W(S,R=SA) болгон айлананы жүргүзөбүз. W(S,R=SA) айланасы OX огун B(1;0) жана C(4;0) чекиттеринде кесип өтөт (3-сүрөт).



3-сүрөт

3-жол берилген $x^2+px+q=0$ теңдемесинин ордуна ага тең күчтүү болгон $\begin{cases} x^2+px+q+y^2=0 \\ y=0 \end{cases}$ системасын изилдөөгө негизделет. Системанын биринчи теңдемесин теңдеш өзгөртүп түзүп, төмөнкүлөргө ээ болобуз:

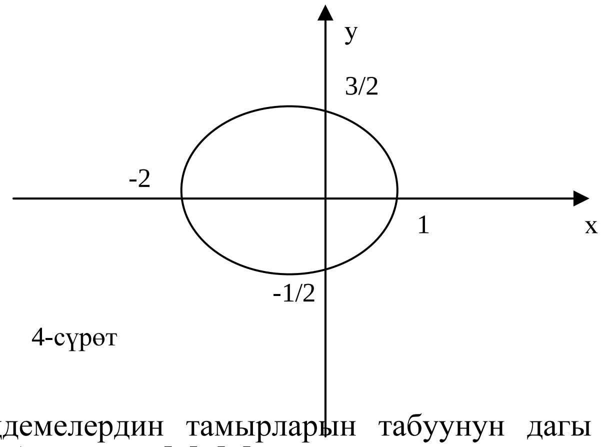
$$x^2+px+q+y^2=x^2+2\cdot\frac{p}{2}x+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q+y^2=\left(x+\frac{p}{2}\right)^2-\frac{p^2}{4}+q+y^2$$

$$Демек,\quad \left(x+\frac{p}{2}\right)^2+y^2=\frac{p^2}{4}-q \quad же \quad \left(x+\frac{p}{2}\right)^2+y^2=\frac{1}{4}(p^2-4q)$$

Эми акыркы барабардыкты айлананын $(x-a)^2+(y-в)^2=R^2$ деген (мында (а; в) түгөйү радиусу R болгон айлананын борборунун координатасы) теңдеме менен салыштырсак, $a=-\frac{p}{2};\quad b=0\quad ал\quad эми\quad R^2=\frac{1}{4}\left(p^2-4q\right)$ экендигинен байкайбыз. Мына ошентип системанын биринчи теңдемеси борбору $\left(-\frac{p}{2};\ 0\right)$ түгөйү, ал эми радиусу $R=\frac{1}{2}\sqrt{p^2-4q}$ болгон айлананы туюнтары далилденди.

Мисал келтирели. $x^2+x-2=0$ теңдемесин 3-жол менен чыгаралы. Адегенде айлананын борборунун координатасын табабыз: $S\left(-\frac{p}{2};0\right)\quad же\quad S\left(-\frac{1}{2};0\right)$. Андан ары R радиусунун узундугун эсептейбиз: $R=\frac{1}{2}\sqrt{1+8}=\frac{1}{2}\cdot 3=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2},\quad ýîè\quad W\left(\frac{p}{2};R=\frac{3}{2}\right)$

болгон айлананы сызабыз да, анын ОХ огу менен кесилишкен чекитинин абсциссасы $x_1=-2$; $x_2=1$ экенин табабыз (4-сүрөт).



4-сүрөт

Квадраттык теңдемелердин тамырларын табуунун дагы бир нече графиктик жолдорун көрсөтүүгө болоор эле [4], [5].

