УДК 537.523 (575.2) (04)

МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОВОЛНОВОГО НАГРЕВА КЕРАМИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ С УЧЕТОМ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ПОВЕРХНОСТИ

П.В. Козлов – канд. физ.-мат. наук

The mathematical model of ceramic plate heating in a microwave oven is developed, taking into account thermal radiation from material surface. The calculation of thermal and electromagnetic characteristics of aluminum oxide flat plate was carried out.

В настоящее время начинают интенсивно развиваться теоретические модели математического моделирования нагрева керамических материалов микроволновым излучением [1–6]. Это объясняется потребностью практического получения и применения керамических изделий в науке, технике, быту. Установлена нелинейная зависимость изменения температуры керамического материала из окиси алюминия или нитрида кремния от мощности и частоты подводимого электромагнитного излучения и практически постоянное по сечению керамики распределение температуры.

В численных расчетах [1, 2] и аналитических моделях [3–5] нагрева керамических изделий микроволновым излучением предполагается, что вкладом собственного теплового излучения керамики в температурном интервале ($T_0 \leq 2000$ К) можно пренебречь. Для ряда керамических материалов, обладающих способностью создавать мощные потоки теплового излучения с поверхности изделия, данное предположение может привести к неверным результатам. В данной работе предлагается математическая модель для учета собственного теплового излучения керамических изделий на примерах микроволнового нагрева плоского слоя.

Для упрощения задачи принимается, что поперечный размер пластины существенно меньше остальных, что позволяет в одномерном приближении выделить для электромагнитного поля решения типа падающей и отраженной волны и получить явные формулы для коэффициентов отражения и поглощения электромагнитной энергии.

Модель. Нестационарный нагрев плоской керамической пластины проводится в микроволновой печи с охлаждаемыми и теплоизолированными стенками с симметричным подводом электромагнитных волн (рис. 1) с компонентами $\vec{E}\left(0, 0, E_z = E(x)\right)\exp(i\omega t)$, $\vec{H}\left(0; H_y = H(x), 0\right)\exp(i\omega t)$. Распределения температуры стационарных состояний и амплитуды напряженности электрического поля находятся из решения уравнения теплового баланса и приведенного волнового уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{1}{2}\varepsilon_i\omega\varepsilon_0 EE^*=0\,, \qquad (1)$$

$$\frac{d^2E}{dx^2}+k_0^2\varepsilon_K E=0\,, \qquad (2)$$

где T – температура; E, E^* – комплексная и комплексно сопряженная амплитуды микроволнового электрического поля; ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума; λ, $\varepsilon_k=\varepsilon_r-i\varepsilon_i$ – теплопроводность и комплексная диэлектрическая проницаемость керамического мате-

риала, $\varepsilon_r = \mathrm{Re}\,\varepsilon_k$, $\varepsilon_i = \mathrm{Im}\,\varepsilon_k$, $k_0 = \omega/c$, ω – круговая частота; c – скорость света в вакууме; x, y, z – прямоугольная система координат с центром в середине пластины.

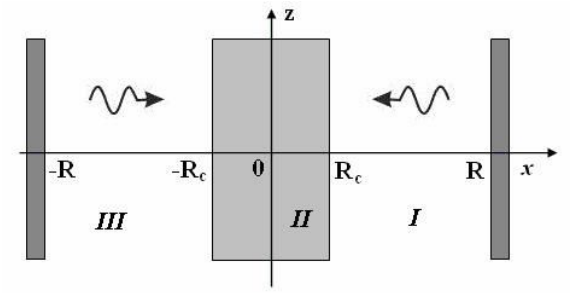


Рис. 1. Схема нагрева керамической пластины микроволновым излучением с симметричным подводом электромагнитной энергии: D=2R, d=2Rc – поперечные размеры камеры и толщина пластины. Области: II – диссипации электромагнитной энергии, I, III – кондуктивного теплоотвода к стенкам камеры.

С учетом симметрии расчетная область $0 \le x \le R$, а граничные условия записываются в виде

$$x = 0: \quad \frac{dT}{dx} = 0, \quad \frac{dE}{dx} = 0,$$
$$x = R: \quad T = T_R, \quad E = E_R.$$

На границе раздела двух сред (керамика-воздух) ставится условие баланса потоков тепла с учетом теплового излучения керамического материала:

$$-\lambda T'(R_c - 0) = -\lambda_{air} T'(R_c + 0) + Q_r,$$
$$Q_r = \xi\sigma_0 (T_c^4 - T_R^4), \qquad (3)$$

где ξ – степень черноты материала; σ_0 – постоянная Стефана–Больцмана.

