УДК 531.53 К.Ж АБЫКЕЕВ

E-mail: ksucta@elcat.kg

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВОЛНОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПЛОСКОЙ УПРУГОЙ ВОЛНЫ С ПОЛОСТЬЮ В СРЕДЕ

Бул макалада серпилгич толкундардын чөйрөдөгү боштукка агып кирүү жана анны менен өз ара аракеттенүүсү жөнүндөгү маселени чечүү үчүн пределдик катыштар усулун колдонуу каралды.

В данной работе решается задача о взаимодействии плоской упругой волны с полостью в среде с применением метода волновых потенциалов.

The article is devoted to the applying methods of wave potential for the solving tasks about interaction of wide, elastilicity of waves in the medium.

В работе /1/ краевую задачу о взаимодействии плоской упругой волны с полостью в среде сводили к определению решений $\varphi_2(\mathrm{M},\mathrm{t})$, $\psi\ (\mathrm{M},\mathrm{t})$ волновых уравнений (2), (5), соответственно, удовлетворяющих совместно граничным условиям (19), (20) во всех локальных системах координат.

Функции $\varphi_2(\mathrm{M},\mathrm{t})$, $\psi\ (\mathrm{M},\mathrm{t})$ отыскиваются в виде волновых потенциалов простого слоя:

$$\varphi_2(\mathrm{M},\mathrm{t})=\frac{1}{4\pi}\iint_{(\mathrm{S}_1)}\frac{\sigma\left(\mathrm{M}^1,\mathrm{t}-\mathrm{r}/\mathrm{a}\right)}{\mathrm{r}}d\mathrm{S}_1\,,\ \psi(\mathrm{M},\mathrm{t})=\frac{1}{4\pi}\iint_{(\mathrm{S}2)}\frac{\gamma\left(\mathrm{M}^1,\mathrm{t}-\mathrm{r}/\mathrm{b}\right)}{\mathrm{r}}d\mathrm{S}_2\,, \qquad (1)$$

где (S_1) – часть границы полости, ограниченная линией $\mathrm{t}-\mathrm{r}/\mathrm{a}=0$, (S_2) – часть ее, ограниченная линией $\mathrm{t}-\mathrm{r}/\mathrm{b}=0$, r – расстояние между точками M и M^1, $\sigma(\mathrm{M}^1,\mathrm{t})$, $\gamma(\mathrm{M}^1,\mathrm{t})$ – дважды непрерывно дифференцируемые функции, подлежащие определению.

Можно непосредственной подстановкой убедиться, что интегралы (1) удовлетворяют соответствующим волновым уравнениям при произвольных непрерывных по совокупности аргументов вместе с частными производными первого и второго порядка по t функциям $\sigma(\mathrm{M}^1,\mathrm{t})$, и $\gamma(\mathrm{M}^1,\mathrm{t})$. Поэтому вопрос сводится к отысканию указанных функций, обеспечивающих удовлетворение граничных условий (19) и (20) в /1/. В работе /2/ установлены предельные соотношения для частных производных потенциала простого слоя при стремлении точки M в области, в которой они определяются непосредственно, к точке O в области интегрирования. Предельные соотношения для частных производных функций $\varphi_2(\mathrm{M},\mathrm{t})$, входящих в (19), (20) в /1/, имеют вид:

$$\lim_{M\to 0}\frac{\partial^2\varphi_2(M,t)}{\partial x^2}=-\frac{1}{4a}\sigma_t(0,t)+\frac{1}{2}f_{x^1x^1}(0,0)\sigma(0,t)-\frac{1}{8\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sigma(\delta_1\cos\theta,\delta_1\sin\theta,t-\delta_1/a)}{\delta_1}d\theta+$$
$$+\frac{1}{4\pi}\iint_{(S_3)}\left\{\left[\sigma(M^1,t-r/a)+\frac{r}{a}\sigma_t(M^1,t-r/a)\right]\left(\frac{3x^{1^2}}{r^5}-\frac{1}{r^3}\right)+\frac{x^{1^2}\sigma_{tt}(M^1,t-r/a)}{a^2r^3}\right\}ds+R_1(t,\delta_1) \qquad (2)$$

