

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МАШИНО-ТРАКТОРНЫЙ АГРЕГАТ

Бул макалада машина-трактор агрегатынын динамикалык системасындагы ылдамдык термелүүчү процесстердин жыштык мүнөздөмөлөрү келтирилген.

В данной статье приведены частотные характеристики скоростей колебательных процессов динамической системы машино-тракторного агрегата.

In given article frequency characteristics of speeds of oscillatory processes of dynamic system of the mashino-tractor unit are resulted.

Внешнее возмущение является одним из факторов, вызывающих колебательные процессы в узлах и агрегатах тракторного агрегата. Однако характер возникающих колебательных процессов в узлах и агрегатах трактора зависит не только от внешнего возмущения, но и от свойств динамической системы – трактора или тракторного агрегата в целом. Свойства динамической системы можно оценивать во временной или частотной областях. Свойства динамической системы достаточно полно оцениваются во временной области при помощи весовой функции, в частотной – амплитудно-фазочастотными характеристиками (АФЧХ).

Для определения частотных характеристик динамической системы или отдельных ее элементов необходимо исследовать дифференциальные уравнения движения системы.

Во время работы тракторный агрегат или трактор представляет собой сложную колебательную динамическую систему. Например, корпус трактора совершает вертикальное (вверх-вниз), продольно-угловое и поперечно-угловое колебания, т.е. в общем случае он имел бы шесть степеней свободы. Но на практике, поскольку имеются факторы, ограничивающие колебания, можно уменьшить число степеней свободы. Наряду с этим детали ходовой системы, трансмиссии, двигателя трактора находятся во вращательном движении. Основной причиной, приводящей их во вращательное движение, является момент, возникающий под действием силы тяги на крюке трактора.

Рассмотрим колебательные процессы, возникающие под действием силы тяги на крюке трактора. Под действием этой силы массы трактора и рабочей машины, агрегатированные с ним, совершают колебания в продольном направлении, детали, расположенные на валах двигателя и других систем трактора – крутильные колебания.

Для теоретических исследований колебательных процессов тракторного агрегата его заменяют эквивалентной динамической моделью и рассматривают как многомассовую систему (рис. 1). Количество масс эквивалентной динамической модели зависит от конструктивных особенностей тракторного агрегата и поставленных задачи исследований. Значения параметров элементов динамической модели устанавливаются в соответствии с конструкцией тракторного агрегата в целом, трактора и его деталей. Рассматриваемая динамическая модель тракторного агрегата состоит из следующих элементов:

- четырех маховых масс с моментами инерции J_1, J_2, J_3 и J_4 ;
- поступательно движущиеся массы M и m ;
- упругие связи между массами, коэффициенты жесткости и демпфирования которых обозначены буквами c и μ с соответствующими индексами.

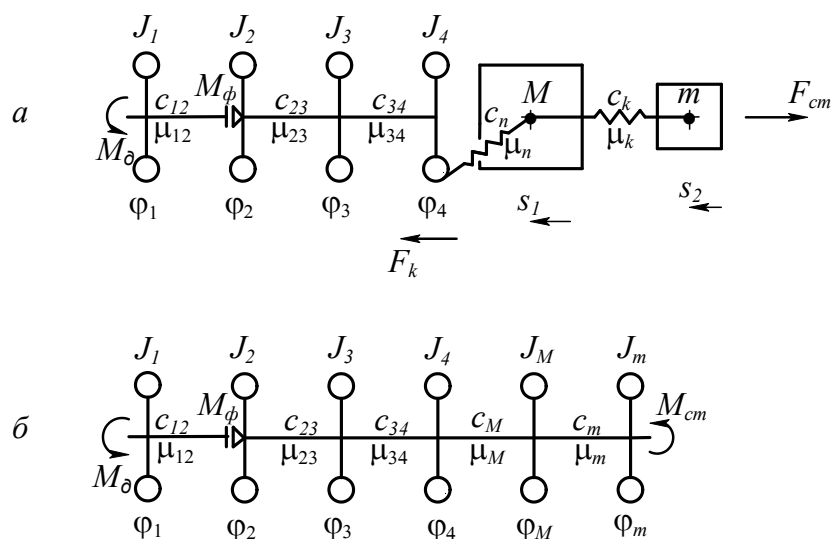


Рис. 1. Динамическая модель МТА

Маховая масса, момент инерции которой обозначен через J_1 , представляет собой приведенные к коленчатому валу движущие массы двигателя. J_2 – приведенный момент инерции ведомых масс главного сцепления; J_3 – приведенный момент инерции движущихся масс трансмиссии трактора; J_4 – приведенный момент инерции ведущих

