

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ ДИАПИРИЗМА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ РЕОЛОГИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

*Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г.*

*Институт механики и машиноведения им. Джолдасбекова У.А., г. Алматы Республики Казахстан,  
[nikmar50@mail.ru](mailto:nikmar50@mail.ru)*

*Исследуется начальная стадия диапиризма на основе трехслойной ньютоновской вязкопластической среды.*

*The initial stage of diapirism is researched on the basis of the three-layered non-Newton viscoplastic medium.*

В настоящем исследовании дан краткий анализ начальной стадии диапиризма на основе модели трёхслойной реологически неоднородной среды.

Ранее, в работах авторов [1-3] исследована релей-тейлоровская неустойчивость неньютоновской вязкопластической среды в плоской, осесимметричной и пространственной постановках, позволившая уточнить и обобщить результаты работ [4-7]. Кроме того, в начальной стадии диапиризма показана возможность формирования куполов гигантов с одиночными кольцевыми валами правильной формы, а также соляных столбов за счет эффектов продомости [3].

Трёхслойная модель реологически неоднородной среды, находящейся под действием горизонтальных тектонических сил в поле сил тяжести позволяет исследовать закономерности, особенности формирования диапиризма и подсолевого ложа.

**Гравитационная неустойчивость трёхслойной неньютоновской вязкопластической среды.** Рассмотрим в плоской постановке задачу о гравитационной неустойчивости двухслойной неньютоновской вязкопластической среды на деформируемом весомом основании, подверженной действию горизонтальных тектонических сил. Физико-геометрические параметры слоёв обозначим с использованием индекса  $j$ , причем  $j=1$  относится к параметрам галита,  $j=2$  – надсолевым породам,  $j=3$  – подсолевого ложа. Система координат  $Ox_1x_2$  привязана к основному состоянию среды следующим образом: ось  $Ox_1$  направлена вдоль границы раздела слоёв 1,2, а ось  $Ox_2$  - вертикально вверх. Весомое деформируемое основание ( $j = 3$ ), в целях упрощения решения начальной краевой задачи для возмущений, простирается вниз до бесконечности.

Вывод начально-краевой задачи для возмущённой среды аналогичен [1], с той лишь разницей, что для возмущений основания на бесконечности ставятся условия затухания. Обозначая соответствующие величины, как и в [1], приведем окончательные соотношения в изображениях решения начально-краевой задачи для

возмущений. Компоненты скорости  $v_1^{(j)}, v_2^{(j)}$  и давления  $p^{(j)}$  в каждом слое удовлетворяют системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} ikp^{*(j)} &= D^2 v_1^{(j)} + k^2(1-2\chi_j)v_1^{(j)}, \\ Dp^{*(j)} &= -k^2 v_2^{(j)} - k^2(1-2\chi_j)D^2 v_2^{(j)}, \\ ikv_1^{(j)} + Dv_2^{(j)} &= 0, \\ p^{*(j)} &= \frac{p^{(j)}}{\theta_i}, \quad \chi_j = \frac{n_j \eta_j}{\theta_j}, \quad D = \frac{\partial}{\partial x_2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

и граничным условиям:

$$\left. \begin{aligned} \text{а) при } x_2 = +h_2, \quad v_1^{(2)} = v_2^{(2)} &= 0; \\ \text{б) при } x_2 = 0, \quad \zeta_2 = \frac{v_2^{(1)}}{\sigma} = \frac{v_2^{(2)}}{\sigma}, \\ p^{(2)} - p^{(1)} + 2D(n_1 \eta_1 v_2^{(1)} - n_2 \eta_2 v_2^{(2)}) &= \frac{(\rho_2 - \rho_1) g v_2^{(1)}}{\sigma}, \\ ik(\theta_1^0 - \theta_2^0)[\sigma - 2H_0]v_2^{(1)} + \sigma D(\theta_1^0 v_1^{(1)} - \theta_2^0 v_1^{(2)}) &= 0, \\ \text{в) при } x_2 = -h_1, \quad v_1^{(1)} = v_2^{(1)} &= 0; \quad \zeta_3 = \frac{v_2^{(1)}}{\sigma} = \frac{v_2^{(3)}}{\sigma}, \\ ik(\theta_3^0 - \theta_1^0)[\sigma - 2H_0]v_2^{(3)} + \sigma D(\theta_3^0 v_1^{(3)} - \theta_1^0 v_1^{(1)}) &= 0, \\ p^{(1)} - p^{(3)} + 2D(n_3 \eta_3 v_2^{(3)} - n_1 \eta_1 v_2^{(1)}) &= \frac{(\rho_1 - \rho_3) g v_2^{(3)}}{\sigma}, \\ \text{г) при } x_2 \rightarrow -\infty, \quad v_1^{(3)} = v_2^{(3)} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь  $h_1, h_2$  - мощности слоев,

