

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН КРУЧЕНИЯ ИЗ МАТЕРИАЛА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ ПРИ ИХ РАЗГРУЗКЕ

Бул иште өз калыбын эстеп калуу жөндөмүнө ээ болгон материалдардан жасалган цилиндрдик пружинанын толгонуусунун серпилгич пределин өткөндөн кийинки калган параметрлери аркылуу пружиналардагы чыналдырылган-ийилчектик абалын эсептеген.

В данной работе приведен расчет цилиндрических пружин кручения при разгрузке за пределом упругости, изготовленных из материала, обладающего эффектом памяти формы. Дан анализ напряженно-деформированного состояния, рассчитаны остаточные параметры пружины после полной разгрузки.

In the given work calculation of cylindrical springs of torsion is resulted at unloading behind a limit of the elasticity, made of a material possessing effect of memory of the form. The analysis of the is intense-deformed condition is given, residual parametres of a spring after full unloading are calculated.

С появлением материалов, обладающих эффектом памяти формы, оказалось, что пружины, изготовленные на их основе, могут быть использованы при работе и за пределом упругости /1, 2/. Причем, для проявления эффектов памяти формы, генерации реактивных усилий и других нетрадиционных свойств таких материалов наличие неупругих деформаций является обязательным условием. Обзор технических решений в применении материалов с памятью формы приведен в работе /3/.

В данной работе теоретически исследуются рабочие характеристики цилиндрических пружин кручения при разгрузке, изготовленных из материала, обладающего эффектом памяти формы, деформированного в неупругой области. Приводится анализ напряженно-деформированного состояния и определяются остаточные кривизны, а также остаточные параметры пружины после полной разгрузки: диаметр, угол подъема, а также перемещения конца пружины (угловые и линейные) в зависимости от значения максимального крутящего момента m_p перед разгрузкой.

Рассмотрим процесс разгрузки деформированной пружины кручения за предел упругости максимальным крутящим моментом m_p .

При разгрузке, когда витки пружины начнут выпрямляться, волокна в растянутой части сечения сокращаются. При этом волокна, лежащие в неупругой области прутка пружины, вскоре достигают размеров, которые они имели бы в свободном состоянии, в то время как волокна

упругой области продолжают сокращаться, что влечет за собой поджатие внешних волокон. Это происходит до тех пор, пока внутренние силы не придут в равновесие.

Если бы для всех частичек материала деформации были упругими, то при разгрузке они бы постепенно уменьшались, и в конце этого процесса были бы равными нулю, но при наличии частиц, претерпевших неупругое деформирование, процесс перегруппировки внутренних сил во время разгрузки протекает более сложно. Вследствие этого после разгрузки витки пружины остаются с остаточной кривизной. Используя теорему о разгрузке, определим остаточную

кривизну $\frac{1}{\rho_{ост}}$, в виде

$$\frac{1}{\rho_{ост}} = \frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_y},$$

(1)

где ρ_p – значение радиуса кривизны в сечении в момент разгрузки; ρ_y – радиус кривизны в сечении в предположении упругости изгиба под заданным изгибающим моментом.

Крутящий момент m_p с изгибающим моментом в сечении прутка пружины связан следующей зависимостью /4/.

$$m_p \cdot \cos \alpha_p = M_u.$$

Определим остаточные деформации (кривизну, перемещения) и напряжения. После разгрузки остаточные деформации будут равны

$$\varepsilon_{ост} = \frac{y}{\rho_{ост}}$$

(2)

Тогда, очевидно, упругая деформация, исчезающая в процессе разгрузки, определяется равенством

$$\varepsilon_y = y \left(\frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_{ост}} \right),$$

(3)

а напряжения соответствующие этой деформации равны

$$\sigma = E_m y \left(\frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_{ост}} \right).$$

(4)

Так как при полной разгрузке внешний момент равен нулю, то момент от внутренних напряжений должен равняться моменту перед разгрузкой, т.е.

$$M_p = \int_F \sigma y dF = E_M J \left(\frac{1}{\rho_p} - \frac{1}{\rho_{ост}} \right).$$

(5)

Из последней формулы можно найти кривизну перед разгрузкой в виде /6/:

$$\chi_{ост} = \frac{1}{\rho_{ост}} = \frac{M_p}{E_M J} \left(\frac{1}{K(\xi_p)} - 1 \right).$$

