УДК 531.3 (575.2) (04)

ДЕФОРМАЦИИ ПЛАСТИНЫ, ЗАЩЕМЛЕННОЙ ПО ДВУМ ПРОТИВОПОЛОЖНЫМ СТОРОНАМ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОПЕРЕЧНОМ УДАРЕ

В.Э. Еремьянц, Л.Т. Панова, А.А. Асанова

С использованием метода разложения колебаний пластины по собственным формам и частотам выведены расчетные зависимости для определения деформаций и напряжений на поверхности пластины при центральном поперечном ударе.

Ключевые слова: удар; пластина; деформация.

Настоящая работа является продолжением исследований, начатых авторами в работах [1–3], целью которых являлось обоснование рациональных параметров виброударных машин для очистки внутренних поверхностей трубопроводов, различных емкостей и пластин. Для этого необходимо знать взаимосвязь деформаций и напряжений на поверхности пластины с параметрами её ударного нагружения. В настоящей работе решалась задача вывода расчетных зависимостей, позволяющих установить эту взаимосвязь. Работа выполнялась при финансовой поддержке МО и Н КР, грант КР-04.

Для решения задачи использовался метод разложения колебаний пластины, возникающих при ударе, по собственным формам и частотам. При этом прогиб пластины в точке с координатами x, y описывался функцией [1]:

$$w(x,y,t) = \\ = \frac{1}{m_0}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{W_{ij}(x,y)W_{ij}(x_0,y_0)}{\omega_{ij}\iint\limits_S W_{ij}^2(x,y)dxdy}\int_0^t P(\theta)\sin\omega_{ij}(t-\theta)d\theta, \quad (1)$$

где $W_{ij}(x, y)$, ω_{ij} – соответственно собственные формы и частоты колебаний пластины; $P(\theta)$ – зависимость внешней силы, действующей на пластину, от времени; t – текущее время; x_0, y_0 – координаты точки приложения силы; m_0 – масса квадратного метра пластины, $m_0 = \rho\delta$, ρ – плотность материала пластины, δ – толщина пластины; S – площадь поверхности пластины.

При виброударной очистке поверхностей энергия удара передается от машины к обрабатываемой поверхности, в частности к пластине, через инструмент, представляющий собой упругий стержень, опирающийся на пластину. В работе [2] найдено, что при ударе по упругому стержню с площадью поперечного сечения F жестким бойком массой m с податливой сферической ударной поверхностью зависимость усилий, действующих в контакте инструмента с пластиной, от времени описывается функцией:

$$P(\theta) = \\ = -B_0\exp(-ha\theta)\left[(g/\lambda)\sin(\lambda a\theta) - \cos(\lambda a\theta) + \exp(-ga\theta)\right], \quad (2)$$

где

$$B_0 = \frac{2bc_1V_0}{a(g^2+\lambda^2)},\ b = \frac{c_2}{EF},\ \beta = \frac{c_2}{8a\sqrt{Dm_0}},$$

$$s = b+\beta,\ \ g = s-h,\ \lambda^2 = k^2 - h^2,$$

$k^2 = \dfrac{c_1}{ma^2}$, $h = \dfrac{c_1}{2EF}$, a – скорость распространения продольной волны в стержне; c_1, c_2 – приведенные коэффициенты жесткости контакта бойка со стержнем и стержня с пластиной, определяемые по линеаризованной В.Л. Бидерманом зависимости Герца для контакта сферы с плоскостью [4].