$\rho_1, \rho_2, \rho_3$  - плотности слоев и основания,

$n_j$  - показатель нелинейности, характеризующий отклонение вязкой жидкости от ньютоновской;

$H_0$  - интенсивность скоростей деформации в основном состоянии,

$\mu_j$  - эффективная вязкость,

$\tau_s^{(j)}$  - предел текучести при сдвиге ( $\theta = \eta + \frac{\tau_s}{H_0}, \eta = \mu H_0^{n-1}$ ),  $\kappa$  - волновое число,

$\sigma$  - параметр преобразования Лапласа, характеризующий скорость роста возмущений;  $i$  - мнимая единица.

Решение (1) ищется в форме:

$$v_1 = kDf, \quad v_2 = -ik^2 f,$$

и имеет вид [ 1]:

$$f_j(x_2) = (c_1^{(j)} chd_1^{(j)} + c_2^{(j)} shd_1^{(j)}) \sin d_2^{(j)} + (c_3^{(j)} chd_1^{(j)} + c_4^{(j)} shd_1^{(j)}) \cos d_2^{(j)}, \quad (j = 1, 2)$$

$$f_3(x_2) = \exp(d_1^{(3)}) \cdot (c_1^{(3)} \sin d_2^{(3)} + c_2^{(3)} \cos d_2^{(3)}), \quad (3)$$

где  $d_1^{(j)} = k\alpha_j x_2$ ,  $d_2^{(j)} = k\beta_j x_2$ ,  $\alpha_j^2 = \chi_j$ ,  $\beta_j^2 = (1 - \chi_j)$ ,  $j = 1, 2, 3$ ,  
 $c_1^{(j)}, c_2^{(j)}, c_3^{(j)}, c_4^{(j)}$  - произвольные постоянные.

Структура решения  $f_3(x_2)$  учитывает условия затухания возмущений на бесконечности. После того как найдены компоненты скоростей, давление определяется из первого уравнения (1).

Записывая решения для каждого слоя и подставляя в граничные условия (2), получим систему однородных линейных уравнений десятого порядка относительно произвольных постоянных. Для существования нетривиальных решений определитель этой системы должен быть равен нулю. Раскрывая его, получим кубическое уравнение относительно  $\sigma$ :

$$\varepsilon_0 \sigma^3 + \varepsilon_1 \sigma^2 + \varepsilon_2 \sigma + \varepsilon_3 = 0, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  - коэффициенты, зависящие от физико-геометрических параметров слоёв. Если существует хотя бы один корень (4), для которого  $\text{Re} \sigma > 0$ , то система слоёв в общем случае неустойчива.

**Анализ численных результатов.** В исследуемой задаче представляет интерес, при каких компоновках материала и основания может произойти потеря устойчивости трехслойной среды под действием тектонических сил. Согласно критерию устойчивости Раусса-Гурвица [6] определители, составленные из коэффициентов уравнения (4)

$$\Delta_1 = \varepsilon_2, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon_2 & \varepsilon_3 \\ \varepsilon_0 & \varepsilon_1 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & 0 \\ \varepsilon_0 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{vmatrix}$$

должны быть больше нуля. Если хотя бы один из определителей отрицателен, то система слоев неустойчива. Поэтому по критерию Раусса-Гурвица может быть отделена зона устойчивого и неустойчивого состояний среды в зависимости от её физико-геометрических параметров.

