УДК 621.745.01:681.3.06

Ж.К.МАТИСАКОВ, Г.ОСЕКОВА, З.А.ОМУРЗАКОВА

E-mail: ksusta@elcat.kg.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕИВАНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ СИЛ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MATHCAD

Макалада MathCAD математикалык пакетинин жардамында альфа – бөлүкчөнүн кыймылы сандык изилденген.

В работе численно исследовано движение альфа–частицы с помощью математического пакета MathCAD.

In article the various aspects application of the computers in educational process are discussed.

В настоящее время важным направлением применения компьютера стало предварительное моделирование сложных натурных экспериментов. Цель таких исследований – оптимизация параметров будущей экспериментальной установки, выбор режимов ее работы, предварительная оценка ожидаемых эффектов. Ярким примером здесь может служить цикл работ по моделированию опыта Резерфорда по рассеиванию α-частиц.

Проведем численное исследование движения альфа-частицы ($m_\alpha = 6{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг; $q_\alpha = +2e$, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл) в окрестности ядра атома золота ($m_{Au} = 3{,}27 \cdot 10^{-25}$ кг; $q_{Au} = +79e$) (ядро атома мишени в первом эксперименте Резерфорда по рассеиванию). Так как $m_\alpha << m_{Au}$, будем принимать при численных расчетах, что $m \cong m_{Au}$, и рассматривать ядро атома золота в акте рассеяния как неподвижное. Поскольку альфа-частица не проникает в ядро, то можно считать, что взаимодействие между частицей и ядром описывается законом Кулона /1/:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qQ}{\left|\vec{R}\right|^3} \vec{R}, \qquad (1)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума ($\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м); q, Q – заряды рассеиваемой частицы и кулоновского центра соответственно; $\vec{R}$ – радиус-вектор заряда q.

Следовательно, система уравнений движения альфа-частицы в прямоугольной системе координат, центр которой совпадает с зарядом Q, будет иметь следующий вид/2-4/:

$$
\begin{cases}
m\dfrac{d^2x}{dt^2}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qQ}{(x^2+y^2)^{3/2}}x\\
m\dfrac{d^2y}{dt^2}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qQ}{(x^2+y^2)^{3/2}}y
\end{cases}
\qquad (2)
$$

Для дальнейшего численного решения удобно записать (2) в виде системы четырех уравнений первого порядка:

$$
\begin{cases}
v_x=\dfrac{dx}{dt}\\
m\dfrac{dv_x}{dt}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qQ}{(x^2+y^2)^{3/2}}x\\
v_y=\dfrac{dy}{dt}\\
m\dfrac{dv_y}{dt}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{qQ}{(x^2+y^2)^{3/2}}y
\end{cases}
$$

(3)

Для однозначного вычисления траектории движения рассеиваемой частицы необходимо также задать следующие начальные условия:

$x(0), y(0), v_x(0), v_y(0).$

Для численных расчетов оказывается удобным записать систему уравнений (3) в безразмерных переменных $\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{v}_x, \tilde{v}_y, \tilde{m}, \tilde{q}, \tilde{Q}$, связанных с размерными следующим образом:

$$
\tilde{t}=\frac{t}{T}, 150-\tilde{x}=\frac{x}{a}, \tilde{y}=\frac{y}{a}, \tilde{v}_x=\frac{v_x}{(a/T)}, \tilde{v}_y=\frac{v_y}{(a/T)}, \tilde{m}=\frac{m}{M}, \tilde{q}=\frac{q}{Q_0}, \tilde{Q}=\frac{Q}{Q_0},
$$

(4)

где *T, a, M,Q_0* – единицы измерений времени, расстояния, массы и заряда соответственно.

Подставив (4) в (3), найдем

$$
\begin{cases}
\tilde{v}_x=\dfrac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}}\\
\dfrac{\tilde{m}}{M}\dfrac{a}{T^2}\dfrac{d\tilde{v}_x}{d\tilde{t}}=\dfrac{Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\dfrac{\tilde{q}\tilde{Q}}{(\tilde{x}^2+\tilde{y}^2)^{3/2}}\tilde{x}\\
\tilde{v}_y=\dfrac{d\tilde{y}}{d\tilde{t}}\\
\dfrac{\tilde{m}}{M}\dfrac{a}{T^2}\dfrac{d\tilde{v}_y}{d\tilde{t}}=\dfrac{Q_0^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\dfrac{\tilde{q}\tilde{Q}}{(\tilde{x}^2+\tilde{y}^2)^{3/2}}\tilde{y}
\end{cases}
\qquad (5)
$$

