УДК 517.977.1/5 (575.2) (04)

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ОБСАДНОЙ КОЛОННЫ НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ В ХОЛОДНОМ РЕЖИМЕ

Л.Г. Лелёвкина, О.Д. Будникова

Численно решена практическая задача оптимального индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины в холодном режиме и впервые прослежена пространственная зависимость минимизируемого функционала от штрафных параметров. Даны практические рекомендации по выбору параметров.

Ключевые слова: обсадная колонна; нефтяная скважина; индукционный нагрев; оптимизация процесса; холодный режим.

1. Постановка задачи. В работе [1] была получена структура оптимального управляющего воздействия в интегральной форме в общем виде для различных режимов нагрева без учета специфики мощности внутренних источников нагрева в каждом режиме. В холодном режиме [1] мощность внутренних источников нагрева квадратично зависит от радиуса цилиндра индуктора.

Холодный режим нагрева длится до тех пор, пока температура поверхности цилиндра не достигает точки Кюри (730–770°С). На этом этапе стальное изделие сохраняет ферромагнитные свойства. Если ферромагнитное тело помещено в переменное магнитное поле, вектор напряженности которого параллелен поверхности тела, то плотность индукционного тока уменьшается от поверхности цилиндра вглубь металла по линейному закону и функция распределения внутренних источников тепла в холодном режиме нагрева имеет вид [2]:

$$w(r) = \begin{cases} \dfrac{2868 \cdot R(r-R+x)^2}{(4R-x)x^3}, & R-x \le r \le R, \\ 0, & 0 \le r < R-x, \end{cases} \tag{1}$$

Здесь R – радиус цилиндра, $x = 1,46 \cdot \Delta_1$ – расстояние от поверхности цилиндра до того слоя, где плотность тока равна нулю; $\Delta_1 = 5030 \cdot \sqrt{\dfrac{\rho_1}{\mu \cdot f}}$ – глубина проникновения в металл электромагнитной волны; ρ_1 – удельное сопротивление на первом этапе; f – частота тока в индукторе; μ – магнитная проницаемость.

Управляемый процесс индукционного нагрева в холодном режиме с распределенными источниками энергии в области $Q=\{0<t\le t_1, 0<r<R\}$ описывается уравнением теплопроводности [2]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{a}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{a}{\lambda}V(t,r) \tag{2}$$

с начальным условием

$$T(0,r) = \varphi_1(r) \tag{3}$$

и граничными условиями

$$\frac{\partial T(t,0)}{\partial r} = 0, \quad \left.\frac{\partial T(t,r)}{\partial t}\right|_{r=R} = h\left[T_R - T(t,R)\right], \tag{4}$$

где $a = \dfrac{\lambda}{c\rho}$ – коэффициент температуропроводности при постоянных λ, c, ρ; $V(t,r)$ – мощность внутренних источников тепла, $\dfrac{a}{\lambda}V(t,r) = w(r)u(t)$, где $w(r)$ – функция плотности распределения внутренних источников тепла, определяемая в общем виде формулой (1).

T_R=*const* – температура внешней среды, которая считается постоянной, *h=const>0,* – коэффициент теплообмена; $u(t) \in W_2^1(0,t_1)$; $\varphi_1(r) \in W_2^1(0,R)$;

u(t) – управление, которое согласно физической сущности процесса индукционного нагрева удовлетворяет ограничению

$$0 \le u(t) \le u_{\max}\,, \tag{5}$$

$u_{\max}$ – заданное число, характеризующее максимальную удельную мощность нагрева.

При заданном начальном и конечном распределении температуры и фиксированном времени нагрева критерием оптимальности служит расход электроэнергии, который характеризуется функционалом [3]:

$$J_1[u] = 2\pi l \int_0^R \int_0^{t_1} V(t,r) r dt dr\,. \tag{6}$$

Требуется среди всех допустимых управлений $u(t)$ найти такое управление $u_0(t)$, которое вместе с соответствующим ему решением $T^0(t,r)$ краевой задачи (2)–(4) минимизирует линейный функционал (6) и при $t = t_1$ выполняется

$$T(t_1, r) = \varphi_2(r)\,, \tag{7}$$

где $\varphi_2(r)$ – заданная функция из пространства $W_2^1(0,R)$ характеризующая конечное распределение температуры.