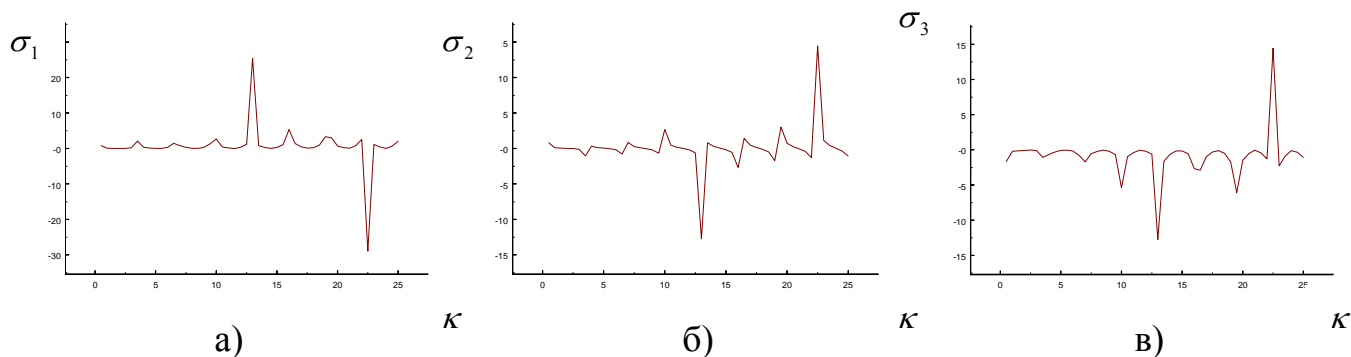
Во всех вариантах расчета мощности и плотности слоев выбраны  $h_1 = h_2 = 5000 \text{ м}$ ,  $\rho_1 = 2200 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_2 = \rho_3 = 2600 \text{ кг/м}^3$ . За характерное время зарождения диапиризма принято время  $t_0 = 30000$  лет [1].

Для чисто вязкой модели (ньютоновская жидкость), расчеты показали, что существует доминантная длина волны, на которой  $\sigma_1$  достигает максимума,  $\sigma_3$  - минимум, а  $\sigma_2$  - является точкой перегиба. Следовательно, на доминантной длине волны, скорость роста возмущений максимальна, что приводит к зарождению и формированию одиночных диапиров. Это согласуется с результатами работ [4-7].

Для двухслойной вязкой среды, покоящейся на пластичном весомом деформированном основании, и для пластичного слоя, находящегося в вязкой среде (когда вязкие параметры среды доминируют над пластическими), существует доминантная длина волны, на которой скорость роста возмущений максимальна. Реология слоев влияет как на численные значения скорости роста неустойчивости, так и на характер поведения второго корня  $\sigma_2$ .

Рисунок 1 (а, б, в) дает представление о характере поведения корней характеристического уравнения от волнового числа двухслойной пластичной среды,

покоящейся на вязком основании. Следует отметить разнообразие локальных максимумов и минимумов корней, которые формируют неоднородное зарождение диапиров по пространству и их разномасштабность.



Параметры модели:

$$\eta_1 = 5 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}, \eta_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}, \eta_3 = 10^{20} \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$\tau_{2S} = 5 \cdot 10^9 \text{ Па}, \tau_{1S} = 5 \cdot 10^8 \text{ Па}, \tau_{3S} = 5 \cdot 10^3.$$

**Рис. 1 (а, б, в) - Графики зависимостей корней характеристического уравнения от волнового числа для двухслойной пластической среды на вязком основании.**

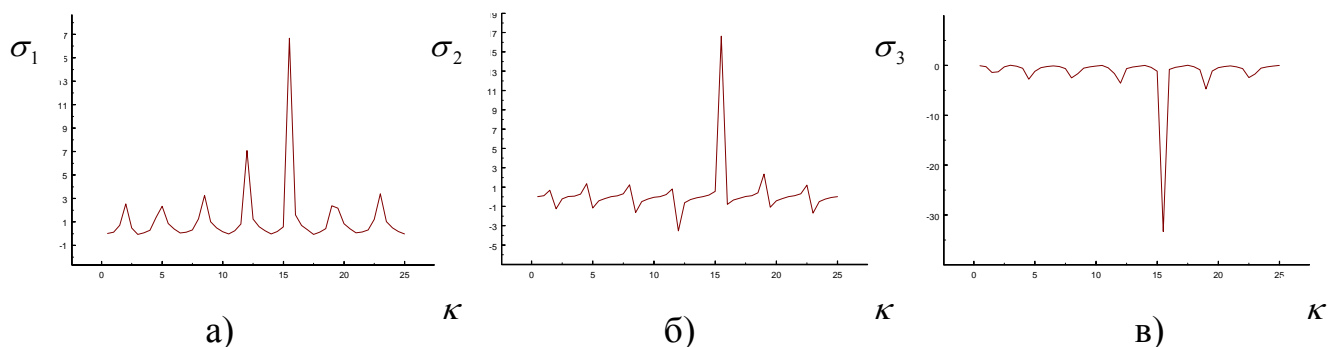
В цилиндрической системе координат была рассмотрена задача о гравитационной неустойчивости двухслойной круговой пластинки на деформируемом основании, подверженной действию горизонтальных тектонических сил. Реология слоёв представляет собой неньютоновскую вязкопластическую жидкость. Индексация слоев, выбор системы координат, условия затухания возмущений на бесконечности такие же, как и в плоской задаче.

