

УДК 537.523 (575.2) (04)

МЕТОД ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ МИКРОВОЛНОВОГО НАГРЕВА

Д.И. Яр-Мухамедов – аспирант,

П.В. Козлов – канд. физ.-мат. наук,

В.М. Лелёвкин – докт. физ.-мат. наук, профессор

Разработан метод предварительного анализа процесса микроволнового нагрева, основанный на исследовании коэффициента поглощения в комплексной плоскости.

Ключевые слова: микроволновый нагрев керамики; метод предварительного анализа микроволнового нагрева; коэффициент поглощения.

На современном этапе развития науки и техники нагрев посредством микроволн становится очень актуальным, так как он имеет ряд преимуществ перед традиционными методами нагрева. Такими преимуществами являются скорость нагрева, нагрев в объеме (а не с поверхности) и др.

Существует проблема, связанная со сложной зависимостью коэффициента поглощения микроволнового излучения изделием, обусловленная тем, что в процессах поглощения, прохождения и отражения электромагнитных волн играют существенную роль интерференционные явления [1]. Анализ сложной зависимости коэффициента поглощения от ряда параметров, в том числе и от геометрической формы изделия, становится актуальной задачей, так как может позволить существенно сократить количество вычислений, необходимых для моделирования процесса.

Постановка задачи. Пусть дана бесконечная керамическая пластина, имеющая определенную заданную толщину. Для упрощения теоретического анализа предполагается однородность образца по составу. С обеих сторон на боковые поверхности симметрично падает электромагнитное излучение микроволнового диапазона [2].

В результате поглощения микроволнового излучения керамическая пластина нагревается и устанавливается некоторое распределение температуры в её поперечном сечении. В окружающем пластину воздухе также имеется градиент температур, но воздух под воздействием микроволнового излучения не нагревается. Он

лишь переносит тепло с пластины в область теплоотвода.

Для керамики коэффициент теплопроводности много больше, чем тот же коэффициент для воздуха. Следствием существенного различия в способности изделия и окружающей среды проводить тепло, а также следствием однородности керамического образца по составу является малое изменение характеристик нагреваемой керамики вдоль пространственных координат и становится возможным использование приближения однородных коэффициентов [3].

Известны следующие исходные величины: температура в середине пластины – T_0 , температура стенок камеры – T_r , а также все физические характеристики материалов (теплопроводность λ , электропроводность и др.) и их зависимости от температуры.

Исходные уравнения и граничные условия. Для получения распределения напряжённости электрического поля необходимо решить уравнения Максвелла в двух областях, внутри и вне образца.

$$\begin{cases} E'' + k_0^2 \varepsilon(T_0) E = 0, & \text{при } 0 \leq x \leq R_c \\ E'' + k_0^2 E = 0, & \text{при } R_c < x \leq R_{\max}. \end{cases} \quad (1)$$

Также необходимо воспользоваться следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} x=0 & \Rightarrow \frac{dE}{dx} = 0, \\ x=R_c & \Rightarrow E|_{x \rightarrow R_c, -0} = E|_{x \rightarrow R_c, +0}, \quad \frac{dE}{dx}|_{x \rightarrow R_c, -0} = \frac{dE}{dx}|_{x \rightarrow R_c, +0}, \quad (2) \\ x=R_{\max} & \Rightarrow E = E_R. \end{aligned}$$