колес. В составе последнего учтены движущие массы гусеничного движителя. Принято, что поступательно движущиеся массы трактора и агрегатируемой с ним рабочей машины обозначены соответственно через M и m . Через буквы M_δ и M_ϕ обозначены момент двигателя и момент трения муфты сцепления, F_c , F_k и F_T – соответственно суммарная сила сопротивления рабочей машины – внешнее воздействие трактору, касательная сила тяги и сила сопротивления качению трактора. Сила F_c равна сумме силы сопротивления передвижению рабочей машины и силы сопротивления обрабатываемой среде (почвы), действующей на рабочие органы. c_n и μ_n – коэффициенты упругости и демпфирования, учитывающие упругие свойства ведущих колес, гусениц и почвы. Через s_1 и s_2 обозначены пути, пройденные трактором и рабочей машиной соответственно, через ϕ_i – углы поворота масс, участвующих во вращательном движении.

Во время движения тракторного агрегата каждое динамическое звено обладает несколькими степенями свободы. Поэтому имеют место вертикальные и угловые перемещения масс, движущихся поступательно. В крутильной динамической системе, приведенной к ведущим колесам трактора, указанные перемещения масс учитываются вращательными движениями эквивалентных им масс J_M и J_m (рис.1, б). В новой системе упругие параметры между этими массами обозначены буквами c_M , μ_M , c_m , μ_m . При этом

$$J_M = M r_k^2, J_m = m r_k^2, c_M = c_n r_k^2, \mu_M = \mu_n r_k^2, \mu_m = \mu_n r_k^2 \text{ и } M_{cm} = F_{cm} r_k$$

(r_k – динамический радиус ведущего колеса).

Движение динамической системы рассмотрим в инерционной системе координат. Допустим, что в статически равновесном состоянии системы центрированное значение внешнего возмущения F_c равно нулю. При изменении внешнего возмущения нарушается статически равновесное состояние системы. В результате этого масса трактора M переместится на величину обобщенной координаты x , а масса m рабочей машины – на x_k , а массы динамической системы, находящиеся во вращательном движении, поворачиваются на соответствующие углы ϕ относительно статически равновесных положений. Изменение внешнего возмущения F_c зависит от жесткости почвы, растительного покрова и состояния его корневой системы, состояния и вида рабочих органов рабочей машины и других факторов и носит случайный характер. Характер изменения момента двигателя M_δ зависит от внешнего возмущения и динамических свойств системы. Наряду с этим его колебания около статистического среднего значения $M[M_\delta]$ происходят в соответствии с регуляторной характеристикой двигателя (рис. 2). Зависимость момента M_δ двигателя от угловой скорости вращения ω_δ коленчатого вала в

регуляторной ветви внешней характеристики можно описать уравнением прямой, проходящей через две точки $(\omega_x; 0)$ и $(\omega_n; M_n)$:

$$\begin{vmatrix} \omega_n - \omega_x & M_n - 0 \\ \omega_\partial - \omega_x & M_\partial - 0 \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

где ω_n и ω_x – угловые скорости вращения коленчатого вала при номинальном режиме работы и холостом ходе двигателя соответственно; M_n – номинальный момент двигателя. Из этого уравнения следует:

$$M_\partial = B_{\partial I} \omega_x - B_{\partial I} \dot{\phi}_\partial, \quad (2)$$

где $B_{\partial I} = \frac{I_\partial}{B} = const$; I_∂ – момент инерции движущихся масс двигателя, приведенный к коленчатому валу; $B = I_\partial \cdot \frac{\omega_x - \omega_n}{M_x} = const$; $\dot{\phi}_\partial = \omega_\partial$.