$$\lim_{M\to 0}\frac{\partial^2\varphi(M,t)}{\partial z^2}=\frac{1}{2a}\sigma_t(0,t)-\frac{1}{2}[\ f_{x^1x^1}(0,0)+f_{y^1y^1}(0,0)\ ]\sigma(0,t)+\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\overline{\sigma}(\delta_1\cos\theta,\delta_1\sin\theta,t-\delta_1/a)}{\delta_1}$$
$$d\theta+\frac{1}{4\pi}\iint_{(S_3)}\left\{\left[\sigma(M^1,t-r/a)+\frac{r}{a}\sigma_t(M^1,t-r/a)\right]\left(\frac{3z^{1^2}}{r^5}-\frac{1}{r^3}\right)+\frac{z^{1^2}\sigma_{tt}(M^1,t-r/a)}{a^2r^3}\right\}ds+R_2(t,\delta_1) \qquad (3)$$

$$\lim_{M\to 0}\frac{\partial^2\varphi(M,t)}{\partial x\partial z}=-\frac{1}{2}\sigma_x(0,t)+\frac{1}{4\pi}\iint_{(S_3)}\{3[\ \overline{\sigma}(M^1,t-r/a)+\frac{r}{a}\sigma_t(M^1,t-r/a)/r^5+\frac{\sigma_{tt}(M^1,t-r/a)}{a^2r^3}\ \}$$
$$x^1z^1ds_3+R_3(t,\delta_1) \qquad (4)$$

Сделаем пояснения к соотношениям (2) и (4). Для $\mathrm{M(x,y,z)}\in\Omega$ принимается: $\varphi(\mathrm{M,t})=\varphi(\mathrm{x,y,z,t})$. Координаты переменной точки интегрирования $M^1\in S$ снабжаются штрихами: $\mathrm{x^1,y^1,z^1}$. Вследствие гладкости поверхности S цилиндр с осью Oz и малым радиусом поперечного сечения δ_1 ”вырезает” некоторую окрестность S_1^1 точки O, представимую уравнением вида $\mathrm{z^1=f(x^1,y^1)}$. Обозначается: $S_3=S_1/S_1^1$. Для $\mathrm{M^1(x^1,y^1,f(x^1,y^1))\in S_1^1}$ принимается: $\sigma(M^1,t)=\sigma(x^1,y^1,t)$. В работе /2/ показано: $\mathrm{R_1(t,\delta_1)=0(\delta_1)}$, $R_2(t,\delta_2)=0(\delta_1)$, $R_3(t,\delta_1)=0(\delta_1)$.

Предельные соотношения для частных производных функции $\psi(M,t)$, входящих в (19), (20), в /1/ представляются в виде, совершенно аналогичном соотношениям (2), (3), (.3) с заменой $\varphi_2(M,t)$ на $\psi(t)$ a – на b, δ_1 – на δ_2, S_3 – S_4. Цилиндр с осью Oz и достаточно малым радиусом поперечного сечения δ_2 “вырезает” некоторую окрестность $\mathrm{S_2^1}$ точки O, представимую уравнением вида $z^1=f(x^1,y^1)$. Обозначается: $\mathrm{S_4=S_2/S_2^1}$. Для $\mathrm{M^1(x^1,y^1,f(x^1,y^1))\in S_2^1}$ принимается: $\gamma(\mathrm{M^1,t})=\gamma(\mathrm{x^1,y^1,t})$. Аналогами для $\mathrm{R_1(t,\delta_1)}$, $\mathrm{R_2(t,\delta_1)}$, ... , $\mathrm{R_9(t,\delta_1)}$ являются величины $R_4(t,\delta_2)$, $R_5(t,\delta_2)$, $R_6(t,\delta_2)$ причем: $R_4(t,\delta_2)=0(\delta_2)$, $R_5(t,\delta_2)=0(\delta_2)$, $R_6(t,\delta_2)=0(\delta_2)$.

Подставляя в левые части соотношений (19), (20) в /1/, вместо пределов и представления вида (2), (3), (4), учитывая, что в данном случае функция $f(x^1,y^1)$ не зависит от y^1 и поэтому, записывая ее в виде $f(x^1)$, получим систему интегро-дифференциальных уравнений относительно плотностей волновых потенциалов $\sigma(M^1,t)$, $\gamma(M^1,t)$:

