

## ПОСТРОЕНИЕ ВНЕШНЕЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА МАТНСАД

*Күчтүк трансформатордун сырткы мүнөздөгүчү анын математикалык моделинин жардамында түзүлдү.*

*Трансформатордун түрдүү моделдери үчүн алынган сырткы мүнөздөгүчтөр анын эксперименталдык мүнөздөгүчтөрү менен салыштырылды жана түрдүү моделдердин каталык чоңдуктары бааланды.*

*Построена внешняя характеристика силового трансформатора по его математической модели.*

*Сопоставлены внешние характеристики, полученные для различных математических моделей трансформатора, с экспериментально найденной характеристикой трансформатора, и оценена величина погрешности различных моделей.*

*The external feature of the power transformer will built on its mathematical model.*

*Will Matchad external features, got for different mathematical models of the transformer, with experimental found by feature of the transformer, and is evaluated value to inaccuracy of the different models.*

Рассмотрим математические модели силовых трансформаторов, которые применяются в задачах, связанных с расчетом установившихся режимов схем электрических сетей. В таких моделях не учитываются емкостные связи между витками каждой из обмоток, между самими обмотками и обмотками и землей, а также распределенность электрических и магнитных параметров. Получим математическую модель однофазного двухобмоточного трансформатора. Вначале предположим, что трансформатор не имеет магнитопровода (воздушный трансформатор), тогда он может быть представлен схемой рис. 1, в которой активные сопротивления обмоток изображены отдельно. Полярности обмоток на схеме отмечены звездочками.

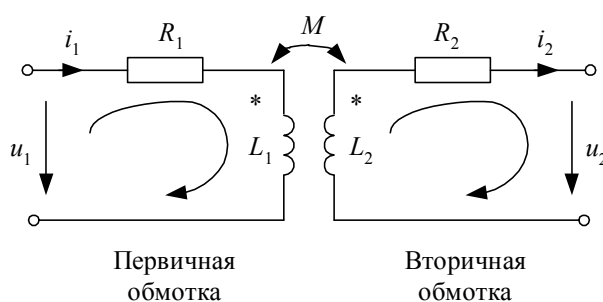


Рис. 1. Схема трансформатора без магнитопровода

При обходе контуров на схеме рис. 1 в соответствии с заданными направлениями по второму закону Кирхгофа получим уравнения трансформатора в дифференциальной форме/1/:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}, \\ -u_2 &= R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$

Так как направления токов на схеме ориентированы неодинаково по отношению к звездочкам, то полярность  $M \frac{di_1}{dt}$  не совпадает с  $i_2$  и, наоборот, полярность  $M \frac{di_2}{dt}$  не совпадает с  $i_1$ .

При синусоидальных токах и напряжениях уравнения (1) в комплексной форме записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2, \\ -\underline{U}_2 &= R_2 \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Внешней характеристикой трансформатора называют зависимость изменения вторичного напряжения  $U_2$  от тока нагрузки  $I_2$  при постоянном коэффициенте мощности приемника  $\cos \varphi = \text{const}$  и номинальном первичном напряжении  $U_1 = U_{\text{ном}}$ . Сопоставляя внешние характеристики, полученные для различных математических моделей трансформатора, с экспериментально найденной характеристикой трансформатора, можно оценить величину погрешности различных моделей и определить, таким образом, область их использования /2-3/.

Построим внешнюю характеристику силового трансформатора по его математической модели при изменении тока вторичной обмотки от нуля до  $I_{\text{ном}}$  для трех различных коэффициентов мощности: 0,8; 0,9 и 1,0.

Внешнюю характеристику  $U_2 = f(I_2)$  построим по уравнению

$$\underline{U}_1 = \underline{A} \underline{U}_2 + \sqrt{3} \underline{B} \underline{I}_2. \quad (3)$$

Примем  $\underline{U}_1 = U_1 = \text{const}$  (совместим с вещественной осью), тогда векторная диаграмма токов и напряжений трансформатора будет иметь вид, как на рис. 2.