Из уравнения (2) видно, что момент двигателя состоит из двух составляющих, одна из которых, равная $B_{\partial I} \omega_x$ – постоянная величина, вторая – переменная величина, характер которой зависит от изменений угловой скорости $\dot{\phi}_\partial = \omega_\partial$ вала двигателя, вызываемых под влиянием внешнего воздействия.

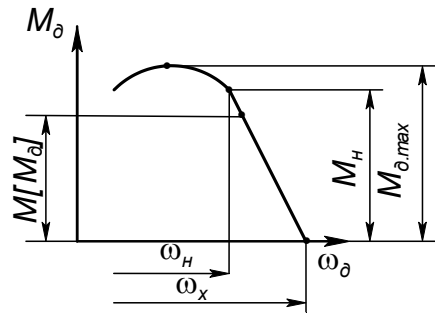


Рис. 2. Зависимость момента от угловой скорости вращения вала двигателя

Для составления математической модели динамической системы воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_k} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_k}, \quad (3)$$

где $k = 1, 2, \dots, n$ – число степеней свободы динамической системы; T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; Φ – функция Рэлея; q_k – k -я обобщенная координата.

Исследуемая нами система имеет шесть степеней свободы. Поэтому ее место в пространстве определяется шестью обобщенными координатами, а именно $q_1=x_k$, $q_2=x$, $q_3=\varphi_1$, $q_4=\varphi_2$, $q_5=\varphi_3$ и $q_6=\varphi_4$. Рассмотрим малые колебания масс системы около статически равновесного состояния. Тогда величины, определяющие составляющие уравнений Лагранжа, представятся в виде:

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{1}{2} [M\dot{x}^2 + m\dot{x}_k^2 + I_4\dot{\varphi}_4^2 + I_3\dot{\varphi}_3^2 + I_2\dot{\varphi}_2^2 + I_1\dot{\varphi}_1^2]; \\ \Pi &= -F_c x_k + \frac{1}{2} [c_k(x_k - x)^2 + c_n(x - r_k \varphi_4)^2 + c_{34}(\varphi_4 - \varphi_3)^2 + \\ &\quad + c_{23}(\varphi_3 - \varphi_2)^2 + c_{12}(\varphi_2 - \varphi_1)^2] - B_{\partial_1} \dot{\varphi}_1 \varphi_1; \\ \Phi &= \frac{1}{2} [\mu_n(\dot{x} - r_k \dot{\varphi}_4)^2 + \mu_k(\dot{x}_k - \dot{x})^2 + \mu_{34}(\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_3)^2 + \\ &\quad + \mu_{23}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2)^2 + \mu_{12}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2]. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Все три уравнения системы выражены через квадраты обобщенных координат и обобщенных скоростей. При составлении системы уравнений было принято $B_{\partial} = B_{\partial_1} \cdot i_{mp}^2$ и учтено, что силы, которые действуют на поступательно движущиеся массы M и m , передаются на вращающиеся массы в виде моментов.

Продифференцируем уравнения (4):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_k} \right) = m\ddot{x}_k; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = M\ddot{x}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_4} \right) = I_4\ddot{\varphi}_4;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) = I_3\ddot{\varphi}_3; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) = I_2\ddot{\varphi}_2; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) = I_1\ddot{\varphi}_1;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_k} = -F_c + c_k(x_k - x); \quad \frac{\partial \Pi}{\partial x} = -c_k x_k + (c_k + c_n)x - c_n r_k \varphi_4;$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_4} = -c_n r_k x + (c_n r_k^2 + c_{34})\varphi_4 - c_{34}\varphi_3; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_k} = \mu_k(\dot{x}_k - \dot{x});$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}} = (\mu_n + \mu_k) \dot{x} - \mu_n r_k \dot{\varphi}_4 - \mu_k \dot{x}_k;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_4} = -\mu_n r_k \dot{x} + (\mu_n r_k^2 + \mu_{34}) \dot{\varphi}_4 - \mu_{34} \dot{\varphi}_3;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_3} = -\mu_{34} \dot{\varphi}_4 + (\mu_{34} + \mu_{23}) \dot{\varphi}_3 - \mu_{23} \dot{\varphi}_2;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_2} = -\mu_{23} \dot{\varphi}_3 + (\mu_{12} + \mu_{23}) \dot{\varphi}_2 - \mu_{12} \dot{\varphi}_1; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}_1} = -\mu_{12} \dot{\varphi}_2 + \mu_{12} \dot{\varphi}_1.$$