$$\frac{\lambda+4\mu}{4a}\sigma_t(0,t)+\mu\gamma_x(0,t)-\mu f_{x^1x^1}(0)\sigma(0,t)+\frac{\lambda+4\mu}{8\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sigma(\delta_1\cos\theta,\delta_1\sin\theta,t-\delta_1/a)}{\delta_1}d\theta+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\iint_{(S_3)}\left\{\left[\sigma(M^1,t-r/a)+\frac{r}{a}\sigma_t(\mathbf{M}^1,t-r/a)\right]\left[\frac{3\left(\lambda x^{1^2}+(\lambda+2\mu)z^{1^2}\right)}{r^5}-\frac{2(\lambda+\mu)}{r^3}\right]+\right.$$

$$+\frac{\lambda x^{1^2}+(\lambda+2\mu)z^{1^2}}{a^2r^3}\sigma_{tt}(M^1,t-r/a)\ \}dS_3-\frac{\mu}{2\pi}\iint_{(S_4)}\left\{3\left[\gamma(M^1,t-r/b)+\frac{r}{b}\gamma_t(M^1,t-r/b)\right]/r^5+\right.$$

$$+\frac{\gamma_{tt}(M^1,t-r/b)}{b^2r^3}\ \}x^1z^1dS_4+\lambda R_1(t,\delta_1)+(\lambda+2\mu)R_2(t,\delta_2)-2\mu R_6(t,\delta_2)=g_1(0,t), \qquad (5)$$

$$\frac{3}{4b}\gamma_t(0,t)-\sigma_x(0,t)-f_{x^1x^1}(0)\gamma(0,t)+\frac{3}{8\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\gamma(\delta_2\cos\theta,\delta_2\sin\theta,t-\delta_2/b)}{\delta_2}d\theta+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\iint_{(S_4)}\left\{\left[\gamma(M^1,t-r/b)+\frac{r}{b}\gamma_t(\mathbf{M}^1,t-r/b)\right]\left[\frac{3\left(z^{1^2}-x^{1^2}\right)}{r^5}+\frac{z^{1^2}-x^{1^2}}{b^2r^3}\gamma_{tt}(M^1,t-r/b)\right]\right\}dS_4+$$

$$+\frac{1}{2\pi}\iint_{(S_3)}\left\{3\left[\sigma(M^1,t-r/a)+\frac{r}{a}\sigma_t\left(M^1,t-\frac{r}{a}\right)\right]/r^5+\frac{\sigma_{tt}(M^1,t-r/a)}{a^2r^3}\right\}x^1z^1dS_3+2R_3(t,\delta_1)+$$

$$+R_5(t,\delta_2)-R_4(t,\delta_2)=\frac{1}{\mu}g_2(0,t). \qquad (6)$$

Приведем интеграл

$$K(t)=\iint_{(S_3)}\frac{c(x^1)\sigma_{tt}(M^1,t-r/a)}{a^2r^3}dS_1, \qquad (7)$$

где $C(x^1)$ – заданная функция, к виду, в котором подынтегральное выражение содержит частную производную первого порядка от величины σ по t и не содержит других ее производных. С этой целью, учитывая симметричность расположения области (S_1) относительно линии L, представим (7) в виде повторного интеграла, производя интегрирования сначала вдоль образующей полости, т.е. по y^1, а затем – вдоль линии L. Обозначим через l длину дуги $OM^1(M^1\in L)$, взятую с положительным или отрицательным знаком при совпадении или несовпадении, соответственно, направления начального элемента дуги с направлением оси Ox. Примем во внимание, что в силу специфики рассматриваемой плоской задачи величины σ и γ в фиксированный момент времени не зависят от y^1. Поэтому в последующем изложении обозначения $\sigma(M^1,t)$, $\gamma(M^1,t)$ будут считаться эквивалентными обозначениям $\sigma(l,t)$, $\gamma(l,t)$, соответственно. Учитывая это и принимая во внимание четность подынтегральной функции в (3) в /1/ относительно y^1, а также отмеченную выше симметричность области (S_1) относительно линии (L), переходя в (7) к повторным интегралам, получаем:

$$K(t) = 2\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)} dl \int\limits_0^{y(l,t)} \frac{C(x^1)\sigma_{tt}(l, t - r/a)}{a^2 r^3} dy^1.$$

(8)

