

**ДВУХМАССОВАЯ МОДЕЛЬ С УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ И ПОСТОЯННЫМ
МОМЕНТОМ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ИСПОЛНИТЕЛЬНОМ ОРГАНЕ
МАШИНЫ ММП-50**

Эксперименты показывают, что гармонические колебания при выбеге машины с течением времени затухают. Причиной затухания могут быть силы вязкого трения между двигателем и исполнительным органом или силы вязкого сопротивления в подшипниках и ременной передаче [1].

Допустим, что силы сопротивления действуют между исполнительным органом машины ММП-50 и двигателем. Это силы вязкого сопротивления в подшипниках и ременной передаче. В этом случае модель имеет вид (рис.1)

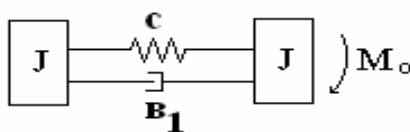


Рис.1.

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + v_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c(\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - v_1(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c(\varphi_1 - \varphi_2) &= -M_0 \end{aligned} \quad (1)$$

умножая первое уравнение на J_2 , второе на J_1 , вычитая из первого уравнения второе и обозначая $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, получим

$$\begin{aligned} J_1 J_2 \ddot{\varphi} + v_1(J_1 + J_2)\dot{\varphi} + c(J_1 + J_2)\varphi &= +M_0 J_1 \\ \ddot{\varphi} + 2h\dot{\varphi} + k^2\varphi &= +\frac{M_0}{J_2}; \text{ где } 2h = \frac{v_1}{J_n}; k^2 = \frac{c}{J_n}; J_n = \frac{J_1 J_2}{J_1 + J_2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Решение уравнения (2) имеет вид (при $h < k$)

$$\varphi = e^{-ht} (A_1 \cos \lambda t + A_2 \sin \lambda t) + \frac{M_0}{k^2 J_2}; \quad \lambda = \sqrt{k^2 - h^2}. \quad (3)$$

Постоянные A_1 и A_2 находим из начальных условий $\varphi(0) = \frac{M_0}{c}$

$$\dot{\varphi}(0) = 0;$$

$$\text{Из первого условия следует } A_1 = \frac{M_0}{c} - \frac{M_0 J_n}{c J_2} = \frac{M_0}{c} \left(1 - \frac{J_n}{J_2} \right).$$

Из второго условия следует:

$$\dot{\varphi}(0) = e^{-ht} [(-hA_1 + \lambda A_2) \cos \lambda t + (-hA_2 - \lambda A_1) \sin \lambda t] = 0$$

$$A_2 = \frac{h}{\lambda} A_1.$$

С учетом найденных постоянных решение (3) примет вид:

$$\varphi = \frac{M_0}{c} \left(1 - \frac{J_n}{J_2} \right) e^{-ht} \left(\cos \lambda t + \frac{h}{\lambda} \sin \lambda t \right) + \frac{M_0 J_n}{c J_2} \quad (4)$$

и

$$\dot{\varphi} = \frac{M_0}{c} \left(1 - \frac{J_n}{J_2} \right) e^{-ht} \left[(-h + h) \cos \lambda t + \left(-\frac{h^2}{\lambda} - \lambda \right) \sin \lambda t \right]$$

или

$$\varphi_1 = -\frac{M_0}{c} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \frac{k^2}{\lambda} \sin \lambda t. \quad (5)$$

Угловая скорость первого звена определится из первого уравнения (1)

$$\varphi_1'' = -\frac{\epsilon_1}{J_1} \varphi_1 - \frac{c}{J_1} \varphi_1.$$

Подставляя в это уравнение выражения (4), (5), получим

$$\varphi_1'' = \frac{M_0 \epsilon_1}{J_1 c} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) \frac{k^2}{\lambda} e^{-ht} \sin \lambda t - \frac{M_0}{J_1} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \left(\cos \lambda t + \frac{h}{\lambda} \sin \lambda t \right) - \frac{M_0 J_n}{J_1 J_2}$$

