УДК: 550.83 *А.И.БИЙБОСУНОВ, Т.М.БОЗГУНЧИЕВ, А.А.ТАКЫРБАШЕВ*

E-mail: ksucta@elcat.kg.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ И ИНФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ОПОЛЗНЕЙ ИСЕЛЕЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ

Макалада фильтрация жана инфильтрациянын негизги теңдемелери алынды. Алар теги гидродинамикалык көчкүлөрдүн жана сельдердин пайда болу факторлорунун аныктаганга мүнкүнчүлүк түзөт.

В статье получены основные уравнения фильтрации и инфильтрации, позволяющие определить факторы возникновения оползней и селей гидродинамического происхождения.

In this paper the basic equations of filtration and infiltration, allowing to determine the factors of landslides and debris flows of hydrodynamic origin.

После определения основных факторов возникновения оползневых и селевых процессов /1, 2/, описания их физических и горно-геологических особенностей, проведения классификации факторов с гидродинамической точки зрения приведем основные уравнения фильтрации и инфильтрации. Рассмотрим, например, уравнения Эйлера в следующем виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dU_x}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} + f_1, \\ \dfrac{dU_y}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial y} + f_2, \\ \dfrac{dU_z}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial z} + f_3 - g \end{cases} \quad (1)$$

где U_x, U_y, U_z – составляющие вектора средней скорости частиц $\vec{U}$, а f_1, f_2, f_3 – составляющие сил сопротивления F, оказываемых на жидкости в грунте горных пород, P – давление жидкости в теле оползня.

Выражение для средних ускорений частиц жидкости через их скорости записываются в следующем виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dU_x}{dt} = \dfrac{\partial U_x}{\partial t} + U_x \dfrac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \dfrac{\partial U_y}{\partial y} + U_z \dfrac{\partial U_z}{\partial z}, \\ \dfrac{dU_y}{dt} = \dfrac{\partial U_y}{\partial t} + U_x \dfrac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \dfrac{\partial U_y}{\partial y} + U_z \dfrac{\partial U_z}{\partial z}, \\ \dfrac{dU_z}{dt} = \dfrac{\partial U_z}{\partial t} + U_x \dfrac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \dfrac{\partial U_y}{\partial y} + U_z \dfrac{\partial U_z}{\partial z} \end{cases}$$

(2)

Допуская, что скорости фильтрации невелики, величинами U_x , U_y , U_z и их производными по координатам можно пренебречь, а также можно отбросить и их произведения. Тогда в соотношении (2) останутся лишь члены, содержащие производные по времени:

$$\frac{dU_x}{dt} \approx \frac{\partial U_x}{\partial t}, \quad \frac{dU_y}{dt} \approx \frac{\partial U_y}{\partial t}, \quad \frac{dU_z}{dt} \approx \frac{\partial U_z}{\partial t}$$

(3)

Закон Дарси понимается как линейный закон сопротивления, и поэтому справедлива следующая зависимость:

$$f_1 = -\frac{ng}{k} U_x, \quad f_2 = -\frac{ng}{k} U_y, \quad f_3 = -\frac{ng}{k} U_z,$$

(4)

где n – пористость грунта, к – коэффициент фильтрации. Подставляя теперь (4) в исходную систему (1) и с учетом соотношений (3), получим следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U_x}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial P}{\partial x} - \dfrac{ng}{k} U_x, \\ \dfrac{\partial U_y}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial P}{\partial y} - \dfrac{ng}{k} U_y, \\ \dfrac{\partial U_z}{\partial t} = -\dfrac{1}{\rho} \dfrac{\partial P}{\partial z} - \dfrac{ng}{k} U_z - g \end{cases}$$

(5)

При реальных значениях коэффициента фильтрации значениями членов: $\partial U_x / \partial t$, $\partial U_y / \partial t$, $\partial U_z / \partial t$ можно также пренебречь. Мы знаем, что скорость фильтрации выражается через среднюю скорость следующим образом:

$\mathbf{V} = n \cdot \mathbf{U}$, $\quad \mathbf{V_x} = n \cdot U_x$, $\quad \mathbf{V_y} = n \cdot U_y$, $\quad \mathbf{V_z} = n \cdot U_z$, (6)

