

ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ТЕКУЧЕСТИ

САЛИЕВ С.А., ЧЫНЫБАЕВ М.К.

izvestiva@ktu.aknet.kg

Предлагается построение поверхности текучести на основе модели скольжений М.Я. Леонова.

Исходные положения. В модели скольжений М.Я.Леонова сопротивление скольжению зависит от интенсивности скольжений и определяется функцией φ_{nl} [1]. Обозначая его некоторым оператором $S_{nl}(\varphi_{v\lambda})$, будем иметь основное уравнение для определения интенсивности скольжений при заданном S_{nl} :

$$S_{nl}(\varphi_{v\lambda}) = \tau_{nl}, \quad \text{при} \quad \dot{\varphi}_{nl} > 0;$$

$$\varphi_{nl} = 0, \quad \text{при} \quad S_{nl}(\varphi_{v\lambda}) > \tau_{nl}, \quad (1)$$

где точки над функцией означают производную по времени.

φ_{nl} – искомая функция, которая полностью характеризует и кинематику пластической деформации, и прочностные свойства (сопротивлению сдвигу) материала.

Исходная характеристика S_{nl} в формуле (1), называемая сопротивлением сдвигу, является прочностной характеристикой материала в механике пластических деформаций. Наряду с интенсивностью скольжений она определяет, как и коэффициент упругости, некоторые усредненные в достаточно большом объеме тела величины при (макро) однородной деформации. Эта характеристика, как и поверхность нагружения, не поддается непосредственному определению в эксперименте. Она подбирается так, чтобы результаты расчетов и опытов совпали с точностью, требуемой от эксперимента. Автором рассматриваемой модели [1] S_{nl} считается зависящим от φ_{nl} оператором и предложено аппроксимировать эту зависимость в виде

$$S_{nl} = \psi(\tau_o, m) + \Psi_o(\tau_o, m)\varphi_{nl} + \Phi(1 - \Gamma_{nl}/\Gamma_m), \quad (2)$$

где Γ_{nl} - компоненты тензора пластической деформации, Γ_m - ее максимальная сдвиговая компонента, ψ и Ψ_o – функция упрочнения, Φ – “параметр”.

В деформационных соотношениях, полученных в рамках данной модели для простых видов нагружения, когда вид деформированного состояния не меняется, “параметр” Φ не входит в эти соотношения. При изменении же вида деформированного состояния в такие уравнения Φ входит явным образом [2]. Поскольку вид деформированного состояния непосредственно зависит от кинематики вееров скольжений, в общем случае Φ зависит от кинематики вееров скольжений [3].

Построение поверхности текучести. При известных зависимостях для материальных функций Ψ_o , Φ можно построить и поверхность текучести для повторного нагружения. Для этой цели необходимо определить значения нагрузок (σ и τ), при которых начнутся новые сдвиги (в прежних или новых площадках и направлениях). Но прежде всего надо определить вторичные пределы текучести (т.е. значения S_{nl} в разных плоскостях и направлениях).

Сопротивление сдвигу определено только в тех площадках и направлениях, где скольжения уже произошли, и они вызывают соответствующие (раз) упрочнение материала. Согласно [4] для определения сдвигов в направлении, обратном к направлению уже прошедших, предлагается иной способ построения функции Ψ . Поэтому первое, что возможно определить – вторичные пределы текучести для таких типов нагружения, когда скольжения будут продолжены в тех же плоскостях и направлениях.

В качестве примера вычислим значения сопротивления сдвигу в различных направлениях скольжений на главной площадке для случая, когда первоначальные сдвиги

вызваны нагружением одноосного растяжения/сжатия. Напомним, сопротивление сдвигу в направлениях и площадках происшедших сдвигов задается формулой:

$$S_{nl} = \psi + V\Psi\varphi_{nl} + \Phi\left(1 - \frac{\Gamma_{nl}}{\Gamma_m}\right), \quad (3)$$

где $\psi = \tau_n$ - предел текучести, для рассматриваемого материала Ст40Х $\tau_n / 9.81 = 11 \text{ МПа}$,

V - объем скольжений,

Ψ - материальная функция,

φ_{nl} - область скольжений при сложном нагружении,

Φ - кинематическая характеристика скольжений,

Γ_{nl} - компоненты тензора пластической деформации при сложном нагружении,

Γ_m - максимальная сдвиговая компонента тензора пластических деформаций при сложном нагружении $\Gamma_m = (\Gamma_1 - \Gamma_3) / 2$.