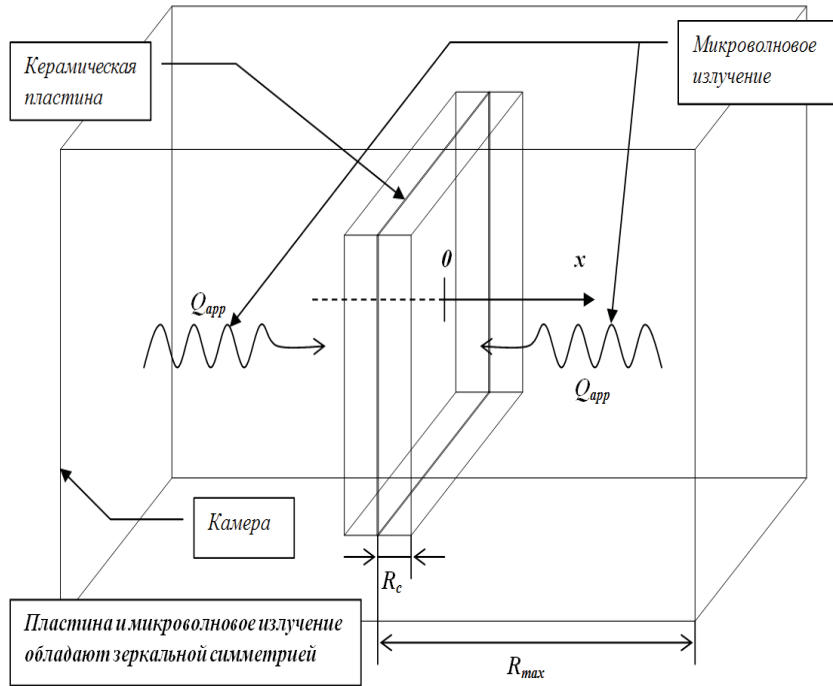


Рис. 1. Керамическая пластина в электромагнитном поле.

Электрическое поле. Внутри пластины напряжённость электрического поля определяется выражением:

$$E_1 = E_0 \cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} x). \quad (3)$$

Вне образца волну удобно разложить на две составляющие, одна из которых движется к пластине, а другая – от неё. Тогда электрическое поле вне пластины будет определяться выражением:

$$E_2 = A_1 \exp(i k_0 x) + A_2 \exp(-i k_0 x). \quad (4)$$

Используя граничные условия (2), получим выражение, связывающее амплитуды падающей и уходящей волны с амплитудой в центре образца:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2} E_0 \exp(-i k_0 R_c) (\cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c) + i \sqrt{\varepsilon} \sin(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c)), \\ A_2 &= \frac{1}{2} E_0 \exp(i k_0 R_c) (\cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c) - i \sqrt{\varepsilon} \sin(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c)). \end{aligned} \quad (5)$$

Коэффициент поглощения. Зная амплитуды падающей и уходящей волн, можно найти коэффициент поглощения, который будет определяться следующим выражением:

$$\eta = 1 - \left| \frac{A_2}{A_1} \right|^2 = 1 - \left| \frac{\cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c) - i \sqrt{\varepsilon} \sin(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c)}{\cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c) + i \sqrt{\varepsilon} \sin(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c)} \right|^2. \quad (6)$$

Таким образом, для данной модели коэффициент поглощения зависит от:

1. Температуры, через диэлектрическую постоянную $\varepsilon = \varepsilon(T, \omega)$ и через размеры пластины $R_c = R_c(T)$.

2. Частоты, через волновой вектор $k_0 = \omega c^{-1}$ и комплексную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = \varepsilon(T, \omega)$.

3. Толщины пластины R_c .

Коэффициент поглощения играет определяющую роль в выборе эффективного пути микроволнового нагрева. Он не зависит от того, является ли выбранная модель стационарной или же характеристики нагреваемого изделия изменяются со временем.

Построим зависимость коэффициента поглощения от действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости. Диэлектрическая проницаемость сама по себе зависит от температуры, а, следовательно, температурная зависимость коэффициента поглощения через диэлектрическую проницаемость является неявной. Зависимость же коэффициента от компонент проницаемости является более общей и явной. Остальные характеристики, такие как размеры и частота, будут параметрами, определяющими форму результирующей поверхности (см. рис. 2).