Причем: $L_1(t)$, $L_2(t)$ – значения l для точек пересечения линии (L) с границей области (S_1), при этом $L_1(t) < 0$, $L_2(t) > 0$, если совпадения таких двух точек к моменту времени t еще не произошло, если же указанное совпадение произошло до момента t, то $L_1(t)$, $L_2(t)$ – это два значения l для точки, где произошло это совпадение, при этом принимается $L_1(t) < 0$, $L_2(t) > 0$, $Y(l,t)$ – значение y^1, $(y^1 > 0)$ для точки границы области (S_1). Для каждого малого $\delta > 0$ будем выделять из той половины области (S_1), где $y^1 > 0$, малую подобласть, ограниченную линией L и гладкой выпуклой кривой, представленной уравнением вида $y^1 = \omega(l, \delta)$, где δ – наибольшее значение функции $y^1 = \omega(l, \delta)$ в интервале $[L_1(t), L_2(t)]$. Для выполнения преобразований, используемых ниже, целесообразно представить (8) в виде:

$$K(t) = 2\lim_{\delta \to 0}\left\{\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)} dl \int\limits_0^{y(l,t)} \frac{C(x^1)\sigma_{tt}(l, t - r/a)}{a^2 r^3} dy^1\right\}. \qquad (9)$$

Введем обозначение:

$$\tau = t - \frac{r}{a}, \qquad (10)$$

или

$$\tau = t - \frac{1}{a}\sqrt{x^{1^2} + y^{1^2} + \left(f\left(x^1\right)\right)^2}.$$

(11)

Дифференцируя (11), получаем

$$\frac{\partial \tau}{\partial y^1} = -\frac{1}{a}\frac{y^1}{\sqrt{x^{1^2} + y^{1^2}}} = -\frac{1}{a}\frac{y^1}{r}.$$

(12)

Исходя из (9), принимая во внимание (12), имеем:

$$K(t)=-\frac{2}{a}\lim_{\delta\to 0}\left\{\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}dl\int\limits_{\omega(l,\delta)}^{Y(l,t)}\frac{c(x^1)\sigma_{tt}(l,t-r/a)(-1/a)y^1/r}{r^2y^1}dy^1\right\}=$$

$$=-\frac{2}{a}\lim_{\delta\to 0}\left\{\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}dl\int\limits_{\omega(l,\delta)}^{Y(l,t)}\frac{c(x^1)\dfrac{\partial}{\partial\tau}\sigma_t(l,t-r/a)\dfrac{\partial\tau(x^1,y^1)}{\partial y^1}}{r^2y^1}dy^1\right\}=$$

$$=-\frac{2}{a}\lim_{\delta\to 0}\left\{\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}dx^1\int\limits_{\omega(l,\delta)}^{Y(l,t)}\frac{c(x^1)\dfrac{\partial\sigma_t(l,\tau(x^1,y^1))}{\partial y^1}}{r^2y^1}dy^1\right\}.$$

(13)

Применяем к внутреннему интегралу в последней части (13) метод интегрирования по частям. Считая, что на границе области (S_1) $\sigma_t(l,\tau(x^1,Y(l,t)))=0$, имеем:

$$K(t)=-\frac{2}{a}\lim_{\delta\to 0}\left\{\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}dl\int\limits_{\omega(l,\delta)}^{Y(l,t)}\left[\left(\frac{c(x^1)\sigma_t(l,\tau(x^1,y^1))}{r^2y^1}\right)_{y^1=\omega(l,\delta)}^{y^1=Y(l,t)}-\int\limits_{\omega(l,\delta)}^{Y(l,t)}c(x^1)\sigma_t(l,\tau(x^1,y^1))\frac{\partial}{\partial y^1}\left(\frac{1}{r^2y^1}\right)dy^1\right]\right\}.=$$

$$=-\frac{2}{a}\lim_{\delta\to 0}\left\{\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}\left[-\frac{c(x^1)\sigma_t(l,\tau(x^1,\omega(l,\delta)))}{r^2\omega(l,\delta)}-\int\limits_{\omega(l,\delta)}^{Y(l,t)}c(x^1)\left(\left(\sigma_t(l,\tau(x^1,y^1))-\sigma_t(l,\tau(x^1,\omega(l,\delta)))\right)+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\sigma_t(l,\tau(x^1,\omega(l,\delta)))\right)\frac{\partial}{\partial y^1}\left(\frac{1}{r^2y^1}\right)dy^1\right]dl\right\}=-\frac{2}{a}\lim_{\delta\to 0}\left\{\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}\left[-\frac{c(x^1)\sigma_t(l,\tau(x^1,\omega(l,\delta)))}{r^2\omega(l,\delta)}-\right.\right.$$

