

**Исследование трудности разработки грунтов
с каменными включениями землеройными машинами**

Для оценки трудности разработки неоднородных грунтов землеройными машинами исследована корреляционная взаимосвязь между независимыми переменными и функцией отклика /1,2/.

С целью определения степени связи между независимыми переменными: плотностью грунта - X_1 , высотой над уровнем моря - X_2 , содержанием каменных включений - X_3 и удельным сопротивлением грунта копанию - Y используют методы множественной корреляции, заключающиеся в построении линейных или нелинейных моделей, связывающих результирующий признак Y с независимыми переменными X_1, X_2, X_3 /3/. Выбор факторов X_1, X_2, X_3 , включаемых в корреляционную модель, объясняется наличием достаточных статистических лабораторных данных о плотности, гранулометрическом составе грунта /4/, а также о несомненности влияния этих факторов на сопротивление грунта копанию и соответственно на классификацию грунтов по категориям трудности их разработки.

В качестве регрессивной модели выбираем нелинейную модель вида:

$$Y = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \alpha_3 X_3 + \alpha_4 X_1 X_2 + \alpha_5 X_1 X_3 + \alpha_6 X_2 X_3 + \alpha_7 X_1 X_2 X_3 + \alpha_8 X_1^2 + \alpha_9 X_2^2 + \alpha_{10} X_3^2; \quad (1)$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha_{10}$ - постоянные коэффициенты, определяемые из статистических данных.

Данная регрессивная модель описывается полиномом второй степени.

Отыскание постоянных коэффициентов сводится по методу наименьших квадратов к решению системы уравнений:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)] \frac{\partial f}{\partial a} = 0$$

$$1. \sum_{i=1}^n y_i = n a_0 + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_8 x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^2$$

$$2. \sum_{i=1}^n y_i x_{1i} = a_0 x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^n a_2 x_{2i} x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i} x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i}^2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i} x_{3i} x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i}^2 x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_8 x_{1i}^3 + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^2 x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^2 x_{1i}$$

$$3. \sum_{i=1}^n y_i x_{2i} = a_0 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_2 x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i} x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i} x_{3i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i} x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_8 x_{1i}^2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^3 + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^2 x_{2i}$$

$$4. \sum_{i=1}^n y_i x_{3i} = a_0 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_2 x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i} x_{2i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i} x_{2i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_8 x_{1i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^3$$

$$5. \sum_{i=1}^n y_i x_{1i} x_{2i} = a_0 x_{1i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i}^2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_2 x_{1i} x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i} x_{1i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i}^2 x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i}^2 x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_6 x_{1i} x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i}^2 x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_8 x_{1i}^3 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^3 x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^2 x_{1i} x_{2i}$$

$$\begin{aligned}
6. \sum_{i=1}^n y_i x_{1i} x_{3i} &= a_0 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_2 x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i}^2 x_{1i} + \sum_{i=1}^n a_4 x_{2i}^2 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i}^2 x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_6 x_{1i} x_{2i} x_{3i}^3 + \sum_{i=1}^n a_7 x_{2i}^2 x_{1i} x_{3i}^3 + \\
&+ \sum_{i=1}^n a_8 x_{3i}^3 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^2 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^3 x_{1i} x_{2i} \\
7. \sum_{i=1}^n y_i x_{2i} x_{3i} &= a_0 x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_2 x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i}^2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i} x_{2i}^2 x_{3i}^3 + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i} x_{2i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i}^2 x_{3i}^3 + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i} x_{2i}^2 x_{3i}^3 + \\
&+ \sum_{i=1}^n a_8 x_{2i}^2 x_{3i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^3 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^3 x_{2i} \\
8. \sum_{i=1}^n y_i x_{1i} x_{2i} x_{3i} &= a_0 x_{1i} x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i}^2 x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_2 x_{1i} x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i}^2 x_{1i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_4 x_{2i}^2 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i}^2 x_{2i}^2 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_6 x_{1i} x_{2i}^2 x_{3i}^3 + \\
&+ \sum_{i=1}^n a_7 x_{2i}^2 x_{1i} x_{3i}^3 + \sum_{i=1}^n a_8 x_{3i}^3 x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^3 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^3 x_{1i} x_{2i} \\
9. \sum_{i=1}^n y_i x_{1i}^2 &= a_0 x_1^2 + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i}^3 + \sum_{i=1}^n a_2 x_{1i}^2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i} x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^n a_4 x_{3i}^3 x_{1i} x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i}^3 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i}^2 x_{1i} x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_7 x_{3i}^3 x_{1i} x_{2i} x_{3i} + \\
&+ \sum_{i=1}^n a_8 x_{1i}^4 + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^2 x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^2 x_{1i}^2 \\
10. \sum_{i=1}^n y_i x_{2i}^2 &= a_0 x_2^2 + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i} x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_2 x_{3i}^2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i} x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i} x_{3i}^2 x_{2i} + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i} x_{3i} x_{2i}^2 + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i}^3 x_{3i} + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i} x_{3i}^2 x_{2i} x_{3i} + \\
&+ \sum_{i=1}^n a_8 x_{2i}^4 + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i}^4 + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^2 x_{2i}^2 \\
11. \sum_{i=1}^n y_i x_{3i}^2 &= a_0 x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_1 x_{1i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_2 x_{2i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_3 x_{3i}^4 + \sum_{i=1}^n a_4 x_{1i} x_{2i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_5 x_{1i} x_{3i}^3 + \sum_{i=1}^n a_6 x_{2i} x_{3i}^3 + \sum_{i=1}^n a_7 x_{1i} x_{2i} x_{3i}^3 + \\
&+ \sum_{i=1}^n a_8 x_{2i}^2 x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_9 x_{2i} x_{3i}^2 + \sum_{i=1}^n a_{10} x_{3i}^4
\end{aligned}$$