На графиках видна очевидная немонотонная зависимость коэффициента поглощения от действительной компоненты комплексной диэлектрической проницаемости. Поверхность име-

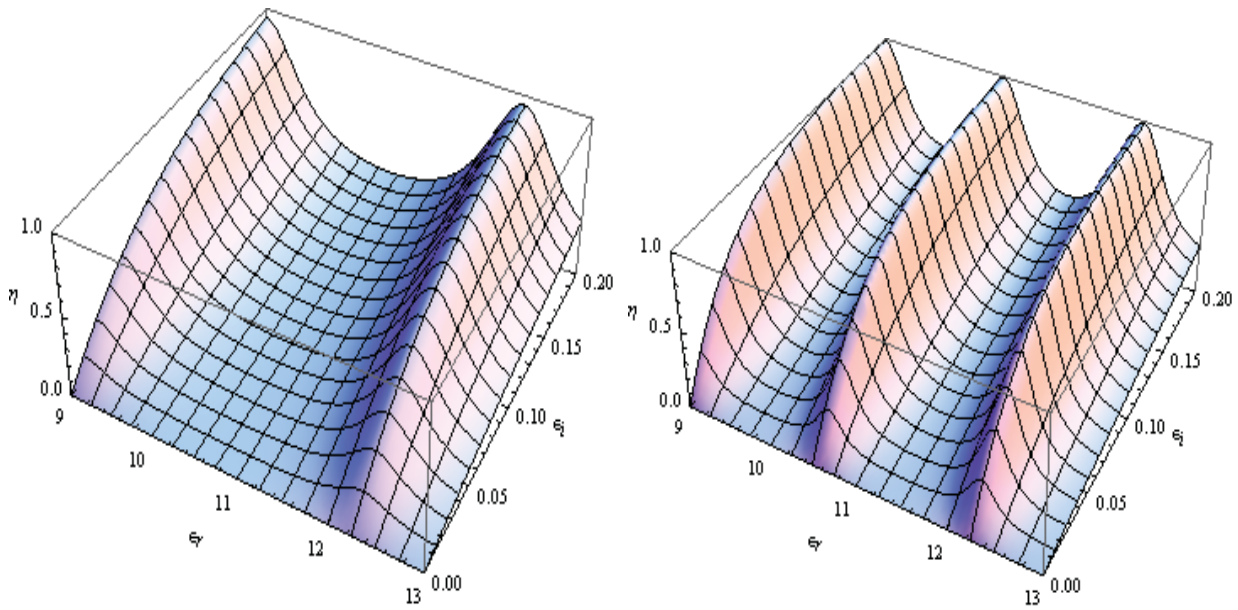


Рис. 2. Коэффициент поглощения как функция действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости в модели для керамической пластины при следующих значениях параметров: частота излучения – 30 ГГц, полутолщина пластины – 1 см (слева), 2 см (справа).

ет ряд максимумов и минимумов. Они обусловлены интерференцией волн внутри пластины. С изменением действительной части комплексной диэлектрической проницаемости изменяется длина волны микроволнового излучения. В одних случаях проходящие волны складываются и дают интерференционные максимумы. В других – вычитаются и дают минимумы.

Выражение для экстремумов следующее:

$$\varepsilon_r = \frac{n^2}{16v^2 R_c^2 \varepsilon_0 \mu_0} \quad n \in (1, 2, 3, \dots) \quad (7)$$

Формула для максимумов:

$$\varepsilon_r = \frac{n^2}{4v^2 R_c^2 \varepsilon_0 \mu_0} \quad n \in (1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

И для минимумов:

$$\varepsilon_r = \frac{(2n-1)^2}{16v^2 R_c^2 \varepsilon_0 \mu_0} \quad n \in (1, 2, 3, \dots) \quad (9)$$

Изменение положений максимумов и минимумов при изменении толщины пластины представлено на рис. 3.

Мнимая часть комплексной диэлектрической проницаемости не влияет на положения максимумов и минимумов и на первый взгляд кажется, что при её увеличении происходит просто монотонное возрастание коэффициента по-

глощения. Это наблюдение справедливо лишь тогда, когда её величина значительно меньше единицы. Если же проводимость материала велика, т.е. в рассмотрение берутся участки с мнимой частью комплексной диэлектрической проницаемости по величине, сравнимой с единицей или даже превышающей её, то картина меняется. С ростом способности материала поглощать электромагнитные волны уменьшается глубина проникновения излучения и, следовательно, ослабляется роль интерференционных эффектов. Коэффициент поглощения становится одинаковым для различных значений действительной части комплексной диэлектрической проницаемости (см. рис. 4).