Вначале, на примере номинальной диаграммы осевого растяжения рассмотрим характер развития сопротивления сдвигу главной площадки по различным направлениям сдвига ω на различных этапах первоначального (одноосного) нагружения (рис.1). В данном случае для выражений φ_{nl} и Γ_{nl} в (3) будем иметь:

$$\varphi_{nl} = 0.5\lambda_1[\Omega^2 - (\omega - \Omega_c)^2] \quad (4)$$

$$\Gamma_{nl} = (2\Gamma_1 + \Gamma_2)n_1l_1 + (2\Gamma_2 + \Gamma_1)n_2l_2. \quad (5)$$

Для направляющих косинусов в этих выражениях величины углов будут равны:

$$\alpha_1 = 0; \beta_1 = 0; |\omega - \Omega_c| < \Omega.$$

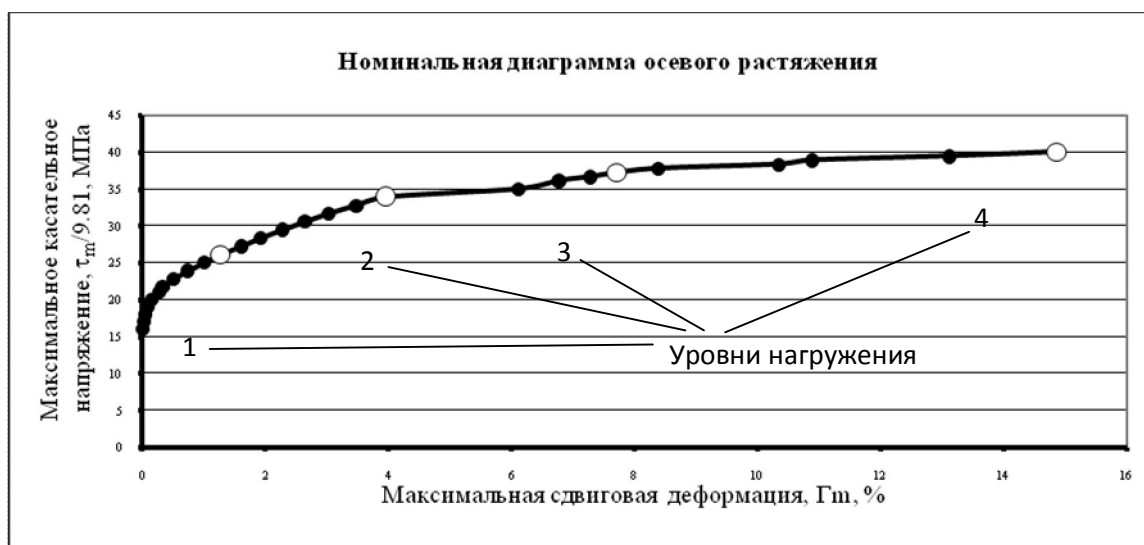


Рис.1. Номинальная диаграмма осевого растяжения

При этом будем иметь $S_{nl} = \tau_n + V\Psi\frac{1}{2}\lambda_1[\Omega^2 - (\omega - \Omega_c)^2] + \Phi(1 - \cos \omega)$. (6)

Вычисление S_{nl} при различных значениях ω и различных уровнях деформирования принципиальных затруднений не вызывает.

