ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ГРУНТОВОГО ПОТОКА

САРБАЛИЕВ А.Ш.
izvestiya@ktu.aknet.kg

Данная модель движения оползневого потока основана на гидравлическом подходе (“теории мелкой воды”). Это означает, что продольный масштаб изучаемого явления должен быть много больше глубины потока и что рассматриваются средние по поперечному сечению параметры потока, т. е. поток рассматривается [2, 4] как тонкий, однородный (плотность, коэффициенты гидравлического и «сухого» трения – постоянны) слой несжимаемой жидкости. Считается, что в начальный момент смещающаяся часть грунтового массива мгновенно дробится и превращается в «жидкость», которая затем «стекает» по склону (движение возникает из состояния покоя). Склон – переменной крутизны, длинный и широкий, т.е. эффектами, связанными с взаимодействием с воздухом на боковых границах потока можно пренебречь. Движение потока подвержено действию силы тяжести и силы трения.

Среда, из которой состоит грунтовый поток, предполагается однородной и несжимаемой, движение турбулентно. Трение входит в уравнения интегрально в виде трения о дно. Поток взаимодействует с внешней средой только на дне (захват массы, трение). Взаимодействием потока на свободной поверхности с внешней средой пренебрегаем, так как перемешивание практически отсутствует из-за большой разницы в плотностях воздуха и оползневого материала и трение о воздух мало. Дополнительный захват пород по пути движения мал по сравнению с начальной массой оползня.

Предполагается, что нет внешних притоков массы.

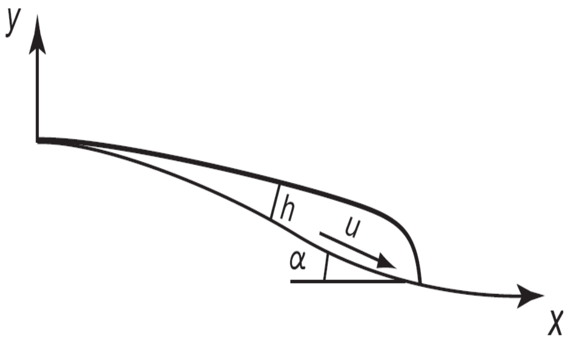

Рис. 1. Схема движения потока по склону

Для описания движения потока по склону (рис. 1) принимается система уравнений однослойной мелкой воды, которая в одномерном приближении и в консервативной форме имеет следующий вид [2, 4]:

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial hu}{\partial t} + \dfrac{\partial\left(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)}{\partial x} = gh\sin\alpha - \tau_x & x \geq x_o \\
\dfrac{\partial h}{\partial t} + \dfrac{\partial hu}{\partial x} = 0 & t \geq 0
\end{cases} . \qquad (1)
$$

Здесь t – время, x – координата вдоль склона, $u(x, t)$ – средняя по поперечному сечению потока скорость вдоль склона, $h(x, t)$ – высота (мощность) потока, отсчитываемая перпендикулярно поверхности склона, $\alpha(x)$ – угол наклона склона к горизонту, τ_x – проекция силы трения на ось x.

Рассматривая вопрос о выражении для силы трения, принимается во внимание, что для потоков жидкостей выражение для силы трения имеет следующий вид:

$$\tau = k_г u^2,$$

где u – величина скорости в потоке, $k_г$ – коэффициент трения.

Данные о величинах $k_г$ приводятся в гидравлических справочниках. Для потоков, содержащих глину и камни, типа селей и глинистых растворов рекомендуются формулы вида $\tau = \tau_c + k_г u^2$ [2]. Величина τ_c называется сухим трением и вычисляется с помощью закона Кулона (трение пропорционально нормальному давлению). Для потока на поверхности это означает, что $\tau_c = k_c gh\cos\alpha$, где k_c – коэффициент кулоновского трения.

Поэтому выражение для τ_x принимает следующий вид [2]:

$\tau_x = sign(u)\ k_г u^2 + gh\, k_c \cos\alpha.$ (2)

Полученная таким образом система уравнения используется для описания движения оползней-обвалов и оползней больших объемов, а также снежных лавин, селей, горных обвалов, Начальным условием для поставленной задачи будет распределение $u(x, t)$ и $h(x, t)$ на отрезке, малом по сравнению с характерным размером исследуемого потока и большом по сравнению с $h_o(x)$:

$$\begin{cases} u(x,t)\big|_{t=0} = u_o(x) \\ h(x,t)\big|_{t=0} = h_o(x) \end{cases} \qquad x \ge x_o. \tag{3}$$

Для расчета конкретных вариантов движения потоков различной природы по склону необходимо задать числовые значения коэффициентов трения k_c, $k_г$ и геометрические характеристики склона и водного, селевого или оползневого потока, определяемые функциями $\alpha(x)$, $h_o(x)$, $u_o(x)$.