или

$$\begin{aligned} \varphi_1'' &= \frac{M_0 h}{J_1 \lambda} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \sin \lambda t - \frac{M_0}{J_1} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \cos \lambda t - \frac{M_0 J_n}{J_1 J_2} \\ \varphi_1'' &= \frac{M_0}{J_1} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) \left[\frac{h}{\lambda} e^{-ht} \sin \lambda t - e^{-ht} \cos \lambda t \right] - \frac{M_0 J_n}{J_1 J_2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Интегрируя последнее выражение, получим

$$\begin{aligned} \varphi_1' &= \omega_1 = \frac{M_0}{J_1} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) \left[\frac{h}{\lambda} \int e^{-ht} \sin \lambda t dt - \int e^{-ht} \cos \lambda t dt \right] - \frac{M_0 J_n}{J_1 J_2} \int dt + c \\ \varphi_1' &= -\frac{M_0}{J_1 \lambda} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \sin \lambda t - \frac{M_0 J_n}{J_1 J_2} t + c. \end{aligned}$$

Постоянную c находим из начального условия: $\omega_1(0) = \omega_0$. Она равна ω_0 и, следовательно,

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{M_0 J_n}{J_1 J_2} t - \frac{M_0}{J_1 \lambda} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \sin \lambda t. \quad (7)$$

Последнее выражение приводится к виду

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{M_0}{J_1 + J_2} t - \frac{M_0 J_2}{\lambda J_1 (J_1 + J_2)} e^{-ht} \sin \lambda t. \quad (8)$$

Угловую скорость второго звена найдем как

$$\omega_2 = \varphi_2' = \varphi_1' - \varphi_1'' = \omega_0 - \frac{M_0}{J_1 + J_2} t - \frac{M_0}{J_1 \lambda} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \sin \lambda t + \frac{M_0}{\lambda J_n} \left(1 - \frac{J_n}{J_2}\right) e^{-ht} \sin \lambda t$$

или после приведения подобных

$$\omega_2 = \omega_0 - \frac{M_0}{J_1 + J_2} t + \frac{M_0}{\lambda (J_1 + J_2)} e^{-ht} \sin \lambda t \quad (9)$$





Рис.1. Диаграммы изменения угловой скорости исполнительного органа ММП-50 при холостом режиме работы (а), средней подаче (б) и высокой подаче (в) измельчаемого материала.

Графики функций (8), (9) представляют собой линию с наложенными на нее затухающими колебаниями.

При $\epsilon_1 \rightarrow 0$ значения $h \rightarrow 0$ а $\lambda \rightarrow k$ и из формул (8), (9) получается как частный случай формулы (10), (11).

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{M_0}{J_1 + J_2} t - \frac{M_0}{kJ_1} \left(\frac{J_n}{J_2} - 1 \right) \sin kt \quad (10)$$

$$\omega_2 = \omega_0 - \frac{M_0}{(J_1 + J_2)} t - \frac{M_0}{k(J_1 + J_2)} \sin kt \quad (11)$$

Для определения коэффициента вязкого сопротивления ϵ_1 по известным значениям времени выбега машины t_ϵ из формулы (9) имеем

$$\frac{(J_1 + J_2)\omega_0}{M_0} = t_\epsilon - \frac{1}{\lambda} e^{-ht} \sin \lambda t_\epsilon. \quad (12)$$

Величину M_0 найдем из уравнения установившегося движения

$$M_0 = M_\delta - \epsilon_\delta \omega_0 = a - \epsilon_\delta \omega_0$$

$$M_0 = \frac{a(J_1 + J_2)}{\epsilon_\delta t_\epsilon + (J_1 + J_2)_\epsilon}; \quad \omega_0 = \frac{M_0 t_\epsilon}{J_1 + J_2}.$$

Литература:

1. Еремьянц В.Э., Аканов Д.К. Экспериментальная оценка момента сопротивления на рабочем органе жерновой мельницы. Наука и новые технологии. № 1, Бишкек, 2006, с. 53-56