Собственные формы и частоты колебаний прямоугольной пластины постоянной толщины, защемленной по двум противоположным сторонам, исследовались в работе [3]. Там же дана оценка влияния граничных условий на двух других сторонах пластины на её собственные формы и частоты. При этом за начало координат x, y принимался центр пластины (рис. 1) и далее с использованием асимптотического метода находились формы колебаний. Эти формы с точностью до постоянного множителя описываются функцией:

$$\begin{aligned}&W_{ij}(x,y)=\cos(\gamma_{1j}x)\cos(\gamma_{2i}y)+\\&+\exp\left[-\alpha_{1ij}(0{,}5a_1\pm x)\right]\cos(0{,}5\gamma_{1j}a_1)\cos(\gamma_{2i}y)+\\&+\Theta_{ij}\exp\left[-\alpha_{2ij}(0{,}5a_2\pm y)\right]\cos(0{,}5\gamma_{2i}a_2)\cos(\gamma_{1j}x);\\&i=1,2,3...;\ j=1,2,3....,\end{aligned}\tag{3}$$

где a_1, a_2 – размеры сторон пластины по осям x и y; $\gamma_1=\pi/\Lambda_x, \gamma_2=\pi/\Lambda_y$, Λ_x, Λ_y – длины полуволн вдоль соответствующих осей; знак минус в экспоненциальных функциях соответствует положительным направлениям осей x, y, а знак плюс – отрицательным.

$$\begin{aligned}&\Theta_{ij}=\frac{\nu_{ij}^2+\mu}{\nu_{ij}^2+2-\mu},\ \nu_{ij}=\frac{\gamma_{2i}}{\gamma_{1j}},\\&\alpha_{1ij}=\sqrt{\gamma_{2i}^2+\alpha_{ij}^2},\ \alpha_{2ij}=\sqrt{\gamma_{1j}^2+\alpha_{ij}^2},\\&\alpha_{ij}^2=\gamma_{1j}^2+\gamma_{2i}^2,\ \omega_{ij}=\alpha_{ij}^2\sqrt{m_0/D}.\end{aligned}\tag{4}$$

Частотные уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned}&tg\left(0{,}5\gamma_{1j}a_1\right)=-\sqrt{1+2\nu_{ij}^2},\\&tg\left(0{,}5\gamma_{2i}a_2\right)=-\Theta_{ij}^2\sqrt{1+(2/\nu_{ij}^2)}.\end{aligned}\tag{5}$$

В работе [3] во втором уравнении (5) был опущен знак минус.

Дальнейшее решение частотных уравнений отличается от решения, изложенного в [3].

Для определения диапазонов возможных значений γ_{1j} и γ_{2i} выразим из первого частотного уравнения (5) параметр ν_{ij}:

$$\nu_{ij}=\sqrt{0{,}5\left(tg^2(0{,}5a_1\gamma_{1j})-1\right)}.\tag{6}$$

Из этого выражения видно, что для того чтобы коэффициент ν_{ij}, а следовательно, и параметры γ_{1j} и γ_{2i} были действительными числами, необходимо выполнение условия $tg^2(0{,}5a_1\gamma_{1j})>1$, которое распадается на два условия:

$$tg(0{,}5a_1\gamma_{1j})>1,\quad tg(0{,}5a_1\gamma_{1j})<-1.$$

Первому частотному уравнению (5) соответствует второе условие, которое выполняется в диапазонах изменения углов:

$$\frac{(2j-1)\pi}{2}<0{,}5\gamma_{1j}a_1<\frac{(4j-1)\pi}{4}\text{ или}$$

$$\frac{(2j-1)\pi}{a_1}<\gamma_{1j}<\frac{(4j-1)\pi}{2a_1}.\ j=1,2,3,\ldots\tag{7}$$

Эти диапазоны показаны на рис. 2а заштрихованными областями.

Для того чтобы удовлетворялось второе частотное уравнение (5) тангенс угла должен быть отрицательным, что соответствует изменению углов в диапазонах:

$$\frac{(2i-1)\pi}{2}<0{,}5\gamma_{2i}a_2<\pi i\text{ или}$$

$$\frac{(2i-1)\pi}{a_2}<\gamma_{2i}<\frac{2i\pi}{a_2},\ \text{i}=1,2,3,\ldots\tag{8}$$

Эти диапазоны показаны на рис. 2б заштрихованными областями.