При постоянном значении действительной части комплексной диэлектрической проницаемости, соответствующем одному из интерференционных максимумов, наблюдается изменение коэффициента поглощения в зависимости от мнимой части. Характер этой зависимости предполагает существование пика, обусловленного относительным вкладом в коэффициент поглощения интерференционных явлений и проводимости. Положение этого пика в общем случае проще всего определить численно, так как аналитические вычисления представляются очень громоздкими. Тем не менее, тщательное изуче-

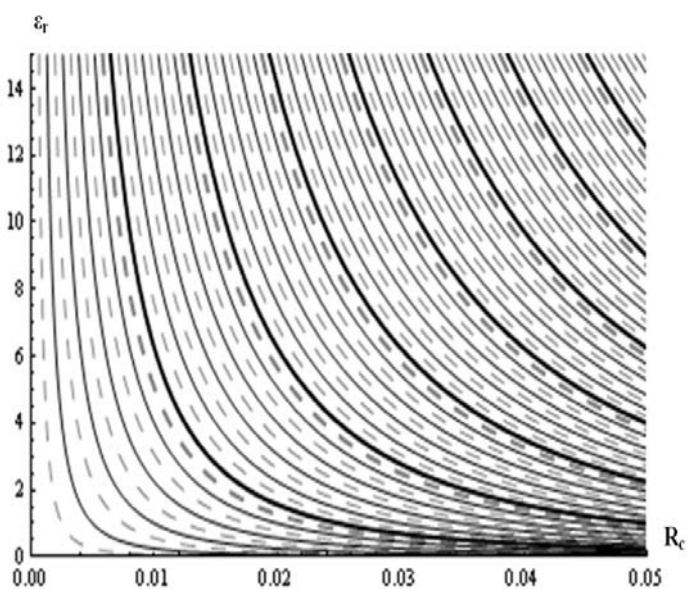


Рис. 3. Зависимость положений максимумов (сплошные линии) и минимумов (пунктирные линии) от толщины пластины (каждый пятый максимум и минимум изображены жирными линиями).