Метод решения. Выполним оценку полного температурного перепада $T_0 - T_c$ и диссипируемой мощности Q_d в пластине, используя полученный в [3, 4] результат, что распределение температуры в однородном слое с симметричным подводом энергии электромагнитного поля близко к параболическому:

$$T(x) = T_0 - (T_0 - T_c)\left(x / R_c\right)^2. \qquad (4)$$

Кондуктивный поток тепла слева от границы равен:

$$-\lambda T'(R_c - 0) = 2\lambda \frac{T_0 - T_c}{R_c}. \qquad (5)$$

Уравнение (1) в области теплоотвода $R_c < x < R$ имеет аналитическое решение относительно вспомогательной функции S (потенциала теплового потока), связанной с температурой в воздухе соотношением $S(T) = \int_{T_c}^{T} \lambda_{air} dT$:

$$S = S_c - S_c\left(x - R_c\right)/\left(R - R_c\right),$$

где $S_c = S(T_c)$.

С учетом линейного распределения теплового потенциала в воздухе, кондуктивный поток тепла справа от границы определяется выражением:

$$-\lambda_{\Gamma} T'(R_c + 0) = \frac{S_c}{R - R_c}. \qquad (6)$$

Условие баланса тепловых потоков на границе $x = R_c$ (3) с учетом (5) и (6) дает уравнения для нахождения в керамическом материале температурного перепада и диссипированной мощности микроволнового излучения:

$$2\lambda \frac{T_0 - T_c}{R_c} = \frac{S_c}{R - R_c} + Q_r,$$
$$Q_d = 2\left(\frac{S_c}{R - R_c} + Q_r\right). \qquad (7)$$

Подводимая мощность Q_p связана с диссипированной мощностью соотношением $Q_p = Q_d / \eta$, где η – коэффициент поглощения. В приближении однородного распределения коэффициентов для керамического материала ($\lambda = \lambda(T_{cp})$, $\varepsilon_K = \varepsilon_K(T_{cp})$, для неизлучающей керамики с большой степенью точности можно принять $T_{cp} = T_0$, решение уравнения (2) дает:

$$\eta = \left| \frac{\cos kR_c - i\sqrt{\varepsilon}\sin kR_c}{\cos kR_c + i\sqrt{\varepsilon}\sin kR_c} \right|^2. \qquad (8)$$

Для относительно прозрачных материалов $tg\delta << 1$, $k_0 R_c \sqrt{\varepsilon_r}\, tg\delta << 1$ (здесь $tg\delta = \varepsilon_i / \varepsilon_r$ – тангенс угла диэлектрических потерь), коэффициент поглощения пластины (8) будет определяться следующим выражением [4]:

$$\eta = \frac{2F}{1+F},\ F = \frac{\sqrt{\varepsilon_r}\,\xi tg\delta(1+\dfrac{\sin 2\xi}{2\xi})}{1+(\varepsilon_r-1)\sin^2\xi},$$

$$\xi = k_0 R_c \sqrt{\varepsilon_r}\,. \qquad (9)$$

Аналогичным способом выводятся соотношения для нагрева микроволновым излучением однородного протяженного керамического цилиндра:

$$2\lambda(T_0 - T) = S_c \ln\frac{R}{R_c} + Q_r R_c,$$

$$Q_d = 2\pi(S_c \ln\frac{R}{R_c} + Q_r R_c). \qquad (10)$$

Из полученных выражений видно, что диссипированная мощность микроволнового излучения и полный перепад температуры в керамическом изделии определяются температурой на границе поверхности материала, геометрическими размерами изделия и не зависят от частоты микроволнового излучения.

Результаты. Расчеты проведены для керамики, состоящей из окиси алюминия (коэффициенты взяты из тех же источников, что в [6]): R_c=15 мм, R=50 мм, f=50 ГГц. Получено (рис. 2–4), что с учетом теплового излучения с поверхности изделия, для обеспечения стационарных тепловых состояний плоского слоя или цилиндра с заданной максимальной температурой, требуется в десятки раз большая величина подводимой мощности микроволнового излучения по сравнению с "неизлучающей" керамикой при прочих одинаковых условиях. Соответственно растет величина диссипированной мощности микроволнового излучения и максимальный перепад температуры.

Тепловое излучение с поверхности изделий оказывает заметное влияние на тепловые потоки, приводит к большим градиентам температуры в керамике и качественной перестройке температурных профилей (рис. 4). При учете собственного теплового излучения с поверхности изделия электродинамические характеристики керамического материала в меньшей степени подвергнуты качественным изменениям, чем тепловые. Учет теплового излучения приводит к перемасштабированию амплитуды электрического поля практически пропорционально квадратному корню из подводимой мощности микроволнового излучения (рис. 3).

