УДК 515.12 (575.2) (04)

О ПОЛИЭДРАЛЬНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ СУПЕРПАРАКОМПАКТНЫХ ПОЛНЫХ МЕТРИЗУЕМЫХ ПРОСТРАНСТВ

Д.К. Мусаев

Для суперпаракомпактных *n*-мерных полных метризуемых пространств обобщается теорема Фрейденталя для компактов неприводимых стандартных полиэдральных представлений.

Ключевые слова: суперпаракомпактное пространство; полиэдр; триангуляция.

В данной работе под пространством понимается топологическое пространство, под компактами – метризуемые бикомпакты, под отображением – непрерывное отображение пространств.

Напомним основные для этой работы определения и некоторые необходимые понятия [1–4].

Определение 1 [1]. (а) Звездно-конечное открытое покрытие пространства называется *конечнокомпонентным*, если все его компоненты сцепленности конечны; (б) пространство называется *суперпаракомпактным*, если в любое его открытое покрытие можно вписать конечнокомпонентное покрытие; (в) хаусдорфовы суперпаракомпактные пространства называются суперпаракомпактами.

Определение 2 [2]. (а) Конечное покрытие $\omega = \{0_1,...,0_s\}$ пространства *X* называется неприводимым, если никакой собственный подкомплекс N' нерва (см.[2, гл. 3, § 2]) N_ω покрытия ω не является нервом покрытия более мелкого, чем ω (т.е. покрытия, вписанного в покрытие ω); б) полный конечный комплекс K (см. [2, гл. 3, §2]), элементами которого являются дизъюнктные открытые симплексы данного пространства R^n, называется триангуляцией, лежащей в R^n; (в) отображение *f* пространства *X* в тело триангуляции неприводимо относительно этой триангуляции, если оно существенно (см. [2, гл. 3, §5]) на прообразе каждого замкнутого симплекса этой триангуляции; (г) отображение *f* пространства *X* в полиэдр $\tilde{N}$ (см.[2, гл. 3, § 2]) называется каноническим по отношению к покрытию ω, если прообраз $f^{-1}O_{e_i}$ каждой звезды O_{e_i} содержится в O_i.

Определение 3. Конечнокомпонентное покрытие ω пространства *X* называется неприводимым, если все его компоненты сцепленности неприводимы (т.е. компоненты ω_λ покрытия ω являются неприводимыми покрытиями своих тел $\tilde{\omega}_\lambda$).

Определение 4 [2]. Произведением двух систем множеств $\alpha = \{A\}$ и $\beta = \{B\}$ называется система множеств $\gamma = \alpha \Lambda \beta$, элементами которой являются все (обозначенные) множества вида $A \bigcap B$, где $A \in \alpha,\ B \in \beta$.

Предложение 1. В любое открытое покрытие суперпаракомпактного хаусдорфова пространства *X* можно вписать неприводимое конечно-компонентное открытое покрытие.

Доказательство. Пусть ω есть произвольное открытое покрытие суперпаракомпактного хаусдорфова пространства *X*. Поскольку пространство *X* суперпаракомпактно, то, не ограничивая общности рассуждения, покрытие ω можно считать конечнокомпонентным. Так как каждая компонента ω_λ, $\lambda \in L$ покрытия ω конечна, а их тела $\tilde{\omega}_\lambda$, $\lambda \in L$ открыто-замкнуты в *X*, то в покрытие ω_λ множества $\tilde{\omega}_\lambda$ можно вписать (см. [2, предложение 2, гл.4, § 2]) неприводимое открытое покрытие ω_λ^*. Тогда система $\omega^* = \bigcup\{\omega_\lambda^* : \lambda \in L\}$ является неприводимым конечнокомпонентным открытым покрытием пространства *X*, вписанным в ω.

Предложение доказано.

Замечание 1. а) Если $\omega = \{O_\alpha,\ \alpha \in A,\ |A| = \tau\}$ есть конечнокомпонентное открытое покрытие пространства X, то тело $\widetilde{gN_\omega}$ стандартной геометрической реализации gN_ω в гильбертовом пространстве R^τ нерва N_ω покрытия ω (стандартность реализации означает, что вершины триангуляции gN_ω помещаются в единичные точки пространства R^τ) является дискретной суммой компактных полиэдров $\widetilde{gN_{\omega_\lambda}}$, являющихся телами реализации нервов N_{ω_λ} компонент ω_λ покрытия ω.