Дальнейший порядок нахождения параметров γ_{1j} и γ_{2i} следующий.

Определим главные значения γ_{11} и γ_{21}, соответствующие низшей частоте колебаний. Для этого введем коэффициент формы пластины, равный отношению её сторон $k=a_2/a_1$ и запишем второе частотное уравнение (5) в виде:

$$0{,}5\gamma_{21}a_2=arctg\left(-\Theta_{11}^2\sqrt{1+(2/\nu_{11}^2)}\right).$$

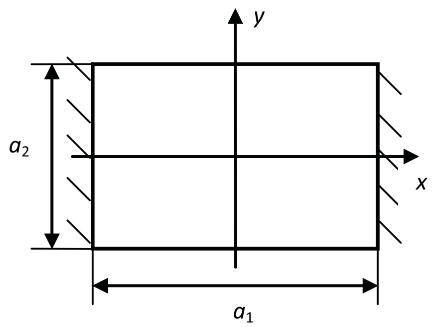

Рис. 1.

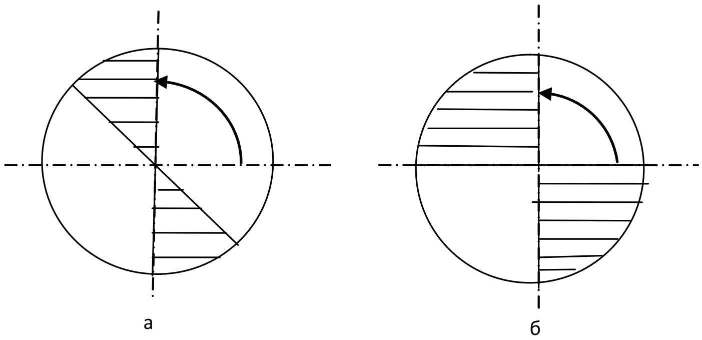

Рис. 2.

Деля все члены этого уравнения на $0{,}5a_1\gamma_{11}$, и учитывая, что $\gamma_{21} = \gamma_{11}\cdot\nu_{11}$, получим:

$$k = \frac{2arctg\left(-\Theta_{11}^2\sqrt{1+(2/\nu_{11}^2)}\right)}{\nu_{11}\gamma_{11}a_1}. \quad (9)$$

Задаваясь значениями γ_{11}, вычисляя по формуле (6) ν_{11}, можно подобрать значения γ_{11}, ν_{11}, а затем и γ_{21}, удовлетворяющие заданному отношению сторон пластины (9). Необходимо отметить, что при определении арктангенсов углов следует учитывать их наименьшие положительные значения из областей, указанных на рис. 2.

Например, если пластина квадратная и коэффициент Пуассона для её материала равен 0,3, то $k = 1$ и условие (9) выполняется, если

$$\gamma_{11} = \frac{1{,}280157\pi}{a_1}, \quad \gamma_{21} = \frac{1{,}695982\pi}{a_1}.$$

Учитывая, что функция $tg(0{,}5\gamma_{11}a_1)$ – периодическая с периодом π, для последующих частот можно записать:

$0{,}5\gamma_{1j}a_1 = 0{,}64008\pi + (j-1)\pi$ или

$$\gamma_{1j} = \frac{2\pi}{a_1}(j - 0{,}35992). \quad (10)$$

Аналогично получим:

$0{,}5\gamma_{2i}a_1 = 0{,}84799\pi + (i-1)\pi$ или

$$\gamma_{2i} = \frac{2\pi}{a_1}(i - 0{,}15201). \quad (11)$$

Определив γ_{1j} и γ_{2i} можно по формулам (4) найти значения α_{ij}^2, собственные частоты колебаний пластины ω_{ij} и коэффициенты показателей степеней α_{1ij}, α_{2ij}. При этом формула для определения собственных частот имеет вид:

$$\omega_{ij} = \frac{4\pi^2}{a_1^2}\left[(j-0{,}35992)^2 + (i-0{,}15201)^2\right]\sqrt{\frac{D}{m_0}}, \quad (12)$$

где D − цилиндрическая жесткость пластины.