следовательно, из исходной системы уравнений (1) вытекает основной закон фильтрации – линейный закон Дарси, который можно записать в виде:

$$V_x = -k_1 \frac{\partial H(x,y,z)}{\partial x}, V_y = -k_2 \frac{\partial H(x,y,z)}{\partial y}, V_z = -k_3 \frac{\partial H(x,y,z)}{\partial z}$$

(7)

или в векторной форме:

$$\vec{V} = -k \cdot gradH\,(x,y,z) \quad , \quad \mathrm{H}\,(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z}) = \frac{\mathrm{P}}{\rho \mathrm{g}} + \mathrm{z} \ .$$

(8)

Подставляя теперь соотношения (7) в уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial\ \mathrm{u}}{\partial\ \mathrm{x}} + \frac{\partial\ \mathrm{v}}{\partial\ \mathrm{y}} + \frac{\partial\ \mathrm{w}}{\partial\ \mathrm{z}} = 0 \quad ,$$

(9)

получим уравнение, которое описывает фильтрационные течения в неоднородно-анизотропной среде:

$$\frac{\partial}{\partial x}[k_1(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y}[k_2(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z}[k_3(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial z}] = 0$$

(10)

Здесь H (x, y, z) – искомая функция напора, k_1 (x, y, z), k_2 (x, y, z) и k_3 (x, y, z) – заданные коэффициенты фильтрации.

Когда среда считается неоднородно-изотропной ($k_1 = k_2 = k_3 = k$ (x, y, z)), то уравнение фильтрации жидкости принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}[k(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y}[k(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z}[k(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial z}] = 0 \quad .$$

(11)

В случае однородно-анизотропной среды (k_1=const, k_2=const, k_3=const, при этом $k_1 \neq k_2 \neq k_3$) уравнение фильтрации запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial x}[k_1\frac{\partial H}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y}[k_2\frac{\partial H}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z}[k_3\frac{\partial H}{\partial z}] = 0 \ .$$

(12)

Наконец, для случая однородно-изотропной среды, когда $k_1 = k_2 = k_3$ = const, получим известное уравнение Лапласа:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \ .$$

(13)

Рассматриваются также задачи и для неустановившегося движения подземных вод. Нестационарные фильтрационные течения в неоднородно-анизотропной среде описываются следующим уравнением:

$$\frac{\partial}{\partial x}[k_1(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial x}]+\frac{\partial}{\partial y}[k_2(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial y}]+\frac{\partial}{\partial z}[k_3(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial z}]=\frac{\partial H}{\partial t} \quad .$$

(14)

Из последнего уравнения для неоднородно-изотропного строения грунта ($k_1 = k_2 = k_3 = k$ (x, y, z)) получим следующее уравнение нестационарной фильтрации:

$$\frac{\partial}{\partial x}[k(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial x}]+\frac{\partial}{\partial y}[k(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial y}]+\frac{\partial}{\partial z}[k(x,y,z)\frac{\partial H}{\partial z}]=\frac{\partial H}{\partial t} \quad .$$

(15)

Соответственно для однородно-анизотропных (при k_1=const, k_2=const, k_3=const, при этом $k_1 \neq k_2 \neq k_3$) и однородно-изотропных грунтов (когда $k_1 = k_2 = k_3$ = const) уравнения нестационарной или неустановившейся фильтрации жидкости примут следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}[k_1\frac{\partial H}{\partial x}]+\frac{\partial}{\partial y}[k_2\frac{\partial H}{\partial y}]+\frac{\partial}{\partial z}[k_3\frac{\partial H}{\partial z}]=\frac{\partial H}{\partial t},$$

(16)

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}=\frac{\partial H}{\partial t} \quad .$$

(17)

Для исследования инфильтрационных процессов, когда жидкость поступает в грунт или горные породы через их поверхность за счет атмосферных осадков, орошения, сброса сточных вод, поверхностного стока и т.д., наряду с функциями напора, давления, скорости и расхода жидкости рассматривается функция влажности или концентрации влаги. Основные уравнения инфильтрации или движения жидкости в ненасыщенных средах выводятся аналогичным образом. Приведем известные в гидродинамике уравнения относительно функции влажности:

$$div(D\,gradW)+\partial K(W)/\partial z=\frac{\partial W}{\partial t} \qquad (18)$$

или для трехмерного случая в декартовых координатах имеем:

$$\frac{\partial W}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left[D(W)\frac{\partial W}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[D(W)\frac{\partial W}{\partial y}\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[D(W)\frac{\partial W}{\partial z}\right]+\frac{\partial k(W)}{\partial z}$$

(19)

Здесь W(x; y; z) – неизвестная функция влажности, D(W) – коэффициент диффузии или диффузивности, K(W) - коэффициент влагопроводности.