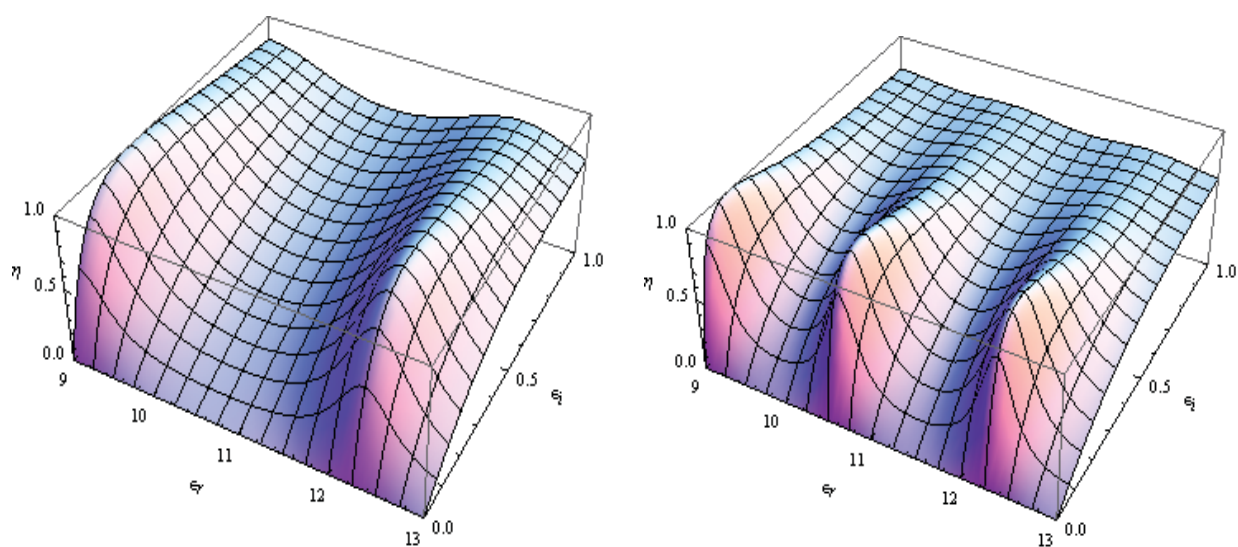


Рис. 4. Коэффициент поглощения как функция действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости в модели для керамической пластины при следующих значениях параметров: частота излучения – 30 ГГц, полутолщина пластины – 1 см (слева), 2 см (справа).

ние графиков на рис. 4, позволяет предположить, что с ростом номера интерференционного максимума положение пика устанавливается на некотором определённом значении. Таким образом, перейдя к пределу, то есть, устремив номер максимума к бесконечности, можно получить выражение, описывающее прямую, к которой асимптотически стремятся все пики. Выражение для этой прямой выглядит следующим образом:

$$\varepsilon_i = \frac{1}{\pi \nu R_c \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (10)$$

Пики и прямая, к которой они стремятся, представлены на рис. 5. Полученные до этого момента выводы и результаты не привязаны к какому-либо конкретному материалу.

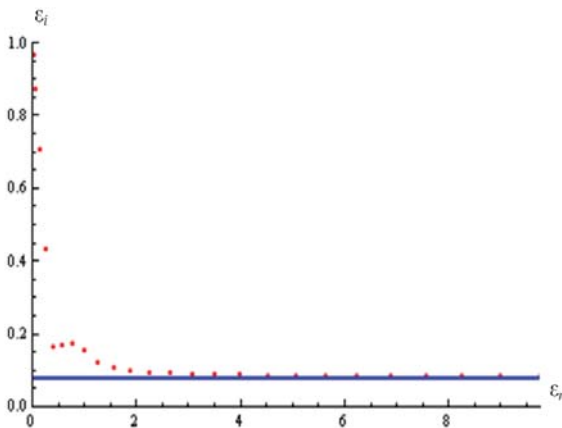


Рис. 5. Пики коэффициента поглощения и асимптотическая прямая.

Метод предварительного анализа. Построим зависимость коэффициента поглощения от компонент комплексной диэлектрической проницаемости не в виде поверхности в трёхмерном пространстве как на рис. 2 и 4, а в виде контуров на плоскости (см. рис. 6). Построим на полученном контурном графике кривую, отражающую зависимость комплексной части диэлектрической проницаемости от её действительной части при изменении температуры. Далее построим зависимость коэффициента поглощения от температуры.

Из контурного графика можно видеть, что кривые пересекают минимумы и максимумы при определённых значениях температуры. Сравнивая контурный график с графиком, отражающим температурную зависимость коэффициента поглощения, приходим к выводу, что температурная зависимость коэффициента поглощения для каждого вида материала представляет собой срез

поверхности, отражающей зависимость коэффициента поглощения от действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости, вдоль линий, показывающих зависимость компонент от температуры.

Для окиси алюминия отчётливо видны максимумы и минимумы для коэффициента поглощения, в то же время у нитрида кремния ни на одном из графиков не присутствуют ни максимумы, ни минимумы, обусловленные интерференционными явлениями. Это объясняется отсутствием у действительной части комплексной диэлектрической проницаемости нитрида кремния температурной зависимости. Именно температурная зависимость этой компоненты обуславливает появление максимумов и минимумов, так как она влияет на длину волны в среде, что, в свою очередь, приводит к проявлению интерференционных явлений. Для материалов, у которых отсутствует температурная зависимость действительной части комплексной диэлектрической проницаемости, может наблюдаться только один максимум, связанный с изменением вклада интерференции электромагнитных волн и проводимости керамики в коэффициент поглощения. Для таких материалов достаточно однократно подобрать соответствующую частоту и нагрев будет проходить вдоль заданного максимума. Для материалов, у которых наблюдается температурная зависимость обеих компонент, чтобы достичь максимальной эффективности нагрева, необходимо изменять какой-либо параметр, например, частоту падающего микроволнового излучения, что позволит проводить нагрев вдоль определённого выбранного заранее максимума.