Подставляя значения производных в уравнения (3), получим уравнения Лагранжа в виде системы неоднородных дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} m \ddot{x}_k + \mu_k \dot{x}_k + c_k x_k - \mu_k \dot{x} - c_k x &= -F_c; \\ I_4 \ddot{\varphi}_4 + (\mu_{34} + r_k^2 \mu_n) \dot{\varphi}_4 + (c_{34} + r_k^2 c_n) \varphi_4 - \mu_{34} \dot{\varphi}_3 - c_{34} \varphi_3 - \\ &- \mu_n r_k \dot{x} - c_n r_k x = 0; \\ M \ddot{x} + (\mu_n + \mu_k) \dot{x} + (c_n + c_k) x - \mu_n r_k \dot{\varphi}_4 - c_n r_k \varphi_4 - \\ &- \mu_k \dot{x}_k - c_k x_k = 0; \\ I_3 \ddot{\varphi}_3 + (\mu_{23} + \mu_{34}) \dot{\varphi}_3 + (c_{23} + c_{34}) \varphi_3 - \mu_{23} \dot{\varphi}_2 - c_{23} \varphi_2 - \\ &(6) \\ &- \mu_{34} \dot{\varphi}_4 - c_{34} \varphi_4 = 0; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + (\mu_{12} + \mu_{23}) \dot{\varphi}_2 + (c_{12} + c_{23}) \varphi_2 - \mu_{23} \dot{\varphi}_3 - c_{23} \varphi_3 - \\ &- \mu_{12} \dot{\varphi}_1 - c_{12} \varphi_1 = 0; \\ I_1 \ddot{\varphi}_1 + (\mu_{12} - B_{\partial 1}) \dot{\varphi}_1 + c_{12} \varphi_1 - \mu \dot{\varphi}_2 - c_{12} \varphi_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Разделим первое уравнение системы (3.6) на m , второе – на M , третье – на I_4 и т.д., то получим:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_k + A_{11} \dot{x}_k + A_{10} x_k - A_{11} \dot{x} - A_{10} x &= -\frac{1}{m} F_c; \\ \ddot{x} + B_{21} \dot{x} + B_{20} x - A_{21} \dot{x}_k - A_{20} x_k - c_{21} \dot{\varphi}_4 - c_{20} \varphi_4 &= 0; \\ \ddot{\varphi}_4 + D_{31} \dot{\varphi}_4 + D_{30} \varphi_4 - B_{31} \dot{x} - B_{30} x - c_{31} \dot{\varphi}_3 - c_{30} \varphi_3 &= 0; \end{aligned} \right\}$$

$$\ddot{\varphi}_3 + C_{41}\dot{\varphi}_3 + C_{40}\varphi_3 - D_{41}\dot{\varphi}_4 - D_{40}\varphi_4 - K_{41}\dot{\varphi}_2 - K_{40}\varphi_2 = 0; \quad (7)$$

$$\ddot{\varphi}_2 + L_{51}\dot{\varphi}_2 + L_{50}\varphi_2 - N_{51}\dot{\varphi}_3 - N_{50}\varphi_3 - R_{51}\dot{\varphi}_1 - R_{50}\varphi_1 = 0;$$

$$\ddot{\varphi}_1 + Q_{51}\dot{\varphi}_1 + Q_{50}\varphi_1 - P_{51}\dot{\varphi}_2 - P_{50}\varphi_2 = 0,$$

$$\text{где } A_{10} = \frac{c_{\kappa}}{m}; \quad A_{11} = \frac{\mu_{\kappa}}{m}; \quad B_{20} = \frac{c_n + c_{\kappa}}{M}; \quad B_{21} = \frac{\mu_n + \mu_{\kappa}}{M}; \quad A_{20} = \frac{c_{\kappa}}{M};$$