$$-\int\limits_{\omega(l,\delta)}^{Y(l,t)}c(x^1)\left(\sigma_t(l,\tau(x^1,y^1))-\sigma_t(l,\tau(x^1,\omega(l,\delta)))\right)\left(-\frac{2}{r^4}-\frac{1}{r^2y^{1^2}}\right)dy^1-\frac{c(x^1)\sigma_t(l,\tau(x^1,\omega(l,\delta)))}{r^2Y(l,t)}+$$

$$\left.\left.+\frac{c(x^1)\sigma_t(l,\tau(x^1,\omega(l,\delta)))}{r^2\omega(l,\delta)}\right]dl\right\}\qquad(14)$$

Первое и последнее слагаемые подынтегрального выражения последней части (14) взаимно уничтожаются. Поэтому, принимая еще во внимание, что $\lim\limits_{\delta\to 0}\omega(x^1,\delta)=0$, а вследствие (11) $\tau(x^1,0)=t-\frac{1}{a}\sqrt{x^{1^2}+\left(f(x^1)\right)^2}$, на основании (14) имеем:

$$K(t)=-\frac{2}{a}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}c(x^1)dl\int\limits_{0}^{Y(l,t)}\left[\sigma_t\left(l,t-\frac{r}{a}\right)-\sigma_t\left(l,t-\frac{1}{a}\sqrt{x^{1^2}+\left(f(x^1)\right)^2}\right)\right]\left(\frac{2}{r^4}+\frac{1}{r^2y^{1^2}}\right)dy^1+$$

$$+\frac{2}{a}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}\frac{c(x^1)\sigma_t\left(l,t-\frac{1}{a}\sqrt{x^{1^2}+\left(f(x^1)\right)^2}\right)}{r^2Y(l,t)}dl$$

(15)

Совершенно аналогично интеграл

$$\overline{K}(t)=\iint\limits_{(S_3)}\frac{\overline{c}(x^1)\gamma_{tt}\left(M^1,t-r/b\right)}{b^2r^3}dS_2,$$

(16)

где $\overline{c}\left(x^1\right)$ – заданная функция, приводится к виду:

$$\overline{K}(t)=-\frac{2}{b}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)}\overline{c}\left(x^1\right)dl\int\limits_{0}^{\overline{Y}(l,t)}\left[\gamma_t\left(l,t-\frac{r}{b}\right)-\gamma_t\left(l,t-\frac{1}{b}\sqrt{x^{1^2}+\left(f\left(x^1\right)\right)^2}\right)\right]\left(\frac{2}{r^4}+\frac{1}{r^2y^{1^2}}\right)dy^1+$$

$$+\frac{2}{b}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)}\frac{\overline{c}\left(x^1\right)\gamma_t\left(l,t-\frac{1}{b}\sqrt{x^{1^2}+\left(f\left(x^1\right)\right)^2}\right)}{r^2\overline{Y}(l,t)}dl.$$

(17)

Причем: $L_3(t),\ L_4(t)$ – значения l для точек пересечения линии (L) с границей области (S_2), при этом $L_3(t)<0,\ L_4(t)>0$, если совпадения таких двух точек к моменту времени t еще не произошло, если же указанное совпадение произошло до момента t, то $L_3(t),\ L_4(t)$ – это два значения l для точки, где произошло это совпадение, при этом принимается $L_3(t)<0,\ L_4(t)>0$; $\overline{Y}(l,t)$ – значение $y^1\quad\left(y^1>0\right)$ для точки границы области (S_2).

Так как области $S_1^1,\ S_2^1$ при малых $\delta_1,\ \ \delta_2$ мало отклоняются от кругов $K_{\delta_1},\ \ K_{\delta_2}$, которые являются их проекциями на плоскость $z^1=0$, то, принимая (15), (17), имеем:

$$\iint\limits_{(S_3)}\frac{c(x^1)\sigma_{tt}\left(M^1,t-r/a\right)}{a^2r^3}dS_3=-\frac{2}{a}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}c(x^1)dl\int\limits_{\omega_1(l,\delta_1)}^{y(l,t)}\left[\sigma_t\left(l,t-r/a\right)-\sigma_t(l,t-\frac{1}{a}\sqrt{x^{1^2}+(f(x^1))^2})\ \right]\times$$

$$\times(\frac{2}{r^4}+\frac{1}{r^2y^{1^2}})dy^1+\frac{2}{a}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}\chi_1(l,\delta_1)\frac{c(x^1)\sigma_t(l,t-1/a\sqrt{x^{1^2}+(f(x^1))^2})}{r^2Y(l,t)}dl+R_5(t,\delta_1),$$