Построим график, отражающий изменение частоты падающего излучения, которое необходимо осуществлять по достижении определённой температуры для того, чтобы коэффициент поглощения всё время изменялся вдоль одного из максимумов. Предположим, что величины компонент комплексной диэлектрической проницаемости не зависят от частоты падающего излучения. Положим их функциями только температуры. Тогда из формулы (8) получим:

$$\nu = \frac{n}{2R_c(T) \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_r(T)}} \quad (11)$$

Пусть у выбранного типа керамики коэффициент теплового расширения пренебрежимо мал, то есть температурной зависимостью размеров пластины можно пренебречь. Тогда частота будет зависеть от температуры только через действительную часть комплексной диэлектри-

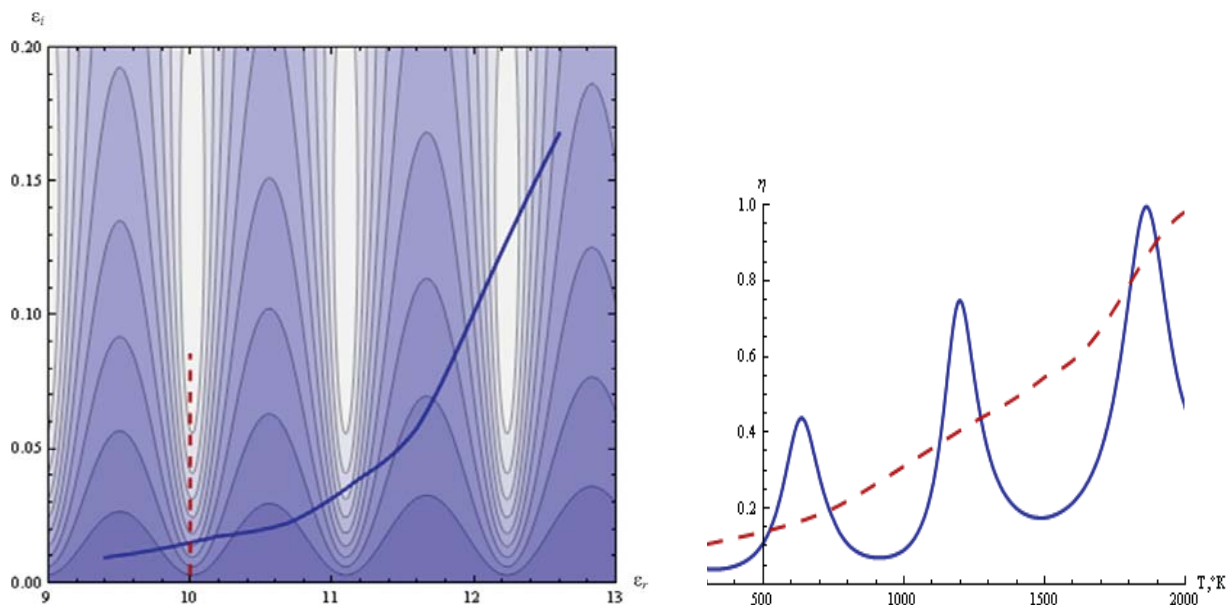


Рис. 6. Зависимость коэффициента поглощения от температуры для окиси алюминия (сплошная линия) и нитрида кремния (пунктирная линия) в пластине толщиной 6 см при частоте падающего излучения 30 ГГц.