Отметим, что полиэдр $\tilde{g}\tilde{N}_\omega$ суперпаракомпактен (см. [3, предложение 2]). Если еще при этом покрытие ω имеет кратность $\leq n+1$, то полиэдры $\tilde{g}\tilde{N}_\omega$ не более чем n-мерны и поэтому $\dim \widetilde{gN_\omega} \leq n$.

б) Из теоремы о канонических отображениях (см. [2, гл. 4, §4, теорема 1]) при переходе к телам компонент конечнокомпонентного покрытия легко вытекает следующее

Предложение 2. Пусть $\omega = \{O_\alpha, \alpha \in A\}$ – произвольное конечно-компонентное открытое покрытие нормального пространства X с нервом N_ω, реализованным в виде триангуляции; можно найти такой подкомплекс N'_ω нерва N_ω и такое каноническое относительно ω отображение $f: X \to \tilde{N}_\omega$, при котором образ fX есть полиэдр $\tilde{N}'_\omega \subseteq \tilde{N}_\omega$ и каждый главный симплекс комплекса N'_ω покрыт существенно.

Предложение 3. Для любого конечнокомпонентного неприводимого покрытия $\omega = \{O_\alpha,\ \alpha \in A,\ |A| = \tau\}$ нормального пространства X любое каноническое отображение пространства X в тело $\widetilde{gN_\omega}$ стандартной геометрической реализации gN_ω в гильбертовом пространстве R^τ нерва N_ω покрытия ω является неприводимым относительно триангуляции gN_ω.

Доказательство. Пусть f есть произвольное каноническое отображение (по отношению к покрытию ω) пространства X в тело $\tilde{g}\tilde{N}_\omega$ стандартной геометрической реализации gN_ω в гильбертовом пространстве R^τ нерва N_ω покрытия $\omega = \{O_\alpha,\ \alpha \in A,\ |A| = \tau\}$. Тогда, по замечанию 1, тело $\widetilde{gN_\omega}$ стандартной геометрической реализации gN_ω в R^τ нерва N_ω покрытия ω является дискретной суммой компактных полиэдров $\widetilde{gN_{\omega_\lambda}}$, являющихся телами реализации нервов N_{ω_λ} компонент ω_λ покрытия ω. Положим $f_\lambda = f: \tilde{\omega}_\lambda \to \widetilde{gN_{\omega_\lambda}}$ для любого $\lambda \in L$. Ясно, что каждое отображение $f_\lambda,\ \lambda \in L$ является каноническим (по отношению к покрытию ω_λ).

Поскольку покрытие ω неприводимо, то все его компоненты $\omega_\lambda, \lambda \in L$ неприводимы, согласно определению 3, и поэтому каждое каноническое отображение $f_\lambda: \tilde{\omega}_\lambda \to \widetilde{gN_{\omega_\lambda}}$ является (см. [2, гл. 4, §1, теорема 1]) неприводимым. Тогда каноническое отображение $f: X \to \widetilde{gN_\omega}$, как комбинация [4] неприводимых отображений $\{f_\lambda, \lambda \in L\}$, является неприводимым относительно триангуляции gN_ω.

Предложение доказано.

В дальнейшем в этой работе под триангуляцией в гильбертовом пространстве R^τ понимается либо стандартная геометрическая реализация gN_ω нерва N_ω конечнокомпонентного покрытия ω нормального пространства X либо такое его подразделение (см. [2, гл. 3, § , п. 5]) $(gN_\omega)^*$, которое для каждой компоненты ω_λ покрытия ω совпадает с некоторым (многократным, причем кратность зависит от компоненты ω_λ) барицентрическим подразделением (см. [2, гл. 3, §2, п. 6]) триангуляции gN_{ω_λ}.