В силу некорректности задачи минимизации линейного функционала, для его регуляризации применяется метод штрафных функций [3].

Для снятия ограничений (5) и (7), которые накладываются на управляющее воздействие и конечное распределение температуры, вводятся следующая функции штрафа [3]:

$$\Phi[u,\gamma,c] = \frac{1}{\gamma}\int_0^{t_1}[u(t)-c]^2\,dt, \qquad \Phi_1[u,\beta] = \frac{1}{\beta}\int_0^R r[T(t_1,r)-\varphi_2(r)]^2\,dr\,.$$

Тогда задача минимизации линейного функционала заменяется задачей минимизации функционала следующего вида:

$$F[u,\beta,\gamma,c] = F_1[u,\gamma,c] + \Phi_1[u,\beta] = \beta\left\{\gamma\int_0^{t_1} u(t)dt + \int_0^{t_1}[u(t)-c]^2\,dt\right\} + \int_0^R r[T(t_1,r)-\varphi_2(r)]^2\,dr\,. \tag{8}$$

Преобразовывая функционал (8) получим квадратичный функционал вида:

$$F[v,\beta,\gamma,c] = \beta\int_0^{t_1} v^2(t)dt + \int_0^R r[T(t_1,r)-\varphi_2(r)]^2\,dr - \mu(\beta,\gamma,c)\,, \tag{9}$$

где $\mu(\beta,\gamma,c) = \dfrac{\gamma\beta t_1(\gamma-4c)}{4}$; $\quad v(t) = u(t) - c + \dfrac{\gamma}{2}$.

Тогда исходная задача (2)–(4) принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{a}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + v(t)w(r) - \frac{\gamma-2c}{2}w(r)\,, \tag{2'}$$

$$T(0,r) = \varphi_1(r)\,, \quad \left.\frac{\partial T(t,r)}{\partial r}\right|_{r=R} = h[T_R - T(t,R)] \tag{4'}$$

Задача оптимального управления процессом индукционного нагрева сводится к следующей: требуется среди всех допустимых управлений u(t) найти такое управление $u_0(t)$, которое вместе с соответствующим ему решением $T^0(t,r)$ краевой задачи (2')–(4') минимизирует квадратичный функционал (9) и при $t=t_1$ выполняется (7).

2. Структура оптимального управляющего воздействия. Согласно необходимому условию оптимальности для систем с распределенными параметрами [1]:

$F(v+\Delta v)-F(v)\geq 0$.

Для того чтобы приращение функционала было положительным достаточно выполнения следующего равенства:

$$\int_0^{t_1}\Delta v\left[2\beta v-\int_0^R w(r)\psi(t,r)dr\right]dt=0.$$

Из последнего равенства получаем структуру оптимального управляющего воздействия:

$$v(t)=\frac{\int_0^R w(r)\psi(t,r)dr}{2\beta}. \qquad (10)$$

Тогда искомое оптимальное управление примет вид:

$$u(t)=c-\frac{\gamma}{2}+\frac{\int_0^R rw(r)\psi(t,r)dr}{2\beta}, \qquad (11)$$

где $w(r)=\begin{cases}\dfrac{2868\cdot R(r-R+x)^2}{(4R-x)x^3}, & R-x\leq r\leq R,\\ 0, & 0\leq r<R-x.\end{cases}$

3. Численная реализация задачи в среде Borland Delphi 7 и анализ полученных результатов. Холодный режим нагрева рассматривается до температуры поверхности цилиндра (730–750°С). Функция распределения внутренних источников тепла в холодном режиме нагрева имеет вид (1).