Необходимо отметить, что выражение для силы трения имеет различный вид для остановившихся и находящихся в движении частей потока. Это связано с тем, что пока активная сила (которая складывается из составляющей силы тяжести ($gh\sin\alpha$) и градиента гидростатического давления) $\dfrac{\partial\left(\frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)}{\partial x}$ меньше чем сила трения, движение в остановившей части потока не может начаться. Поэтому выражение для силы трения принимает следующий вид ($\tau_c = k_c\, gh\cos\alpha$) [5]:

1) при $u \neq 0$:

$\tau_c = \tau_c\, sign(u)$

2) при $u = 0$:

$$\tau_c = \begin{cases} gh\sin\alpha - \dfrac{\partial\left(\frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)}{\partial x}, & \left| gh\sin\alpha - \dfrac{\partial\left(\frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)}{\partial x} \right| < \tau_c \\ \tau_c sign\left(gh\sin\alpha - \dfrac{\partial\left(\frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)}{\partial x} \right), & \left| gh\sin\alpha - \dfrac{\partial\left(\frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)}{\partial x} \right| \ge \tau_c \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial hu}{\partial t} + \dfrac{\partial\left(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)}{\partial x} = s_x & x \ge x_o \\ \dfrac{\partial h}{\partial t} + \dfrac{\partial hu}{\partial x} = 0 & t \ge 0 \end{cases}, \tag{5}$$

где $s_x = gh\sin\alpha - \tau_x$.

Решение уравнения (1) имеет ряд моментов, которые следует отметить. Вычисление силы трения осуществляется в соответствии с формулами (2), (4). Градиент давления вычисляется с помощью центральной разностной производной функции $\left(\frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)$ в точках $x_i(t)$, $i = 2,..,(N-1)$. Для граничных частиц считается, что нет давления на поток извне. Поэтому в этих точках градиент давления заменяется на левую и правую разностную производную функции

$\left(\frac{1}{2}gh^2\cos\alpha\right)$ в точках $x_i(t)$, i = 1,.., N. Данный алгоритм был реализован, и на его основе было проведено математическое моделирование движения водных, селевых и оползневых потоков по наклонным поверхностям. Основными входными параметрами построенной вычислительной системы являются коэффициенты трения k_c, $k_г$, профиль склона, определяемый функцией $\alpha(x)$, и характеристики исследуемого потока, определяемые функциями $h_o(x)$, $u_o(x)$. Основными выходными параметрами являются распределение мощности, и скорости потока во времени и величина пройденного пути, как наиболее важные характеристики любого склонового процесса.

В векторной форме уравнение (4) можно представить в следующем виде

$$\overline{w}_t + \bar{f}_x = \bar{s} \qquad (6)$$

где $\overline{w} = \begin{pmatrix} h \\ u \end{pmatrix}$, $\bar{f} = \begin{pmatrix} m \\ m^2/h + gh^2/2 \end{pmatrix}$, $\bar{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ s_x \end{pmatrix}$, $m=hu$

Литература

1. Стокер Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения. – М.: Изд-во иностр. литературы, 1959. – 617 с.
2. Эглит М.Э. Неустановившиеся движения в руслах и на склонах. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. – 96 с.
3. Богомолов С.В., Захаров Е.В., Зеркаль С.В. Математическое моделирование движения оползня-потока методом частиц // Труды X Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики (МДОЗМФ-2001)». – Херсон, 2001. –С. 69-71.
4. Григорян С.С., Нилов Н.Н., Остроумов А.В., Федоренко В.С. Математическое моделирование горных обвалов и оползней больших объемов // Инженерная геология. – 1983. – № 6. – С. 61.
5. Эглит М.Э. Расчет параметров лавин в зоне торможения и остановки // Материалы гляциологических исследований. Хроника обсуждений. – 1982. – Вып. 43. – С. 35-39.
6. Богомолов С.В., Замараева А.А., Карабелли Х., Кузнецов К.В. Консервативный метод частиц для квазилинейного уравнения переноса // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1998. – Т. 38. – № 9. – С. 1602-1607.
7. Богомолов С.В., Кузнецов К.В. Метод частиц для системы уравнений газовой динамики // Математическое моделирование. – 1998. – Т. 10. – № 3. – С. 93.
8. Богомолов С.В., Захаров Е.В., Зеркаль С.В. Моделирование волн на мелкой воде методом частиц // Математическое моделирование. – 2002. – Т. 14. – № 3. – С. 103-116.
9. Зеркаль С.В. Апостериорная оценка погрешности метода частиц на моделях теории мелкой воды // Прикладная математика и информатика: Труды факультета ВМиК МГУ им. М.В.Ломоносова. Под ред. Д.П.Костомарова, В.И.Дмитриева. – 2002. – № 10. – С. 90-101.
10. Rodriguez M.X., Bonet J., Kulasegaram S., Lok T.-S.L. Mesh-free Numerical Simulation of Debris Flow Avalanches // Proceedings of ann. conf. Assoc. of Compt. Mech. (ACME), UK – 2000.
11. Kulasegaram S., Bonet J., Lok T.-S.L., Rodriguez-Paz M. Corrected Smooth Particle Hydrodynamics – A Meshless Method for Computational Mechanics // CD-Rom Proceedings of European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering “ECCOMAS-2000”. – Barcelona, – 11-14 September 2000. – 11 p.