(6)

С другой стороны, остаточная кривизна из геометрических соотношений параметров пружины после разгрузки будет равна /4/

$$\chi_{ост} = \frac{1}{\rho_{ост}} = \frac{2 \cos^2 \alpha_{ост}}{D_{ост}}.$$

(7)

С учетом уравнение (6) получим значение остаточного угла подъема пружины

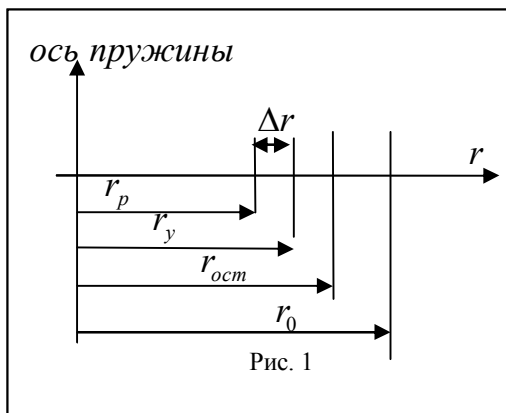
$$\cos(\alpha_{ост}) = \sqrt{\frac{D_{ост} \cdot \chi_{ост}}{2}},$$

(8)

отсюда

$$\alpha_{ост} = \arccos \left(\sqrt{\frac{D_{ост} \cdot \chi_{ост}}{2}} \right). \quad (9)$$

Найдем остаточный диаметр ($D_{ост}$) пружины после разгрузки (рис. 1). Очевидно,



диаметры пружины перед неупругой разгрузкой и в предположении упругой разгрузки будут:

$$D_p = 2 \cdot r_p, \quad D_y = 2 \cdot r_y.$$

В этом случае разница радиусов будет.

$$\Delta r = r_p - r_y = \frac{1}{2} (D_p - D_y).$$

Из рис.1. находим

$$r_{ocm} = r_o - \Delta r$$

Здесь r_0 – начальный радиус пружины.

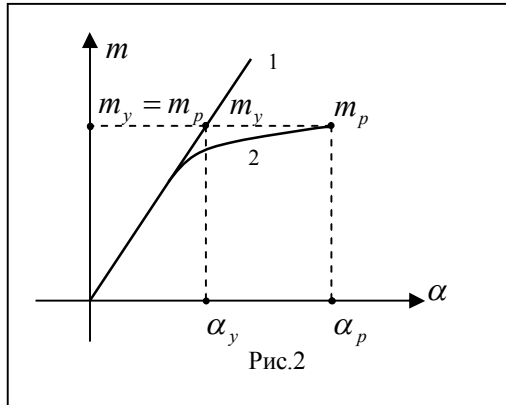


Рис. 2. Диаграмма m от α . Кривая 1 – упругая линия. Кривая 2 – неупругая

С учетом предыдущих формул для остаточного диаметра получим

$$D_{ocm} = D_0 - D_p + D_y, \quad (10)$$

где D_0 – диаметр пружины до деформации, D_p – диаметр пружины, соответствующий моменту перед разгрузкой.

Остаточное угловое перемещение находится из уравнения /4/:

$$\theta = 2 \cdot L_0 \cdot \left(\frac{\cos \alpha}{D} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right).$$

Подставляя вместо текущего угла подъёма $\alpha = \alpha_{ocm}$, а вместо диаметра $D = D_{ocm}$, получим

$$\theta_{ocm} = 2 \cdot L_0 \cdot \left(\frac{\cos \alpha_{ocm}}{D_{ocm}} - \frac{\cos \alpha_0}{D_0} \right). \quad (11)$$

Диаметры пружин D_p и D_y определяются следующими формулами /5/:

$$\frac{D_y}{D_0} = \frac{(B - C) \cdot \sin 2\alpha_y}{2 \cdot B \cdot \operatorname{tg} \alpha_y \cdot \cos^2 \alpha_0 - C \cdot \sin 2\alpha_0}, \quad (12)$$

$$\frac{D_p}{D_0} = \frac{(B_1 - C) \cdot \sin 2\alpha_p}{2 \cdot B_y \cdot \operatorname{tg} \alpha_p \cdot \cos^2 \alpha_0 - C \cdot \sin 2\alpha_0}. \quad (13)$$