(18)

где

$$R_7(t,\delta_1)=0(\delta_1^2)$$

$$\omega_2(l,\delta_2)=\begin{cases}\sqrt{\delta_2^2-l^2} & при\quad |l|\le\delta_1,\\ 0 & при\quad |l|>\delta_1,\end{cases}\qquad(19)$$

$$\chi_1(l,\delta_1)=\begin{cases}0 & при\quad |l|<\delta_1,\\ 1 & при\quad |l|\ge\delta_1,\end{cases}\qquad(20)$$

$$\iint\limits_{(S_4)} \frac{\overline{c}(x^1)\gamma_{tt}\left(M^1, t-r/b\right)}{b^2 r^3} dS_4 = -\frac{2}{b}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} \overline{c}(x^1) dl \int\limits_{\omega_2(l,\delta_1)}^{\overline{Y}(l,t)} \left[\gamma_t\left(l, t-r/b\right) - \gamma_t(l, t-\frac{1}{b}\sqrt{x^{1^2} + (f(x^1))^2}\,)\ \right] \times$$

$$\times (\frac{2}{r^4} + \frac{1}{r^2 y^{1^2}}) dy^1 + \frac{2}{b}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} \chi_2(l,\delta_2) \frac{\overline{c}(x^1)\gamma_t(l, t-1/a\sqrt{x^{1^2} + (f(x^1))^2}\,)}{r^2 \overline{Y}(l,t)} dl + R_8(t,\delta_2),$$

(21)

где $R_8(t,\delta_1) = 0(\delta_2^2)$,

$$\omega_2(l,\delta_1) = \begin{cases} \sqrt{\delta_2^2 - l^2} & при \quad |l| \le \delta_2, \\ 0 & при \quad |l| > \delta_2, \end{cases}$$

(22)

$$\chi_2(l,\delta_1) = \begin{cases} 0 & при \quad |l| < \delta_2, \\ 1 & при \quad |l| \ge \delta_2, \end{cases}$$

(23)

Принимая во внимание (18)-(23), учитывая введенные выше обозначения, представим систему интегро-дифференциальных уравнений (5), (6) в следующем виде:

$$\sigma_t(0,t) = \frac{4a}{\lambda + 4\mu}\left\{ g_1(0,t) - \left[\mu\gamma_x(0,t) - \mu f_{x^1x^1}(0)\sigma(0,t) + \frac{\lambda + 4\mu}{8\pi} \times \right.\right.$$

$$\times \int\limits_0^{2\pi} \frac{\sigma\left(\delta_1\cos\theta, \delta_1\sin\theta, t-\delta_1/a\right)}{\delta_1} d\theta + \frac{1}{4\pi}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)} dl \int\limits_{\omega_1(l,\delta_1)}^{Y(l,t)} (\sigma(l, t-r/a) + \frac{r}{a}\sigma_t\left(l, t-r/a\right)) \times$$

$$\times (\frac{3(\lambda x^{1^2} + (\lambda + 2\mu) z^{1^2})}{r^5} - \frac{2(\lambda+\mu)}{r^3}) dy^1 - \frac{1}{2\pi a}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)} (\lambda x^{1^2} + (\lambda + 2\mu) z^{1^2}) dl \int\limits_{\omega_1(l,\delta_1)}^{Y(l,t)} (\sigma_t(l, t-r/a) -$$

$$-\sigma_t(l, t-\frac{1}{a}\sqrt{x^{1^2} + (f(x^1))^2}\,))(\frac{2}{r^4} + \frac{1}{r^2 y^{1^2}}) dy^1 + \frac{1}{2\pi a}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)} \chi_1(l,\delta_1)(\lambda x^{1^2} + (\lambda + 2\mu) z^{1^2}) \times$$

$$\times \frac{\sigma_t(l, t-1/a\sqrt{x^{1^2} + (f(x^1))^2}\,)}{r^2 Y(l,t)} dl - \frac{3\mu}{2\pi}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} dl \int\limits_{\omega_2(l,\delta_2)}^{\overline{Y}(l,t)} ((\gamma(l, t-r/b) + \frac{r}{b}\gamma_t(l, t-r/b))/r^5) dy^1 +$$