$$A_{21} = \frac{\mu_{\kappa}}{M}; \quad C_{20} = \frac{c_n r_{\kappa}}{M}; \quad C_{21} = \frac{\mu_n r_{\kappa}}{M}; \quad D_{30} = \frac{c_{34} + r_{\kappa}^2 c_n}{I_4}; \quad D_{31} = \frac{\mu_{34} + r_{\kappa}^2 \mu_n}{I_4};$$

$$B_{30} = \frac{c_n r_{\kappa}}{I_4}; \quad B_{31} = \frac{\mu_n r_{\kappa}}{I_4}; \quad C_{30} = \frac{c_{34}}{I_4}; \quad C_{31} = \frac{\mu_{34}}{I_4};$$

$$C_{40} = \frac{c_{23} + c_{34}}{I_3}; \quad C_{41} = \frac{\mu_{23} + \mu_{34}}{I_3}; \quad D_{40} = \frac{c_{34}}{I_3}; \quad D_{41} = \frac{\mu_{34}}{I_3}; \quad K_{40} = \frac{c_{23}}{I_3};$$

$$K_{41} = \frac{\mu_{23}}{I_3}; \quad L = \frac{c_{12} + c_{23}}{I_2}; \quad L_{51} = \frac{\mu_{12} + \mu_{23}}{I_2}; \quad N_{50} = \frac{c_{23}}{I_2}; \quad N_{51} = \frac{\mu_{23}}{I_2}; \quad R_{50} = \frac{c_{12}}{I_2};$$

$$R_{51} = \frac{\mu_{12}}{I_2}; \quad Q_{50} = \frac{c_{12}}{I_1}; \quad Q_{51} = \frac{\mu_{12} - B_0}{I_1}; \quad P_{50} = \frac{c_{12}}{I_1}; \quad P_{51} = \frac{\mu_{12}}{I_1}.$$

В этих выражениях коэффициенты $A_{10}, A_{20}, B_{20}, C_{30}, C_{40}, D_{30}, K_{40}, L_{50}, N_{50}, R_{50}, Q_{50}, P_{50}$ имеют размерность c^{-2} , $A_{11}, A_{21}, B_{21}, C_{31}, C_{41}, D_{31}, D_{41}, K_{41}, L_{51}, N_{51}, R_{51}, Q_{51}, P_{51}$ – размерность c^{-1} , $B_{30} - m^{-1}c^{-2}$, $B_{31} - m^{-1}c^{-1}$, $C_{20} - mc^{-2}$, C_{21} – размерность mc^{-1} .

Из системы дифференциальных уравнений (7) видно, что колебания масс динамической системы находятся во взаимозависимости друг от друга. Например, из первого уравнения можно видеть, что колебания масс рабочей машины и трактора возбуждаются под непосредственным воздействием внешнего возмущения F_c и при этом имеет место связь между последним и скоростями и ускорениями колебаний масс. Другие массы системы совершают угловые колебания. Колебания близко расположенных друг к другу масс тесно связаны между собой.

Список литературы

1. Нуржауов А., Мустафин В., Токтаганов Т. Методика испытаний фрикционных сцеплений трактора на функциональную пригодность и ресурс // Наука и новая технология в развитии Павлодар-Экибастузского региона: Мат. обл. научн.-техн. конф. – Ч.2. – Алматы, 1993. – С. 44–45.
2. Нуржауов А.Н. Исследование влияния колебаний тягового сопротивления на динамику машинно-тракторного агрегата с упругой связью в сцепке // Вопросы прикладной математики и механики, вып. 3. – Алма –Ата: КазГУ, 1976. – С. 50–60.
3. Нуржауов А.Н. Исследование влияния сцепки на работу трения муфты сцепления при разгоне тракторного агрегата. – Павлодар: Областное правление НТО Машпром, 1973.
4. Нуржауов А.Н. Исследование влияния сцепных устройств на работу трения муфты сцепления при разгоне тракторного агрегата // Межвузовский сборник научных трудов. Вып. 1. – М.: МАМИ, 1976. – С. 76–81.
5. Нуржауов А.Н. Исследование нагруженности трансмиссии промышленного трактора ДТ-75МП: Отчет по НИР // Гос. регистр. № 81084399, инв. № 02.83.00575514. – Павлодар, 1981. УДК 631.331.