Значение α_y находим из условия $m_y = m_p$ (рис. 2), где, связывая действующие изгибающие моменты, получим:

$$m_y \cdot \cos \alpha_y = \frac{M_{uz}^p}{\cos \alpha_p}. \quad (14)$$

Здесь

$$M_{uz}^p = M_\phi \frac{K(\xi_p)}{\xi_p}, \quad (15)$$

где ξ_p – значение безразмерного параметра ξ равного $\left(\frac{2 \cdot y_\phi}{d} \right)$, т.е. $\xi_p = \left(\frac{2 \cdot y_\phi}{d} \right)_p$,

характеризующего глубину зоны неупругих деформаций. $K(\xi_p)$ – параметр характеризующий падение жесткости сечения на изгиб за счет неупругих деформаций [6].

Крутящий момент m_y определяется следующей формулой /5/:

$$m_y = \frac{2C}{D_o \cdot \cos \alpha} \frac{\left(\cos^2 \alpha_o - \frac{\sin 2\alpha_o}{\sin 2\alpha_y} \cdot \cos^2 \alpha_y \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)}. \quad (16)$$

Подставляя m_y в формулу (14), получаем следующее уравнение:

$$\frac{2C}{D_o} \frac{\left(\cos^2 \alpha_o - \frac{\sin 2\alpha_o}{\sin 2\alpha_y} \cdot \cos^2 \alpha_y \right)}{\left(1 - \frac{C}{B} \right)} = M_\phi \cdot \frac{K(\xi_p)}{\xi_p}. \quad (17)$$

При заданной глубине неупругой зоны ξ_p , решая уравнения (17), находим значение угла α_y . После этого найденные значения α_y, D_y, D_{ocm} и α_{ocm} подставляем в уравнения (12), (10), и (11) и находим остаточное угловое перемещение θ_{ocm} , от значения которого зависит величина реактивного момента пружин кручения, изготовленных из материала с памятью формы при термосиловом воздействии.

Приведем алгоритм вычисления θ_{ocm} : $\xi_p \rightarrow K(\xi_p) \rightarrow \alpha_p \rightarrow D_{ocm} \rightarrow \alpha_{ocm} \rightarrow \theta_{ocm}$.

Для получения остаточных параметров пружин кручения после разгрузки по полученным формулам произведен расчет цилиндрической пружины, изготовленной из никелида титана со следующими данными: $D_o=10 \cdot 10^{-3}$ м, $d_o=2 \cdot 10^{-3}$ м, $i_o=10$, $\alpha_o=1,82^\circ$; $E=8,5 \cdot 10^{10}$ Па, $G=1,5 \cdot 10^{10}$ Па, $\mu=0,35$, $\sigma_\phi = 1,7 \cdot 10^8$ Па.

Получены следующие данные в зависимости от глубины фазовой деформаций $\xi_p=0,75$; 0,8; 0,85; 0,9:

$$\theta_{ocm 1} = 7,58^\circ, D_{ocm 1} = 9,980491 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \theta_{ocm 2} = 4,41^\circ, D_{ocm 2} = 9,9892 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$\theta_{ocm 3} = 2,35^\circ, D_{ocm 3} = 9,994884 \cdot 10^{-3} \text{ м}, D_{ocm 4} = 9,998173 \cdot 10^{-3} \text{ м}, \theta_{ocm 4} = 1,16^\circ.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абдрахманов С.А. Деформация материалов с памятью формы при термосиловом воздействии. – Бишкек: Илим, 1991. – 116 с.
2. Лихачев В.А. и др. Эффект памяти формы. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. – 216 с.
3. Материалы с эффектом памяти формы. Т.4. Справочное издание /Под общей ред. В.А. Лихачева. – СПб, 1998. – 268 с.

4. Пономарев С.Д., Андреева Л.Е. Расчет упругих элементов машин и приборов. – М.: Машиностроение, 1980. – С. 74, 87.

5. Абдрахманов С.А., Кожошов Т.Т. Аналитическое исследование напряженно деформированного состояния цилиндрических пружин кручения из материала с памятью формы // Известия вузов. – Бишкек. – 2010. – №1. – С.7.

6. Абдрахманов С.А., Ибрагимов Р.Ш., Джаналиев Н.Р. Деформация гибкой балки из материала с эффектом памяти формы. – Бишкек, 2007. – С. 92.