$$\frac{\mu}{b\pi}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} x^1 z^1 dl \int\limits_{\omega_2(l,\delta_2)}^{\overline{y}(l,t)} (\gamma_t(l, t-r/b) - \gamma_t(l, t-1/b\sqrt{x^{1^2} + (f(x^1))^2}\,))(\frac{2}{r^4} + \frac{1}{r^2 y^{1^2}}) dy^1 -$$

$$\left.\left. -\frac{\mu}{\pi b}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} \chi_2(l,\delta_2) x^1 z^1 \frac{\gamma_t(l, t-1/b\sqrt{x^{1^2} + (f(x^1))^2}\,)}{r^2 \overline{Y}(l,t)} dl \ \right] \right\} + \overline{R}_1(t,\delta_1,\delta_2), \tag{24}$$

где $\overline{R}_1(t,\delta_1,\delta_2) = 0(\delta_1) + 0(\delta_2)$. (25)

$$\gamma_t(0,t) = \frac{4b}{3}\left\{ \frac{1}{\mu} g_2(0,t) - \left[\frac{3}{8\pi}\int\limits_0^{2\pi} \frac{\gamma\left(\delta_2\cos\theta, \delta_2\sin\theta, t-\delta_2/b\right)}{\delta_2} d\theta - \sigma_x(0,t) - f_{x^1x^1}(0)\gamma\left(0,t\right) + \right.\right.$$

$$+\frac{3}{4\pi}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} dl \int\limits_{\omega_2(l,\delta_2)}^{\overline{Y}(l,t)} (\gamma(l, t-r/b) + \frac{r}{b}\gamma_t\left(l, t-r/b\right)) \frac{z^{1^2} - x^{1^2}}{r^5} dy^1 - \frac{1}{2\pi b}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} (z^{1^2} - x^{1^2}) dl \times$$

$$\times \int\limits_{\omega_2(l,\delta_2)}^{\overline{y}(l,t)} (\gamma_t(l, t-r/b) - \gamma_t(l, t-\frac{1}{b}\sqrt{x^{1^2} + (f(x^1))^2}\,))(\frac{2}{r^4} + \frac{1}{r^2 y^{1^2}}) dy^1 + \frac{1}{2\pi b}\int\limits_{L_3(t)}^{L_4(t)} \chi_2(l,\delta_2)(z^{1^2} - x^{1^2}) \times$$

$$\times \frac{\gamma_t(l,t-1/b\sqrt{x^{1^2}+(f(x^1))^2})}{r^2\overline{y}(l,t)}dl+\frac{3}{2\pi}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}dl\int\limits_{\omega_1(l,\delta_2)}^{y(l,t)}((\sigma(l,t-r/a)+\frac{r}{a}\sigma_t(l,t-r/a))/r^5)dy^1-$$

$$-\frac{1}{a\pi}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}x^1z^1dl\int\limits_{\omega_1(l,\delta_1)}^{Y(l,t)}(\sigma_t(l,t-r/a)-\sigma_t(l,t-1/a\sqrt{x^{1^2}+(f(x^1))^2}))(\frac{2}{r^4}+\frac{1}{r^2y^{1^2}})dy^1+$$

$$+\frac{1}{\pi a}\int\limits_{L_1(t)}^{L_2(t)}\chi_1(l,\delta_1)x^1z^1\frac{\sigma_t(l,t-1/a\sqrt{x^{1^2}+(f(x^1))^2})}{r^2Y(l,t)}dl\ \Big]\Big\}+\overline{R}_2(t,\delta_1,\delta_2), \qquad (26)$$

где $$\overline{R}_2(t,\delta_1,\delta_2)=0(\delta_1)+0(\delta_2). \qquad (27)$$

Причем в (24), (26) величины $\omega_1(1,\delta_1),\ \chi_1(1,\delta_1),\ \omega_2(1,\delta_2),\ \chi_2(1,\delta_2)$ представляются формулами (26), (20), (22), (23), соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абыкеев К.Ж. Решение задачи о взаимодействии плоской упругой волны с полостью в среде //Вестник Кыргызского отделения Международной академии энергетики им. А.Эйнштейна. – 2008. – №1.

2. Шамгунов Ш.Д. Предельные соотношения для частных производных волнового потенциала простого слоя и их приложения // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Вып. 21. – Фрунзе: Илим, 1988. – С. 281-290.