Фрагмент исходных данных для расчетов представлен в табл. 1, а фрагмент матрицы планирования эксперимента показан в табл. 2.

После проведенных расчетов получаем уравнение регрессии с соответствующими постоянными коэффициентами:

$$Y = 1-1,6X_1+0,19X_2+1,1X_3-0,21X_1X_2-1,2X_1X_3-0,88X_2X_3+0,29X_1X_2X_3+0,66X_1^2+0,15X_2^2+4,9X_3^2. \quad (2)$$

Расчеты производились на персональном компьютере с использованием языка «Turbo Paskal».

Фрагменты исходных данных для расчета множественной корреляционной связи между плотностью грунта X_1 , высотой над уровнем моря X_2 , содержанием каменистых включений X_3 и удельным сопротивлением грунта копанию.

Таблица 1.

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	y
1,6	0,6	0,1	0,96	0,16	0,06	0,1	2,56	0,36	0,01	0,1
2,8	0,6	0,1	1,68	0,28	0,06	0,17	7,84	0,36	0,01	1,4
1,6	4,2	0,1	6,72	0,16	0,42	0,67	2,56	17,64	0,01	1,7
2,8	4,2	0,1	11,76	0,28	0,42	1,18	7,84	17,64	0,01	2,2
1,6	0,6	0,9	0,96	1,44	0,54	0,86	2,56	0,36	0,81	3,1

Фрагмент матрицы планирования эксперимента

Таблица 2.

	X ₁		X ₂		X ₃		Y=K _κ , МПа
	ρ (т/м ³)		H (км)		B (%)		
1	-1	1,6	-1	0,6	-1	10	0,1
2	+1	2,8	-1	0,6	-1	10	1,4
3	-1	1,6	+1	4,2	+1	10	1,7
4	+1	2,8	+1	4,2	+1	10	2,2
5	-1	1,6	-1	0,6	-1	90	3,1

Для проверки адекватности эмпирической модели теоретической применен коэффициент Фишера, который после расчетов равняется 3,232, свидетельствующий о незначительном отклонении эмпирической модели от теоретической.

Для измерения интенсивности связи между изучаемой зависимой переменной Y и независимыми переменными факторами X_1, X_2, X_3 применяется коэффициент множественной корреляции, определяемый по формуле [3/

$$R_{y.X_1X_2X_3} = \sqrt{\frac{\sum [y_i - f(x_1, x_2, x_3)]^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3)$$

где y – заданные статистические или экспериментальные значения зависимой переменной y_i ($i=1, 2 \dots n$); $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – уравнение множественной регрессии, полученное в результате аналитической обработки исходных данных $y_i; X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ni}$; y_{cp} – среднее значение, $y_{cp} =$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

Коэффициент множественной корреляции измеряет одновременное влияние независимых переменных X_1, X_2, \dots, X_n на зависимую переменную Y .

Рассчитанное значение коэффициента множественной корреляции $R_{kor} = 0,98189$ следует считать достаточно высоким, что указывает на существенную тесную связь между удельным сопротивлением грунта копанию и плотностью грунта, наличием каменных включений в грунте, расположением над уровнем моря.

Однако для более глубокого анализа исследуемого явления важно измерить степень связи между изучаемой зависимой переменной y и отдельной независимой переменной x_i , когда остальные величины имеют некоторые постоянные значения. Для этого необходимо вычислить значения парных коэффициентов корреляции [3/.

Значения парных коэффициентов корреляции определяем по формуле

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i \right)^2 \right] \left[n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}}, \quad (4)$$

где $i=1, 2, \dots, n$ – количество значений.

В дальнейшем вычисленные парные коэффициенты корреляций сводятся в симметричную матрицу, чтобы определить частные коэффициенты корреляции. Оценка влияния вариации каждого изучаемого независимого фактора на дисперсии зависимой переменной производится коэффициентом множественной детерминации.

Существенность этого коэффициента вытекает из формулы (3).