Оценки показали (рис. 5), что и для "излучающей" керамики, несмотря на существенно большой градиент температуры, приближение однородного распределения коэффициентов дает удовлетворительные результаты, если при расчетах коэффициенты (λ, $\varepsilon_к$) задавать функцией усредненной температуры:

$T_{ср} = (3\,T_0 + T_C) / 4$: $\lambda = \lambda\,(T_{ср})$, $\varepsilon = \varepsilon\,(T_{ср})$. (11)

В этом случае до температур $T_0 \approx 1400$K результаты модели однородного распределения коэффициентов практически совпадают с результатами самосогласованного расчета уравнений (1)–(2) с учетом локальной температурной зависимости коэффициентов.

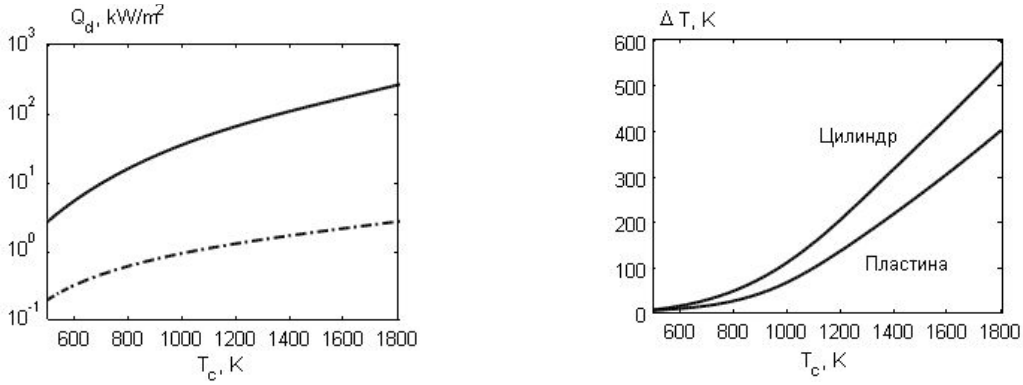


Рис. 2. Диссипированная в пластине мощность и температурный перепад как функции температуры поверхности керамики; сплошные линии – с учетом, штрих-пунктир – без учета теплового излучения с поверхности керамического изделия.

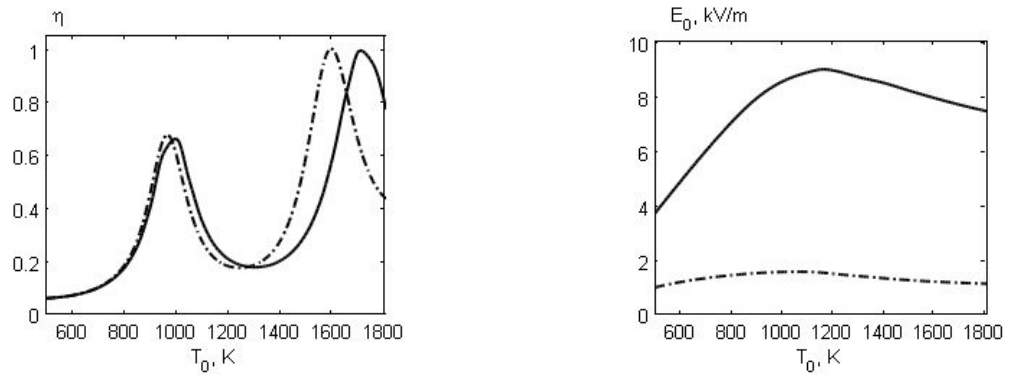


Рис. 3. Коэффициент поглощения и напряженность электрического поля в пластине с учетом (сплошная линия) и без учета (штрих-пунктир) теплового излучения с поверхности керамического изделия.