Замечание 2. а) Пусть $\omega = \{O_\alpha,\ \alpha \in A,\ |A| \le \tau\}$ есть конечнокомпонентное $(n+1)$-кратное покрытие нормального пространства X, $\tilde{g}\tilde{N}_\omega$ есть тело стандартной геометрической реализации gN_ω в гильбертовом пространстве R^τ нерва N_ω покрытия ω и $\varepsilon > 0$. Возьмем такое натуральное s, что $\left(\frac{n}{n+1}\right)^s \sqrt{2} < \varepsilon$. Тогда в силу изометричности всех k-мерных симплексов триангуляции gN_ω и соотношения $\left(\frac{k}{k+1}\right)^s \sqrt{2} \le \left(\frac{n}{n+1}\right)^s \sqrt{2},\quad k = 1,2,\dots,n$, следует, что все симплексы подразделения $\left(gN_\omega\right)^*$, являющегося s-кратным барицентрическим подразделением триангуляции gN_{ω_λ}, имеют диаметр $< \varepsilon$.

б) Пусть ω_1 есть конечнокомпонентное открытое покрытие нормального пространства X, gN_{ω_1} есть стандартная геометрическая реализация нерва N_{ω_1} покрытия ω_1 в гильбертовом пространстве R^τ и f_1 есть каноническое относительно покрытия ω_1 отображение пространства X в $\tilde{g}\tilde{N}_{\omega_1}$. Пусть $\left(gN_{\omega_1}\right)^*$ есть триангуляция полиэдра $\tilde{g}\tilde{N}_{\omega_1}$, являющегося подразделением триангуляции gN_{ω_λ}, и покрытие $\omega_2^{'}$ состоит из прообразов при отображении f_1 главных звезд (см. [2, гл. 3, §2, п. 3]) триангуляции $\left(gN_{\omega_1}\right)^*$. Пусть еще конечнокомпонентное покрытие ω_2 пространства X вписано в покрытие $\omega_2^{'}$, gN_{ω_2} есть стандартная геометрическая реализация нерва N_{ω_2} и f_2 – каноническое относительно ω_2 отображение пространства X в $\tilde{g}\tilde{N}_{\omega_2}$. Тогда любое порожденное вписанностью ω_2 в $\omega_2^{'}$ (см.[2, гл. 3, §2, п. 4]) симплициальное относительно триангуляций gN_{ω_2} и $\left(gN_{\omega_1}\right)^*$ отображение $\pi : \tilde{g}N_{\omega_2} \to \tilde{g}\tilde{N}_{\omega_1}$ получается, согласно лемме (см. [2, гл. 3, §1]), отображением спуска относительно триангуляции $\left(gN_{\omega_1}\right)^*$ из отображения f_1 (т.е. носитель любой точки $\pi f_2(x)$ есть грань носителя точки $f_1(x)$ в триангуляции $\left(gN_{\omega_1}\right)^*$.

Доказательство вытекает из случая компактных полиэдров (см. [2, гл. 3, §1]) переходом к телам компонент покрытия ω_2.

Теорема 1. Любое n-мерное полное метрическое суперпаракомпактное пространство X является пределом обратной последовательности $S = \left\{\tilde{K}_i,\ \pi_i^{i+1}\right\},\ i = 1,2,\dots$ из n-мерных полиэдров $\tilde{K}_i$, являющихся телами стандартных триангуляций K_i и распадающихся в дискретную сумму компактных полиэдров; при этом проекции π_i^{i+1} симплициальны относительно K_{i+1} и некоторой триангуляции K_i^* полиэдра $\tilde{K}_i$, являющейся подразделением триангуляции K_i. Каждая проекция $\pi_i : X \to \tilde{K}_i$ неприводима относительно триангуляции K_i, i=1, 2, … .

Доказательство. Строим искомую обратную последовательность по индукции. Пусть γ_i, $i = 1$, 2, … есть $1/2^i$ – открытое покрытие пространства X. Так как $\dim X = n$, то существует такое открытое покрытие η пространства X, что всякое вписанное в него покрытие имеет кратность $\ge n+1$. В силу предложения 1, в покрытие $\{\gamma_1 \Lambda \eta\}$ впишем неприводимое конечнокомпонентное открытое покрытие ω_1 пространства *X*. Нерв покрытия ω_1 обозначим через N_1, а через K_1 – стандартную геометрическую реализацию N_1 в гильбертовом пространстве R^τ. Согласно предложения 2, существует каноническое относительно ω_1 отображение f_1 пространства *X* в полиэдр $\tilde{K}_1$. Поскольку покрытие ω_1 – неприводимо, то, согласно предложения 3, отображение f_1 является неприводимым относительно триангуляции K_1 отображением и, значит, будет отображением на $\tilde{K}_1$. Покрытие ω_1 вписано в покрытие $\{\gamma_1 \Lambda \eta\}$ пространства *X*, поэтому покрытие ω_1 имеет кратность, равную $n+1$ и $\dim \tilde{K}_1 = n$. В силу конечной компонентности, покрытие ω_1 полиэдра $\tilde{K}_1$ есть дискретная сумма компактных полиэдров. Рассмотрим покрытие ϕ_1, состоящее из прообразов главных звезд триангуляции K_1^* при отображении f_1, где K_1^* – такое подразделение триангуляции K_1, что его мелкость $< 1/2^2$ (см. пункт (а) замечания 2).