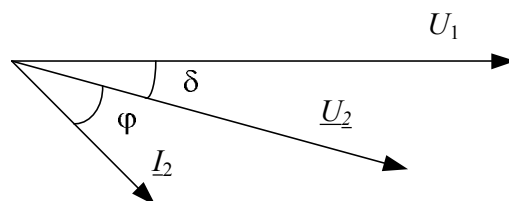


Рис. 2. Векторная диаграмма токов и напряжений 1

Выразим из (4) напряжение  $\underline{U}_2$ :

$$\underline{U}_2 = \frac{U_1 - \sqrt{3}BI_2}{A}.$$

(4)

Здесь ток  $I_2$  имеет угол сдвига относительно вещественной оси  $-(\delta + \varphi)$ , а напряжение вторичной обмотки представлено в комплексном виде:  $|\underline{U}_2|$  и  $\delta$ , где  $\delta$  входит в левую часть уравнения:  $\underline{U}_2 = U_2 e^{-j\delta}$  и в правую:  $I_2 = I_2 e^{-j(\varphi + \delta)}$ .

Чтобы получить зависимость величины (модуля)  $U_2$  от величины (модуля)  $I_2$ , необходимо перейти к уравнениям с вещественными переменными. Для удобства примем совмещенным с действительной осью вектор  $\underline{U}_2$ , тогда векторная диаграмма токов и напряжений примет вид, показанный на рис. 3.

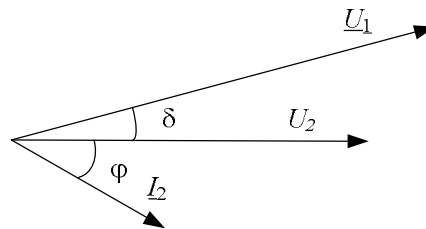


Рис. 3. Векторная диаграмма токов и напряжений 2

Тогда напряжение  $U_2$ :

$$U_2 = \frac{U_1 - \sqrt{3}BI_2}{A}, \quad (5)$$

где  $\underline{U}_1 = U_1 e^{j\delta}$ ;  $I_2 = I_2 e^{-j\varphi}$ .

Разделим уравнение (5) на два уравнения с вещественными переменными. С учетом  $\underline{A} = A$

$$\begin{aligned} &= n \text{ и } \underline{B} = B' + jB'' \text{ будем иметь систему уравнений:} \\ &U_2 = \frac{1}{A} [U_1' - \sqrt{3}(B'I_2' + B''I_2'')], \\ &0 = \frac{1}{A} [U_1'' - \sqrt{3}(B''I_2' - B'I_2'')]. \end{aligned}$$

(6)

Так как  $I_2' = I_2 \cos \varphi$ ,  $I_2'' = I_2 \sin \varphi$  и  $U_1 = \sqrt{U_1'^2 + U_1''^2}$ , то получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} U_2 &= \frac{1}{A} [U_1' - \sqrt{3}(B'I_2 \cos \varphi + B''I_2 \sin \varphi)], \\ 0 &= \frac{1}{A} [U_1'' - \sqrt{3}(B''I_2 \cos \varphi - B'I_2 \sin \varphi)], \\ U_1^2 &= U_1'^2 + U_1''^2 \end{aligned}$$

(7)

с неизвестными  $U_2$ ,  $U_1'$  и  $U_1''$ .

Изменяя ток  $I_2$  в пределах от нуля до  $I_{2\text{ном}}$ , будем искать решение системы уравнений (7) для каждого значения  $I_2$  и строить зависимость  $U_2 = f(I_2)$ .

В Mathcad имеется возможность определения функции как решения системы уравнений. Для этого выражение с Find имеет вид определения функции:  $f(x) := \text{Find}(x)$  и далее в документе Mathcad  $f(x)$  становится определенной и является функцией аргумента  $x$ .

В нашем случае аргументами функции с Find будет  $U_2$  (по условию с углом, равным нулю) и  $\cos \varphi$ , который также будет различным для разных выходных характеристик.

Расчеты и построение характеристики выполним в Mathcad.