Мектеп алгебрасынын математика илиминин пайда болуу жана өсүп-өнүгүү тарыхы менен тыгыз байланышта болгон темасы - арифметикалык жана геометриялык прогрессиялар темасы. XX кылымдын башында англиялык окумуштуу Ринд Египет жергесинде археологиялык изилдөөлөрдү жүргүзүп жатып, б.э.чейин 2000 жыл мурда жазылган папирусту тапкан. Папирустагы жазууну окуганда төмөнкүдөй маселе бар экендиги аныкталган: "10 чен бирдикке барабар сулуну 10 кишиге, эгерде ар бир киши менен анын кошунасы алган айырмасы $\frac{11}{8}$ сулуунун чекитинин $\frac{1}{8}$ барабар болсо, А кантип бөлүп берүүгө болот". Папируста бул маселенин чыгарылышы да, он кишинин бирөөнө тиешелүү болгон үлүшүн эсептөөгө мүмкүндүк бере турган, эреже түрүндө берилген. Бул эрежени азыркы формуланын тилине которсок, төмөнкүдөй натыйжаны алабыз: $a_1=\frac{S}{n}-(n-1)\frac{d}{2}$ (1). Бул формуланы теңдеш өзгөртүп түзүү менен, арифметикалык прогрессиянын биринчи n мүчөсүнүн суммасынын $S=\frac{a_1+a_2}{2}\cdot n$ (2) деген формуласын алабыз. Чындыгында эле (1) ни теңдеш өзгөртүп түзөлү. Анда, $\frac{S}{n}=a_1+(n-1)\frac{d}{2}\Rightarrow\frac{S}{n}=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\Rightarrow S=\frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$ алабыз. Ал эми $a_1+(n-1)\,d=a_n$ экендигин эске алсак, (1) формула (2) нин так эле өзү экендиги келип чыгат. Биринчи кишинин үлүшү табылгандан кийин, калгандарынын үлүшү $a_2=a_1+d$, $a_3=a_2+d$ ж.б. формуласы боюнча оңой эле табылат. Ринданын папирусунда 7 санынын даражаларынан түзүлгөн геометриялык прогрессияга да маселе берилген: $7, 7^2, 7^3, \ldots$

Шахматты ойлоп табууга байланыштуу болгон маселе-легенданы окуучуларга берип коюу алардын кызыгуусун арттырат. Ушуну менен катар эле, арифметикалык жана геометриялык прогрессиялардын мүнөздүү касиеттерине ($a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$; $b_n=\sqrt{b_{n-1}\cdot b_{n+1}}$) таянуу менен, бул математикалык объектилердин аталышын (этимологиясын) негиздеп түшүндүрүүгө болот.

Окуучулардын кызыгуусун пайда кылуу үчүн математикалык софизмдерди жана парадоксторду да ыгы жана орду менен сунуш кылуу пайдалуу. Маселен, "ар кандай а саны андан кичине болгон в санына барабар" деген софизмди берүү менен, анын төмөнкүдөй " далилдөөсүнөн" катаны таптырууга болот. а=в+с барабардыгы берилсин (а<в). Анын эки жагын тең (а-в) айырмасына көбөйтөбүз:

$$а(а-в)=(в+с)(а-в) \text{ же } а^2-ав=ав-в^2+ас-вс$$

Эми а·с бир мүчөсүн барабардыктын сол жагына алып чыгабыз:

$$а^2-ав-ас=ав-в^2-вс$$

Алынган туюнтмаларды көбөйтүүчүлөргө ажыратабыз:

$$а(а-в-с)=в(а-в-с)$$

Бул барабардыктын эки жагын тең а-в-с көп мүчөсүнө бөлсөк, а=в деген, б.а., ар кандай а саны андан чоң болгон в га барабар деген натыйжа келип чыгат.

Окуучулар “далилдөөдөгү” катаны өз алдынча изилдөөгө аракет кылышат. Мугалимдин жардамы менен а-в-с=0 (себеби а=в+с, болжолдоо боюнча) экендигин байкашып, “далилдөөдө” ката а-в-с деген, нөлгө туюнтмага бөлүүдө кеткени жөнүндөгү корутундуга келишет.

Мына ошентип, математика боюнча класстан тышкаркы иштерди ырааттуу түрдө жана илимий-методикалык негизде жүргүзүү аркылуу мугалим окуучулардын предметке болгон кызыгууларын пайда кылып, аларды өз алдынча ой жүгүртүүсүнүн өсүшүнө өбөлгө түзүлөт.

Адабияттар:

1. Бекбоев И.Б. Инсанга багыттап окутуу технологиясынын теориялык жана практикалык маселелери. - Б.: Педагогика, 2003.
2. Бекбоев И.Б. ж.б. Жалпы билим берүүчү мектептер үчүн программа. Математика 5-11-кл. - Б.: Педагогика – Б.: Кыргызстан, 2003.
3. Виленкин Н.Я., Гутер Р.С. и др. Избранные вопросы математики (7-8-класс). - М.: Просвещение, 1978.
4. Салыков С.С. ж.б. Математикалык ишмердүүлүккө окуучуларды үйрөтүүнүн интерактивдүү ыкмалары // И.Арабаев ат. КМУ жарчысы - 2011. - № 1. 376-378 б.
5. Колосов А.А. Книга для внеклассного чтения по математике. - М.: Учпедгиз, 1960.
6. Пресман А.А. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки. // Квант. -1974, № 4.