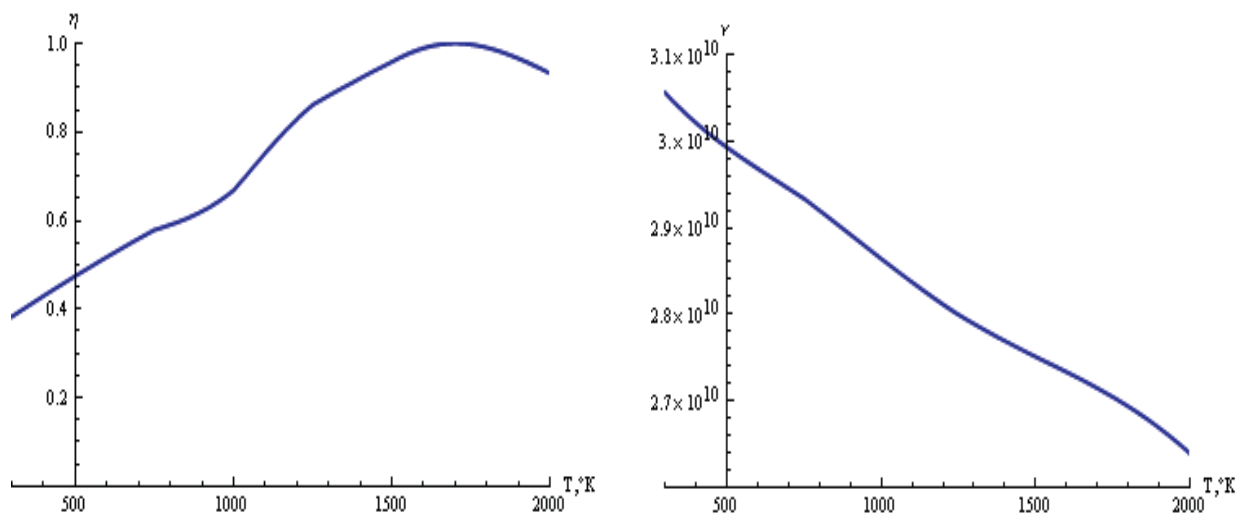


Рис. 7. Изменение коэффициента поглощения (слева) для окиси алюминия с изменением температуры при параллельном изменении частоты (справа) падающего излучения (коэффициент изменяется вдоль 25-го максимума в окиси алюминия при толщине пластины 8 см).

ческой проницаемости. Подставим формулу для частоты (11) в выражение для коэффициента поглощения (6) и получим:

$$\eta = 1 - \left| \frac{A_2}{A_1} \right|^2 = 1 - \left| \frac{\cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c) - i \sqrt{\varepsilon} \sin(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c)}{\cos(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c) + i \sqrt{\varepsilon} \sin(k_0 \sqrt{\varepsilon} R_c)} \right|^2. \quad (12)$$

Очевидно, что соответствующий максимуму коэффициент поглощения не зависит от размеров пластины, а зависит только от характеристик материала и номера максимума. Зависимость коэффициента поглощения от температуры при таком изменении частоты приведена на рис. 7.

Выводы. Предложен метод предварительного анализа процессов микроволнового нагрева путем исследования коэффициента поглощения в комплексной плоскости. Метод применён для анализа процессов нагрева, протекающих в плоской однородной керамической пластине при

симметричном облучении микроволновым излучением. Показано, что предварительный анализ позволяет выбрать максимально эффективный путь проведения микроволнового нагрева.

Литература

1. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. – М.: Наука, 1987. – 592 с.
2. *Козлов П.В., Кулумбаев Э.Б., Лелёвкин В.М., Рафатов И.Р.* Микроволновый нагрев керамических изделий // Проблемы моделирования и развития технологии получения керамики: Междунар. сем. 1–4 сентября 2005. – Бишкек: Изд-во КРСУ, 2005. – 174 с.
3. *Лелёвкин В.М., Оторбаев Д.К.* Экспериментальные методы и теоретические модели в физике неравновесной плазмы / Отв. ред. Ж.Ж. Жеенбаев. – Фрунзе: Илим, 1988. – 251 с.