Внешние характеристики для трех значений коэффициента мощности 1; 0,9 и 0,8 приведены на рис. 4:

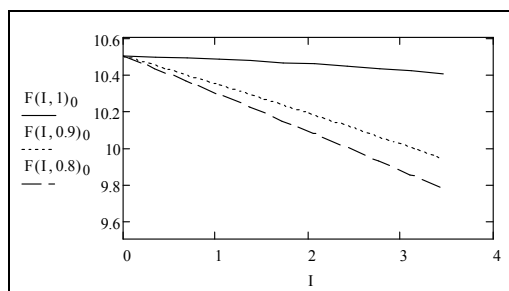


Рис. 4. Внешние характеристики для трех значений коэффициента мощности с учетом активных параметров: 1; 0,9 и 0,8

Снижение напряжения на вторичной обмотке с ростом тока нагрузки вызвано потерей напряжения в сопротивлениях обмоток трансформатора. Для того чтобы не допустить снижения напряжения у потребителей электроэнергии, в силовых трансформаторах предусмотрено специальное устройство – регулятор напряжения, который при росте тока нагрузки изменяет коэффициент трансформации таким образом, чтобы обеспечить необходимое напряжение на шинах вторичного напряжения трансформатора.

Получим внешнюю характеристику трансформатора по его упрощенной модели, в которой не учитываются активные параметры  $R_T = 0$  и  $G_\mu = 0$ , и сопоставим полученные характеристики с характеристиками, полученными по полной модели.

Внешние характеристики для трех значений коэффициента мощности: 1; 0,9 и 0,8:

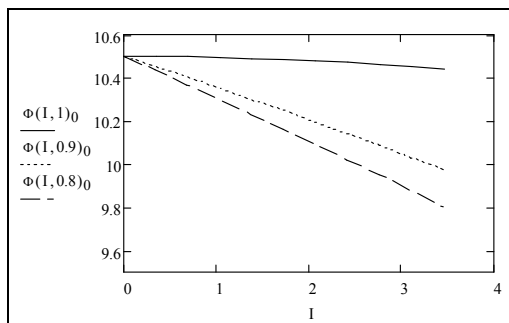


Рис.5. Внешние характеристики для трех значений коэффициента мощности без учета активных параметров: 1; 0,9 и 0,8

Вычислим и построим функции погрешностей внешних характеристик упрощенной модели:

$$\varepsilon_U(I, \cos\varphi) := \frac{|F(I, \cos\varphi)_0 - \Phi(I, \cos\varphi)_0|}{|F(I, \cos\varphi)_0|} \cdot 100$$

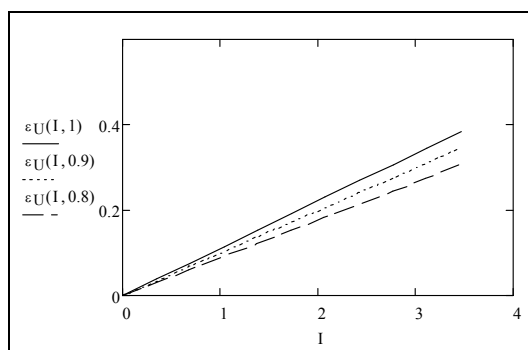


Рис. 6. Функции погрешностей внешних характеристик без учета активных параметров

Из последнего рисунка видно, что погрешности характеристик упрощенной модели не превышают 0,4 %. Такая погрешность вполне допустима во многих задачах расчета установившихся режимов и токов короткого замыкания в электрических системах, и поэтому иногда активным сопротивлением обмоток трансформатора и потерями в стали пренебрегают. Следует, однако, заметить, что для трансформаторов малой мощности такая картина не сохраняется, и применение упрощенной модели становится более ограниченным.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ЭВМ в курсе общей физики /Под ред. А.Н. Матвеева. – М.: Изд-во МГУ, 1982. – С.15-18.
2. Электрические системы. Математические задачи электроэнергетики. – М.: Высшая школа, 1981.
3. Любарский Г.Я., Слабочинский Р.П. Математическое моделирование и эксперимент. – Киев: Наукова думка, 1987. – С.5-7.