В покрытие $\{\phi_1 \Lambda \eta \Lambda \gamma_2\}$ впишем неприводимое конечнокомпонентное открытое покрытие ω_2 пространства *X*. Согласно предложения 2, существует каноническое относительно ω_2 отображение f_2 пространства *X* в полиэдр $\tilde{K}_2$, где K_2 есть стандартная геометрическая реализация нерва N_{ω_2} покрытия ω_2 в R^τ. По тем же соображениям, что и выше, каноническое относительно ω_2 отображение f_2 пространства *X* в полиэдр $\tilde{K}_2$ является неприводимым относительно триангуляции K_2; покрытие ω_2 имеет кратность, равную $n+1$; полиэдр $\tilde{K}_2$ есть дискретная сумма компактных полиэдров и $\dim \tilde{K}_2 = n$. Возьмем какое-нибудь порожденное вписанностью ω_2 в $\{\phi_1 \Lambda \eta \Lambda \gamma_2\}$ симплициальное относительно триангуляций K_2 и K_1^* отображение $\pi_1^2 : \tilde{K}_2 \to \tilde{K}_1$. Тогда, по пункту (б) замечания 2, отображение $\pi_1^2 f_2$ является спуском отображения f_1 относительно триангуляции K_1^*. Поэтому $d\left(f_1, \pi_1^2 f_2\right) < 1/2^2$.

Предположим, что для всех $i < m$ построили: а) *n*-мерные полиэдры $\tilde{K}_i$, являющиеся телами стандартных геометрических реализаций в R^τ нервов N_{ω_i} неприводимых конечнокомпонентных покрытий ω_i пространства *X*, вписанные в покрытия $\{\eta \Lambda \gamma_i\}$, $i = 1, 2, \ldots$; б) канонические относительно ω_i отображения $f_i : X \to \tilde{K}_i$, являющиеся неприводимыми отображениями относительно триангуляции K_i; в) отображения $\pi_{i-1}^i : \tilde{K}_i \to \tilde{K}_{i-1}$, $2 < i < m$, которые симплициальны относительно триангуляции K_i и некоторой триангуляции K_{i-1}^* полиэдра $\tilde{K}_{i-1}$, являющейся подразделением триангуляции K_{i-1}; при этом отображение $\pi_{i-1}^i f_i$ получается из f_{i-1} спуском относительно K_{i-1}^*; г) отображения $\pi_j^i = \pi_j^{j+1} \ldots \pi_{i-1}^i$, π_i^i, $j < i$, удовлетворяют неравенствам $d\left(\pi_j^{i-1} f_{i-1}, \pi_j^i f_i\right) < 1/2^i$.