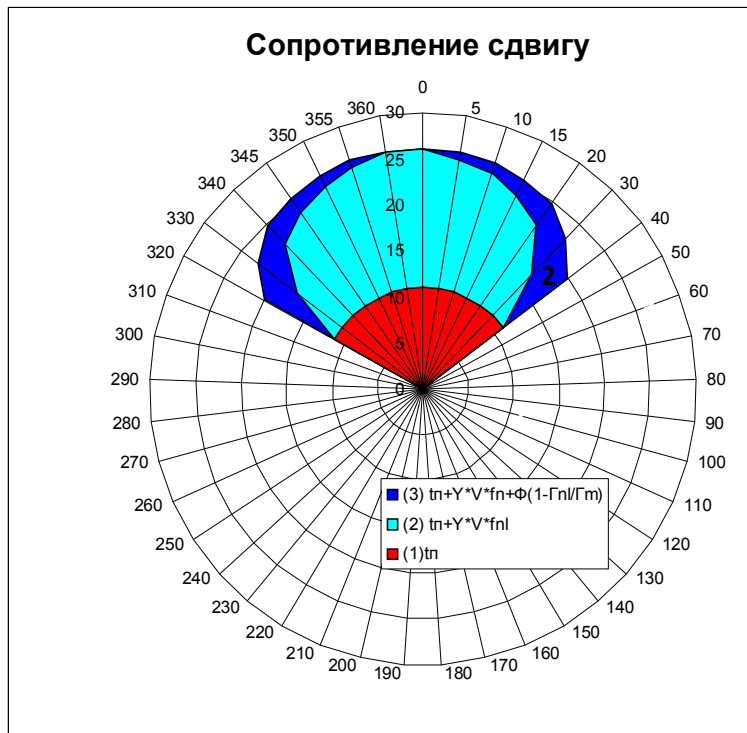


Рис.2. Картина развития сопротивления сдвигу в области скольжений

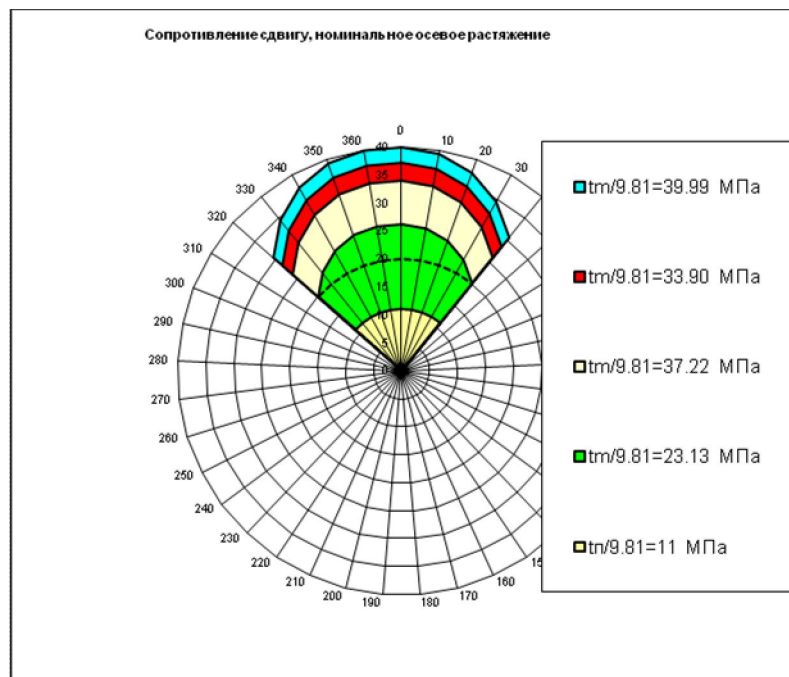


Рис.3. Характер изменения S_{nl} по различным направлениям на главной площадке (площадке действия τ_{max}) после пластического растяжения

Картина развития сопротивления сдвигу в области скольжений (рис.2) при уровне максимального касательного напряжения $\tau_m/9,81=26,13$ МПа изображена на рис. 1. Первый участок соответствует первому слагаемому в уравнении (6), т.е. упругой стадии деформирования; второй участок на диаграмме соответствует второму слагаемому в уравнении (6) и третий участок соответствует третьему слагаемому выражения S_{nl} ; совокупность всех участков дает полное значение S_{nl} при рассматриваемом уровне нагружения. Результаты произведенных расчетов полных значений S_{nl} для четырех разных уравнений нагружения приведены на рис. 3.

Для построения участка поверхности текучести, соответствующего рассматриваемому классу нагружения будем задавать траектории пропорционального нагружения определяемого коэффициентом $k=\tau/\sigma$. При этом необходимо вычислить значения компонент напряжений τ_{nl} [5] в различных направлениях (ω или l) в рассматриваемой главной площадке и определить направление (ω^*) и уровень нагружения (τ^*) при котором данное напряжение достигает соответствующего уровня S_{nl} . Поскольку условием возникновения повторных скольжений является то, что в каком-то из направлений τ_{nl} в рассматриваемой плоскости (уже произошедших скольжений) достигает соответствующего значения S_{nl} . При таких нагружениях максимальное касательное напряжение определяется через τ и σ по формуле:

$$\tau_m = \frac{\sigma + \tau}{2} \quad \text{или} \quad \tau_m = \frac{\sigma}{2}(1 + k). \quad (7)$$

Рассмотрим три пути нагружения $k=0$ – случай осевого растяжения $\left(\tau_m = \frac{\sigma}{2}\right)$, $k=1/3$ – случай чистого сдвига $\left(\tau_m = \frac{2}{3}\sigma\right)$, и $k=1/4$ – произвольное (промежуточное) нагружение $\left(\tau_m = \frac{5}{8}\sigma\right)$.