Особый интерес для практического использования представляет коэффициент множественной детерминации, определенный по формуле

$$Dy, X_1 X_2 \dots, X_n = \sum_{i=1}^n d_j, \quad (5)$$

где d_j – частные коэффициенты детерминации, выражающие влияние каждого фактора $i=1,2,\dots,n$

$$d_j = \dot{a}_j \frac{\sigma_{x_0}}{\sigma_y} r_{yj}. \quad (6)$$

Рассчитанное значение коэффициента множественной детерминации $Dy, X_1, X_2, X_3 = 0,964$ показывает, что влияние плотности грунта, содержания каменных включений размером свыше 100 мм и расположения над уровнем моря на удельное сопротивление грунта составляет 96,4 %, а влияние неучтенных факторов составляет всего 3,6 %. На основе анализа значимости коэффициентов регрессии можно сделать вывод, что существенное влияние на результирующий признак – удельное сопротивление грунта копанию оказывает плотность грунта $t_1 = 6,763$, содержание каменных включений размерами свыше 100 мм $t_3 = 4,3541$. А месторасположение района, региона над уровнем моря оказывает на удельное сопротивление грунта копанию относительно наименьшее влияние $t_2 = 0,7665$. Итак, проведенный корреляционный и регрессионный анализ статистических данных позволяет оценивать категории грунтов по трудности их разработки на основе множественной корреляционной связи плотности грунта, содержания каменных включений, высоты над уровнем моря с удельным сопротивлением грунта копанию.

На рис. 1 и 2 показаны графические зависимости между плотностью грунта и удельным сопротивлением копанию при разном содержании каменных включений в грунте с фиксированной высотой расположения над уровнем моря.

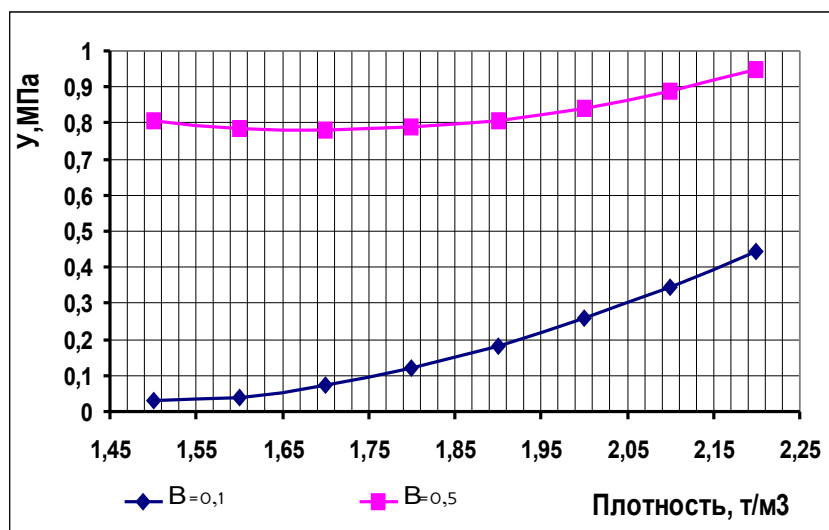


Рис.1. Зависимость удельного сопротивления грунта копанию от плотности грунта при различных содержаниях каменных включений на высоте 600 м над уровнем моря

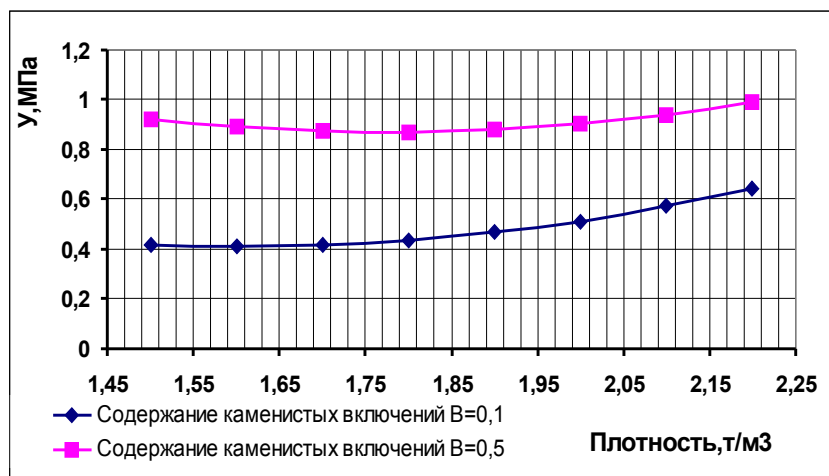


Рис.2. Зависимость удельного сопротивления грунта копанию от плотности грунта при различных содержаниях каменных включений на высоте 2200 м над уровнем моря

Список использованной литературы:

1. Ветров Ю.А. Расчеты сил резания и копания грунтов. – Киев: Изд-во Киевского госуниверситета, 1965. 105 с.
2. Зеленин А.Н., Баловнев И.П., Керов И.П. Машины для земляных работ – М.: Машиностроение, 1975. 421 с.
3. Галушко В.Г. Вероятностно- статистические методы на автотранспорте. – Киев: Вища школа, 1976. 231 с.
4. Паспорта грунтов. Гранулометрический состав и физико-механические свойства грунтов по данным изысканий землеустроительных организаций.