Очень часто при решении инфильтрационных задач последним членом в уравнении (19), обусловленным гравитацией, как правило, пренебрегают.

Роль, значение и физико-механический смысл коэффициента D(W) в процессах влагопереноса и инфильтрации жидкости приведены подробно в работах /3, 5/ и др.

Для двумерного или плоского случая инфильтрации уравнение (19) принимает вид:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(W)\frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[D(W)\frac{\partial W}{\partial y} \right] + \frac{\partial k(W)}{\partial y} \quad .$$

(20)

Случай одномерной вертикальной инфильтрации жидкости описывается уравнением:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[D(W)\frac{\partial W}{\partial x} \right] + \frac{\partial k(W)}{\partial x} \quad .$$

(21)

В заключение следует отметить, что уравнения (18)-(21) можно записать относительно функции давления или напора, и в этих случаях мы получим идентичные дифференциальные уравнения параболического типа относительно одной переменной (например, функции давления или напора), и коэффициенты в уравнении будут зависеть от этой переменной.

Неотделимой важнейшей составляющей при формулировке краевых и начально-краевых задач является физически обоснованное задание граничных и начальных условий, которые обеспечивают корректность постановки задачи и определяют единственный вид фильтрационного течения. Приведем общепринятые в гидродинамике и используемые в данной работе типы физических границ и граничные условия на них. Относительно начальных условий общеизвестно: при неустановившихся течениях жидкости необходимо сформулировать и задать граничные условия во все моменты времени, а в начальный момент времени физическая картина должна быть известна в каждой точке исследуемой области, что и составляет суть начальных условий.

В частности, водные границы представляют собой, как известно, поверхности раздела грунт – открытый водоем, и на водных границах значения напорной функции постоянны вследствие непрерывности давления при переходе через такую границу. Водными границами считаются также границы заполненных водой полостей без свободной границы. Как правило, водные границы являются стационарными, т.е. они фиксированы в пространстве или на плоскости, и напорная функция определена на всей границе. Таким образом, на водных границах формулируется граничное условие о постоянстве пьезометрического напора:

H = const.

В тех случаях, когда фильтрационный поток является нестационарным и возможны повышение или понижение уровня, на водных границах принимается условие вида:

H = F (t),

где F (t) – известная функция от времени.

Непроницаемые границы. Такими границами считаются, как известно, границы, через которые не происходит процесс фильтрации. Фильтрационный поток направлен по касательной к ним, и непроницаемые границы являются линиями тока. Вследствие этого граничное условие на непроницаемых границах формулируется в виде постоянства вдоль них функции тока:

$\psi = \text{const}$ или $\partial H / \partial n = 0.$

Как и в предыдущем случае, когда фильтрационный процесс является нестационарным, граничное условие принимает следующий вид:

$\psi = F(t),$

где F (t) – известная функция от времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гулакян К.А., Кюнтцель В., Постоев Г.П. Прогнозирование оползневых процессов. – М.: Изд. Наука, 1977. – 212 с.

2 Дранников А.М. Оползни. Типы, причины, образования, меры борьбы. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – 197 с.

3. Изучение режима оползневых процессов / Под ред. А.И.Шеко. – М.: Недра, 1982. – 412 с.

4. Варнес Д. Движение склонов, типы и процессы // Оползни, исследования и укрепления. – М.: Мир, 1981. – С. 32-85.

5. Бийбосунов А.И., Бийбосунов И., Орозобекова А.К. Оценка устойчивости горных склонов и динамика смещения оползневых процессов // Современные проблемы механики сплошных сред. – Бишкек, 2001. – Вып.1. – С. 11-20.

6. Бийбосунов А.И. Основы оползневых процессов в Кыргызстане и их классификация // Наука и новые технологии. – Бишкек, 2006. – №3. – С. 50-52.