Из результатов расчетов выяснилось что, несмотря на разные траектории повторных нагружений (при различных комбинациях τ и σ) скольжения возникают при одном и том же максимальном касательном напряжении $\tau_m = \tau_m^*$, при котором $\tau_{nl}=S_{nl}$ и для всех направлений первоначальных сдвигов. В пространстве напряжений σ и τ полученная поверхность нагружения соответствует прямой линии, причем граница этой поверхности остается параллельной ее начальному положению (рис. 3).

Расчеты значений S_{nl} при пластических деформациях траекторий нагружения чистого сдвига показали аналогичную картину развития сопротивления сдвигу, что и при осевом растяжении (рис. 5). Соответственно, получается и одна и та же поверхность текучести, изображенная на рис. 5. Разница только в растворе веер направлений скольжений: при растяжении этот веер больше, чем при сдвиге, примерно на 20-25 %.

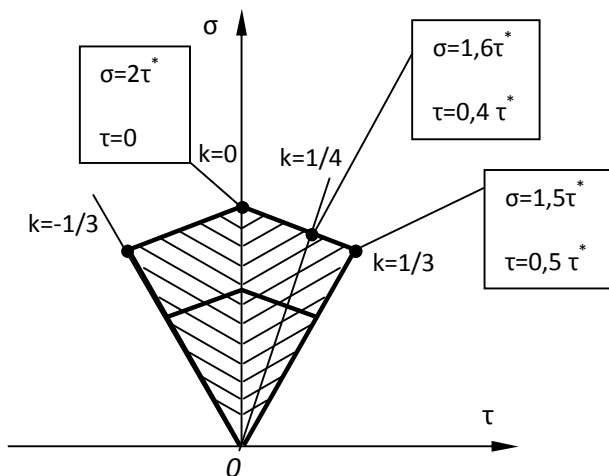


Рис.4. Поверхность текучести

Для построения поверхности текучести в тех направлениях, где нет сдвигов (при $|\omega - \Omega_c| > \Omega$), требуется уточнение соответствующих значений сопротивления сдвигу и формы записи самого сопротивления сдвигу. Вопрос подбора выражения для S_{nl} , а также материальных характеристик Ψ и Φ для таких направлений остается открытым: до сих пор рассматривались лишь значения для S_{nl} в направлениях обратных к направлению произошедших скольжений и в частности – эффект Баушингера [6]. Этот вопрос требует проведения отдельных исследований.

Выводы:

1. Согласно рассматриваемой модели поверхность нагружения действительно имеет излом (“заострение”) в направлении τ_{max} .
2. В рассмотренном случае поверхность текучести (на главной площадке) изменяется в направлениях происшедших сдвигов параллельно и пропорционально ее начальному положению.
3. После установления характера изменения сопротивления сдвигу построение поверхности нагружения не вызывает принципиальных затруднений.



Рис.5. Характер изменения S_{nl} по различным направлениям на главной площадке (площадке действия τ_{max}) после пластического деформирования чистого сдвига

Литература

1. Леонов М.Я. Механика деформаций и разрушения. – Фрунзе: Илим, 1981.
2. Салиев А.Б. О деформационных соотношениях при малых веерах скольжений и простых нагружениях. // В сб.: Прочность и устойчивость реальных твердых тел и конструкций. – Фрунзе: Илим, 1991. С. 67-77.
3. Чыныбаев М.К., Салиев А.Б. О кинематической характеристике вееров скольжений. // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова. №12. Бишкек, 2007. С. 24-30.
4. Рычков. Б.А. К определению расчетных зависимостей теории скольжения // Сб.: Прочность и устойчивость реальных твердых тел. – Фрунзе: Илим. 1988. С.18-25.
5. Чыныбаев М.К. Определение напряжений при однородной монотонной деформации. // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И.Раззакова №12, Бишкек, 2007. С. 30-37.
6. Рычков Б.А. Сложная деформация и эффект Баушингера стали 45. Тезисы докл. на VIII Всесоюз. Конф. по прочн. и пластичности. Пермь. 1983.