Выполняя процедуру, аналогичную процедуре, приведенной выше для плоской задачи и работы [2], получим начально-краевую задачу для возмущений в изображениях Лапласа-Ганкеля. Записывая ее решение как и в [2] для каждого слоя, и подставляя в граничные условия получим систему линейных однородных уравнений относительно произвольных постоянных. Раскрыв определитель этой системы получим кубическое уравнение относительно  $\sigma$ , аналогичное (4).

Для осесимметричной модели значения мощностей, плотностей и их характерных масштабов выбраны такими же как и для плоской модели.

Как показали расчеты, чисто вязкая модель дает такое же распределение корней характеристического уравнения, как и для плоской чисто вязкой модели. Изменяются незначительно их численные значения.

Для пластического среднего слоя, погруженного в вязкую среду формируется одиночный купол на оси симметрии, или одиночный купол и вал правильной круговой формы. Это связано с тем, что вязкие эффекты преобладают над пластическими. Подобная картина наблюдается для двухслойной среды [2].



Параметры модели:

$$\eta_1 = 5 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}, \eta_2 = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}, \eta_3 = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$\tau_{2S} = \tau_{3S} = 5 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad \tau_{1S} = 5 \cdot 10^7 \text{ Па}.$$

Рис. 2 (а, б, в) - Графики зависимостей корней характеристического уравнения от волнового числа для чисто пластической среды.

На рисунке 2 (а, б, в) показана структура корней характеристического уравнения для чисто пластической среды. Формирование соляного купола и множества соляных валов – это следствие влияния подсолевого ложа на механизм зарождения и формирования диапиров. Подобные структуры встречаются в верхних горизонтах земной коры [5].

Таким образом, расчеты показывают, что подсолевое ложе и её реология оказывают существенное влияние на формирование соляных диапиров в верхних горизонтах земной коры.

Для трехслойной пространственной модели, как показали расчеты, образование «подсолевых пальцев» невозможно. Это нетрудно установить и теоретически, записав уравнение баланса энергии.

Подытоживая это исследование, можно утверждать, что неоднородное распределение диапиров по пространству и по их масштабам – результат действия тектонических сил и усложненной реологии. На неоднородное распределение диапиров и формирование их профилей оказывает существенное влияние подсолевое ложе.

## Литература

1. Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г. Гравитационная неустойчивость неньютоновской вязкопластической среды. Математический журнал. 2006, т.6. №4 (22), с.71-79.
2. Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г. Релей-Тейлоровская неустойчивость ползущих течений с осевой симметрией и усложненной реологией. Известие НАН РК, сер. физ.-мат. 2007 №1 (251), с.39-44.
3. Мартынов Н.И., Танирбергенов А.Г. Особенность начальной стадии диапиризма. ж. «Поиск», 2007. №1, с 269-273.
4. Ержанов Ж.С., Егоров А.К., Гарагаш И.А., Искакбаев А., Коксалов К. Теория складкообразования в земной коре.- М: Наука, 1975г.- 239с.

5. Ержанов Ж.С., Егоров А.К., Жантаев Ж.Ш. Устойчивость вязкопластического течения весомой слоистой среды // Известия АН КазССР, серия физико-математическая. - 1981. - №1. - С. 17-23.
6. Ержанов Ж.С., Егоров А.К. Устойчивость неоднородного деформирования нелинейных тел. – Алматы: Наука, 1987. – 279 с.
7. Исмаил-заде А.Г., Биргер Б.И. Гравитационная неустойчивость идеально пластического слоя, находящегося на слое вязкой жидкости: следствия для диапиризма // Физика Земли, - 2001. - №7. – С. 10-17.