Пусть теперь $i = m$. По замечанию 1, полиэдр $\tilde{K}_{m-1}$ является дискретной суммой компактных полиэдров $\tilde{K}_{m-1}^\beta$, $\beta \in L$, являющихся телами стандартных геометрических реализаций K_{m-1}^β в нервах компонент покрытия. У триангуляции существует такое барицентрическое подразделение, что все симплексы триангуляции и их образы в полиэдрах при отображениях, имеют диаметры. Положим совпадающей с $\left(K_{m-1}^\beta\right)^{s(\beta)}$ на $\left(\tilde{K}_{m-1}^\beta\right)$. Ясно, что все симплексы триангуляции $\left(K_{m-1}\right)^*$ и их образов в полиэдрах $\tilde{K}_j$ при отображениях π_j^{m-1}, $j \le i \le m-2$, имеют диаметры $< 1/2^m$. В покрытие $\{\phi_{m-1}\Lambda\eta\Lambda\gamma_m\}$, где ϕ_{m-1} состоит из прообразов главных звезд триангуляции K_{m-1}^*, при отображении f_{m-1}, согласно предложения 1, впишем неприводимое конечнокомпонентное открытое покрытие ω_m пространства *X*. Существует каноническое относительно ω_m отображение пространства *X* в полиэдр $\tilde{K}_m$, где K_m есть стандартная геометрическая реализация нерва N_{ω_m} покрытия ω_m в R^τ. Как и ранее, каноническое относительно ω_m отображение f_m пространства *X* в полиэдр $\tilde{K}_m$ является неприводимым относительно триангуляции K_m (и, значит, будет отображением на $\tilde{K}_m$); покрытие ω_m имеет кратность, равную $n+1$; полиэдр $\tilde{K}_m$ есть дискретная сумма компактных полиэдров и $\dim\tilde{K}_m = n$. Возьмем какое-нибудь порожденное вписанностью ω_m в $\{\phi_{m-1}\Lambda\eta\Lambda\gamma_m\}$ симплициальное относительно триангуляций K_m и K_{m-1}^* отображение $\pi_{m-1}^m : \tilde{K}_m \to \tilde{K}_{m-1}$. Тогда, по пункту (б) замечания 2, отображение $\pi_{m-1}^m f_m$ является спуском отображения f_{m-1} относительно триангуляции K_{m-1}^*. Поэтому

$$d\left(f_{m-1}, \pi_{m-1}^m f_m\right) < 1/2^m,\ d\left(\pi_j^{m-1} f_{m-1}, \pi_j^m f_m\right) < 1/2^m,\ j < m-1. \tag{1}$$

Продолжая построение *n*-мерных полиэдров $\tilde{K}_i$ и отображений π_{i-1}^i,

получим обратную последовательность $\dot{s} = \left\{\tilde{K}_i,\ \pi_i^{i+1}\right\}$, $i = 1, 2, \ldots$, удовлетворяющую всем условиям теоремы. Через $\tilde{s}$ обозначим предел обратной последовательности *S*. Рассмотрим для каждого $i = 1, 2, 3, \ldots$ последовательность отображений

$$f_i,\ \pi_i^{i+1} f_{i+1}, \pi_i^{i+2} f_{i+2},\ \ldots \tag{2}$$

пространства *X* в полиэдр $\tilde{K}_i$. Доказательство того факта, что все дальнейшие отображения последовательности (2) получаются из f_i спуском относительно триангуляции K_i, аналогично компактному случаю пространства *X* (см. [2, гл.5, §5, теорема Фрейденталя]). По второму из неравенств (1) имеем

$$d\left(\pi_i^{m-1} f_{m-1}, \pi_i^m f_m\right) < 1/2^m.$$

Поэтому для любой точки $x \in X$ последовательность $\left\{\pi_i^m f_m(x)\right\}$, $m = i+1,\ \ i+2, \ldots$, фундаментальна. Поскольку полиэдр $\tilde{K}_i$ полно метризуем, то последовательность $\left\{\pi_i^m f_m(x)\right\}$, $m = i+1,\ \ldots$ сходится в некоторой точке $g_i(x) \in \tilde{K}_i$. Последовательность отображений $\left\{\pi_i^m f_m\right\}$, $m = i+1, i+2, \ldots$ сходится к g_i равномерно, поэтому отображение $g_i\colon\ X \to \tilde{K}_i -$ непрерывно. Поскольку все отображения $\pi_i^m f_m$ получаются из f_i спуском относительно триангуляции K_i, то этим свойством обладает и отображение g_i. Поэтому отображения $g_i\colon\ X \to \tilde{K}_i$, $i = 1, 2, \ldots$, являются каноническими отображениями (см. [2, гл.4, §1, лемма 2]) относительно покрытия ω_i.

Кроме того, по предложению 3 отображения $g_i\colon\ X \to K_i$, $i = 1, 2, \ldots$, являются неприводимыми отображениями относительно триангуляции K_i (и, значит, будут отображениями на $\tilde{K}_i$). Проверка соотношения $g_i = \pi_i^j g_j$ при $i < j$ стандартна (см. [2, гл.6, §5]).