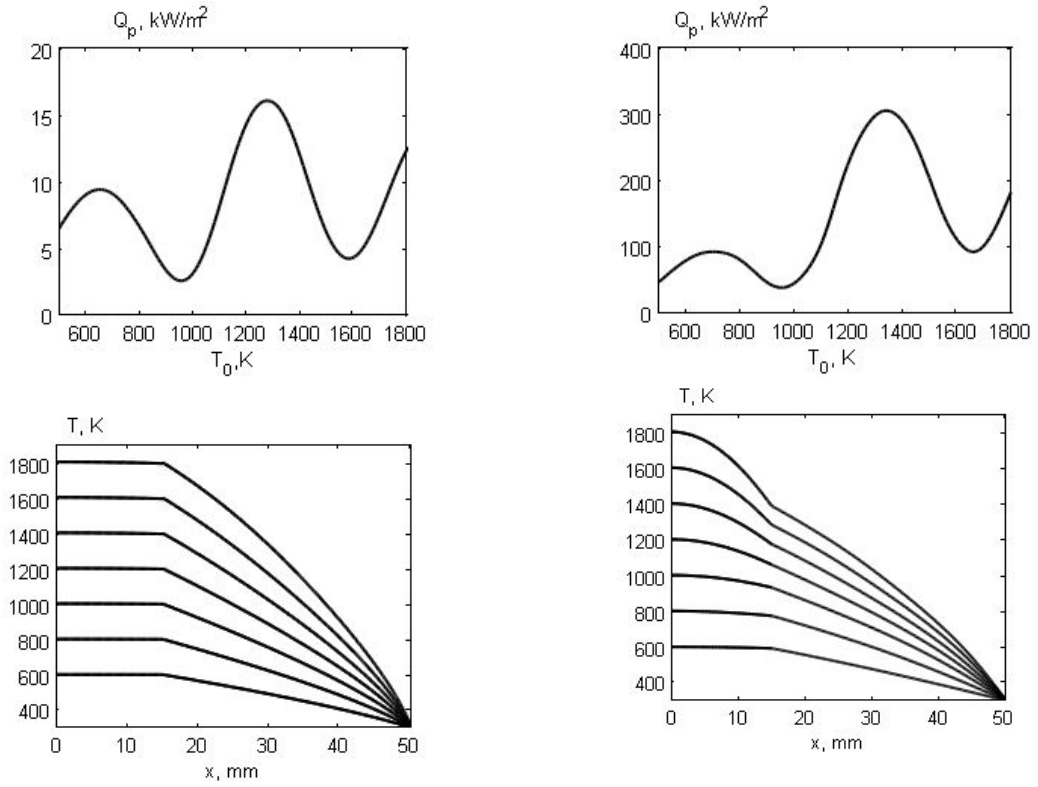


Рис. 4. Подводимая мощность электромагнитного излучения и температурные распределения в пластине с учетом (справа) и без учета (слева) теплового излучения с поверхности керамического изделия.

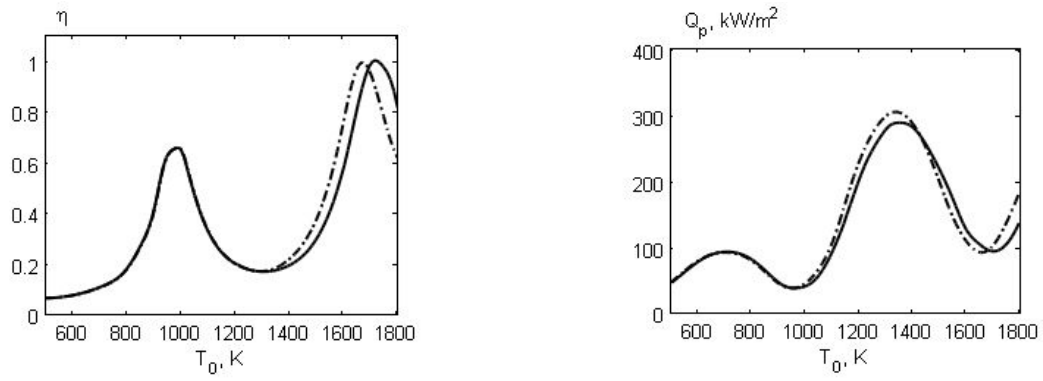


Рис. 5. Сравнение результатов численного счета (сплошная линия) с аналитической моделью (штрих-пунктир).

Литература

1. *Кулумбаев Э.Б.* Нагрев керамического цилиндра радиальным микроволновым излучением // Мат. межд. сем. “Проблема моделирования и развития технологии получения керамики”. – Бишкек, 2005. – С. 31–35.
2. *Kozlov P.V., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M.* Stationery thermal conditions the ceramic cylinder in the field of microwave radiation // Strong Microwave in Plasmas. IAP. – Nizhny Novgorod, 2006. – V.2. – P. 709–714.
3. *Kozlov P.V., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M.* Channel model of ceramic plate heating with help of microwave space. Microwave Dis charges: Fundamentals and Applications. – Moskow: Yanus-K, 2006. – P. 343–346.
4. *Kozlov P.V., Rafatov I.R., Kulumbaev E.B., Lelevkin V.M.* On modelling of microwave heating of a ceramic material // Journal of Physics D: Applied Physics. – Vol. 40 (2007). – P. 2927–2935.
5. *Козлов П.В., Лелевкин В.М.* Стационарный микроволновый нагрев керамической пластины // Теплофизика высоких температур. – 2007. – Т. 45. – №4. – С. 604–608.
6. Моделирование и технология получения керамики на основе кремния / Под ред. В.М. Лелевкина, О.Н. Каныгиной. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2008. – 222 с.