При численных расчетах в холодном режиме были использованы данные из работы [4]: $\lambda_1=45\dfrac{Вт}{m\cdot K}$, $c_1=461\dfrac{Дж}{кг\cdot K}$, $\rho_1=7900\dfrac{кг}{m^3}$, $f=50Гц$, R=4,5$см$, $a_1=\dfrac{\lambda_1}{c_1\cdot\rho_1}=0{,}123\dfrac{см^2}{сек}$, $h=0{,}016$, $T_R=20^0C$.

Конечное распределение температуры по сечению $0\leq r\leq R$ в горячем режиме задается функцией: $\varphi_2(r)=270+\dfrac{480}{R}\cdot r$.

В результате проведенных численных экспериментов исследовались пространственные зависимости значений минимизируемого функционала F от значений времени нагрева t_1 и коэффициентов c, γ, β.

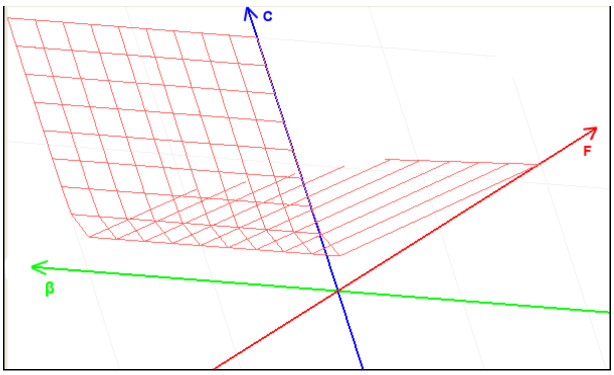

Рис. 1. Зависимость функционала F от параметров c, β.

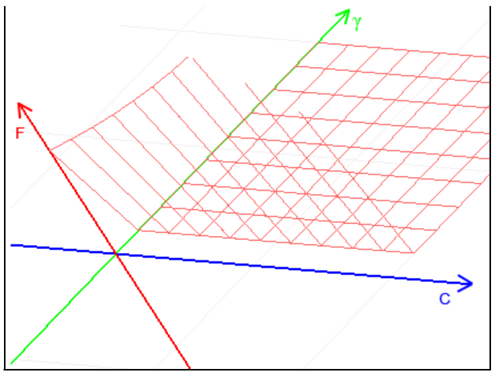

Рис. 2. Зависимость функционала F от параметров c, γ.

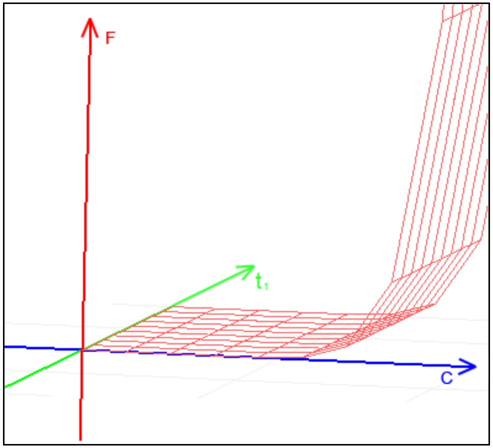

Рис. 3. Зависимость функционала F от параметров c, t_1.

Исследования зависимостей минимизируемого функционала F от параметров t_1, c, γ, β показало, что наилучшие результаты, представленные на рис. 1 – 3 получаются при $\beta = 10^5–10^6$, $\gamma = 10^{-4}–10^{-9}$, c = 0,28 при этом соответствующие минимальные значения функционала F = 2,0728 кДж (рис. 1), F = 1,2856 кДж (рис. 2), F = 3,1169 кДж (рис. 3).

Литература

1. *Лелевкина Л.Г, Новиков И.* Оптимизация индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины в холодном режиме // Докл. II межд. конф. “Проблемы управления и информатики”. – Бишкек, 2007. – С. 203–208.
2. *Егоров А.И.* Основы теории управления. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
3. *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 403 с.
4. *Ковалева Л.А., Насыров Н.М. и др.* Изучение теплопроводности высоковязких углеводородных систем методом экспериментального и математического моделирования // ПМТФ. – 2005. – Т. 46. – С. 96–102.