Так как каждое отображение g_i является ω_i-отображением пространства *X* в полиэдр $\tilde{K}_i$ и система открытых покрытий ω_i, $i = 1, 2, \ldots$, пространство *X* измельчается (см. [2, гл.1, §7, опр. 10]) (в силу вписанности покрытия ω_i в γ_i), то предел $g : X \to \tilde{s} \subseteq \prod_{i=1}^{\infty} \tilde{K}_i$ отображений g_i является (см. [2, гл. 6, §4, лемма 2]) вложением пространства *X* в предел $\tilde{s}$ обратной последовательности s. Докажем, что g есть отображение пространства *X* на предел $\tilde{s}$ обратной последовательности s.

Возьмем какую-нибудь точку $y^0 \in \tilde{s}$ и пусть $y^0 = \left\{ y_i^0, i = 1, 2, \ldots \right\}$. Рассмотрим замкнутые в *X* множества $\Phi_i = g_i^{-1} y_i^0$, $i = 1, 2, \ldots$. Так как g_i есть ω_i-отображение, то $\Phi_i \subseteq 0_{\alpha(i)} \subseteq\in \omega_i$, $i = 1, 2, \ldots$. Докажем, что $\Phi_{i+1} \subseteq \Phi_i$, $i = 1, 2, \ldots$.

Поскольку $y_i^0 = \pi i_i^{i+1} y_{i+1}^0$, то $y_{i+1}^0 \subseteq \left(\pi_i^{i+1} \right)^{-1} y_i^0 \, (*)$, $i = 1, 2, \ldots$. Тогда из включения (*) и равенства $g_i = \pi_i^{i+1} g_{i+1}$ следует, что

$$g_{i+1}^{-1} y_{i+1}^0 = \Phi_{i+1} \subseteq g_{i+1}^{-1} \left(\pi_i^{i+1} \right)^{-1} y_i^0 = g_i^{-1} y_i^0 = \Phi_i, \; i = 1, 2, \ldots$$

Итак, система $\left\{ \Phi_i, i = 1, 2, \ldots \right\}$ замкнутых в *X* множеств Φ_i, диаметры которых стремятся к нулю, является вложенной. Тогда из полноты пространства *X* следует, что пересечение множеств Φ_i непусто и состоит из одной точки. Положим $\bigcap_{i=1}^{\infty} \Phi_i = \left\{ x^0 \right\}$. Поскольку $g_i \Phi_i = y_i^0$ и $x^0 \in \Phi_i$, то $g_i \left(x^0 \right) = y_i^0$, $i = 1, 2, \ldots$ Следовательно, $g x^0 = y^0$ и поэтому $y^0 \in gX$. Так как y^0 есть произвольная точка множества $\tilde{s}$, то отсюда следует, что g есть (топологическое) отображение пространства *X* на предел $\tilde{s}$ обратной последовательности s.

Заметим, что при отождествлении точек $x \in X$ и $gx \in \tilde{s}$ проекции $\pi_i : \tilde{s} \to \tilde{K}_i$ отождествляются с неприводимыми относительно триангуляций K_i отображениями g_i.

Теорема доказана.

Следствие 1. Любое *n*-мерное метрическое суперпаракомпактное пространство *X* гомеоморфно всюду плотному подмножеству предела $\tilde{s}$ обратной последовательности $s = \left\{ \tilde{K}_i, \pi_i^{i+1} \right\}$, $i = 1, 2, \ldots$, из *n*-мерных полиэдров $\tilde{K}_i$, являющихся телами стандартных триангуляций K_i и распадающихся в дискретную сумму компактных полиэдров; при этом проекции π_i^{i+1} симплициальны относительно K_{i+1} и некоторой триангуляции K_i^* полиэдра $\tilde{K}_i$, являющейся подразделением триангуляции K_i. Каждая проекция $\pi_i : X \to \tilde{K}_i$ неприводима относительно триангуляции K_i, $i = 1, 2, \ldots$.

Литература

1. *Александров П.С., Пасынков Б.А*. Введение в теорию размерности. – М.: Наука, 1973.
2. *Мусаев Д.К.* Диадические отображения и диадические суперпаракомпактные топологические группы // Сибирский матем. журнал. – 2005. – Т. 46. – № 4. – С. 851–859.
3. *Мусаев Д.К.* О суперпаракомпактных пространствах // Доклады АН УзССР. – 1983. – № 2. – С. 5–6.
4. *Энгелькинг Р*. Общая топология. – М.: Мир, 1986.