Оставляя в левых частях уравнения только безразмерные величины, приводим (5) к следующему виду:

$$\begin{cases} \tilde{v}_x = \dfrac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} \\ \tilde{m}\dfrac{d\tilde{v}_x}{d\tilde{t}} = K\dfrac{\tilde{q}\tilde{Q}}{(\tilde{x}^2+\tilde{y}^2)^{3/2}}\tilde{x} \\ \tilde{v}_y = \dfrac{d\tilde{y}}{d\tilde{t}} \\ \tilde{m}\dfrac{d\tilde{v}_y}{d\tilde{t}} = K\dfrac{\tilde{q}\tilde{Q}}{(\tilde{x}^2+\tilde{y}^2)^{3/2}}\tilde{y} \end{cases} \qquad (6)$$

где

$$K = \frac{Q_0^2 M T^2}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$$

(7)

Программа, позволяющая решать систему дифференциальных уравнений (ДУ) в пакете MathCAD, будет состоять из следующих блоков:

1. Задание параметров взаимодействующих частиц:

$q := 2 \qquad m := 4 \qquad Q := 79$

2. Задание вектора начальных условий:

$$v0 := \begin{pmatrix} -10^6 \\ 0.1 \\ 40000 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Задание вектор-функции, возвращающей значения первых производных:

$$D(t,z) := \begin{bmatrix} z_1 \\ 1.53 \cdot \dfrac{q \cdot \dfrac{Q \cdot z_0}{m}}{\left[(z_0)^2 + (z_2)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \\ z_3 \\ 1.53 \cdot \dfrac{q \cdot \dfrac{Q \cdot z_2}{m}}{\left[(z_0)^2 + (z_2)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \end{bmatrix}$$

4. Решение системы ДУ:

$N := 2000 \qquad g := \mathrm{rkfixed}(v0, 0, 2 \cdot 10^7, N, D)$

5. Построение траектории движения:

$i := 0..N$

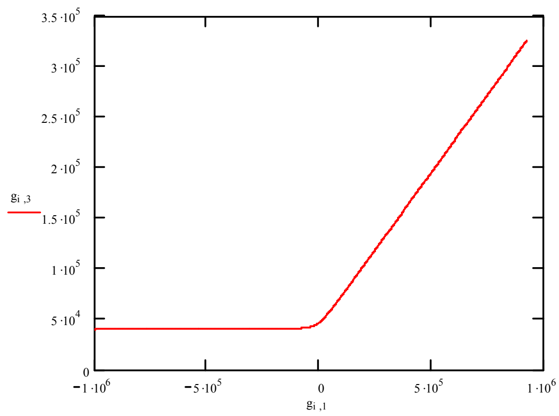

Рис.1. Траектория движения рассеиваемой α-частицы в окрестности ядра атома золота

5. Вычисление угла между вектором скорости и осью 0X:

$$Y_i := \mathrm{acos}\left[\frac{\left(g^{\langle 2\rangle}\right)_i}{\sqrt{\left[\left(g^{\langle 2\rangle}\right)_i\right]^2+\left[\left(g^{\langle 4\rangle}\right)_i\right]^2}}\right]$$

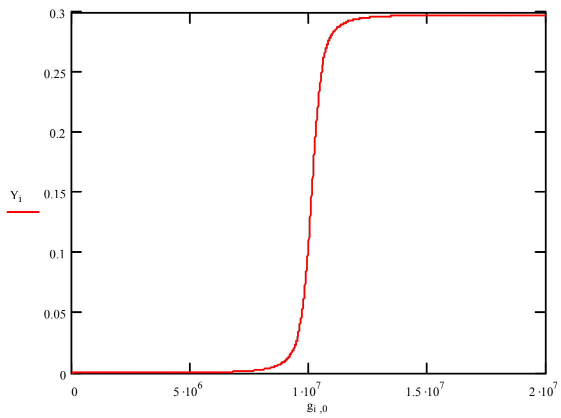

Рис.2. Зависимость угла между вектором скорости и осью 0X от времени

Таким образом, на основе разработанных математических пакетов и базовых библиотек моделей-имиджей (при возможности их неограниченного пополнения) для различных областей физики и техники можно проводить на принципах математического моделирования не только демонстрационную, но и исследовательскую работу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Очков В.Ф. MatCAD 7.0 PRO для студентов и инженеров. – М.: КомпьютерПресс, 1998.
2. Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Высшая школа, 1987.
3. ЭВМ в курсе общей физики /Под ред. А.Н. Матвеева. – М.: Изд-во МГУ, 1982. – С.15-18.

Любарский Г.Я., Слабочинский Р.П. Математическое моделирование и эксперимент. – Киев: Наукова думка. 1987. – С.5-7