Из формулы (12) следует, что при достаточно больших значениях i и j, т.е. при высокочастотных колебаниях, можно принять

$$\omega_{ij} = \frac{4\pi^2}{a_1^2}\left(j^2 + i^2\right)\sqrt{\frac{D}{m_0}}. \quad (13)$$

В случае, когда количество полуволн вдоль осей x и y одинаково и $i = j$, то с погрешностью, не превышающей 0,3%, собственные частоты могут быть найдены по более простой по сравнению с (12) формуле:

$$\omega_j = \frac{8\pi^2}{a_1^2}\left(j - \frac{1}{4}\right)^2\sqrt{\frac{D}{m_0}}. \quad (14)$$

Интересно отметить, что в работе [4] для квадратной пластины, защемленной по всем четырем сторонам, при равенстве полуволн вдоль осей x и y получено:

$$\omega_j = \frac{8\pi^2}{a_1^2}\left(j - \frac{1}{3}\right)^2\sqrt{\frac{D}{m_0}}. \quad (15)$$

Сравнение формул (14) и (15) показывает, что при двух защемленных противоположных сторонах пластины граничные условия на двух других её сторонах не существенно влияют на высшие частоты и формы колебаний, которые как раз и присущи ударным процессам.

При центральном ударе в формуле (1) $x_0 = y_0 = 0$, $W(x_0, y_0) = W_0$, где W_0 − постоянная величина, определяемая в общем случае по формуле:

$W_0 = 1 + \exp(-0{,}5\alpha_{1ij}a_1)\cos(0{,}5\gamma_{1j}a_1) +$

$\Theta_{ij}\exp(-0{,}5\alpha_{2ij}a_2)\cos(0{,}5\gamma_{2i}a_2)$

Для упрощения дальнейших выкладок введем в формуле (1) следующие обозначения

$$J_{ij} = \int_{-a_1}^{a_1}\int_{-a_1}^{a_1} W_{ij}^2\,dxdy, \; I_{ij} = \int_0^t P(\theta)\sin\omega_{ij}(t-\theta)\,d\theta$$

и перепишем её в виде:

$$w(x,y,t) = \frac{1}{m_0}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{W_{ij}(x,y)W_0}{J_{ij}\omega_{ij}}I_{ij}. \quad (16)$$

Рассмотрим двойной интеграл J_{ij}, входящий в знаменатель функции (16). По-прежнему будем считать, что пластина квадратная с длиной стороны a_1. Амплитудная функция (3) состоит из трех слагаемых. Запишем её в виде

$$W_{ij}(x,y) = A + B + C, \quad (17)$$

где

$A = \cos(\gamma_{1j}x)\cos(\gamma_{2i}y)$,

$B = \exp\left[-\alpha_{1ij}(0{,}5a_1 \pm x)\right]\cos(0{,}5\gamma_{1j}a_1)\cos(\gamma_{2i}y)$,

$C = \Theta_{ij}\exp\left[-\alpha_{2ij}(0{,}5a_1 \pm y)\right]\cos(0{,}5\gamma_{2i}a_1)\cos(\gamma_{1j}x)$.

Подставляя (17) в подынтегральное выражение функции J_{ij}, получим:

$$\int_{-0{,}5a_1}^{0{,}5a_1}\int_{-0{,}5a_1}^{0{,}5a_1} W_{ij}^2(x,y)\,dxdy =$$

$$= \int_{-0{,}5a_1}^{0{,}5a_1}\int_{-0{,}5a_1}^{0{,}5a_1}\left(A^2 + B^2 + C^2 + 2AB + 2AC + 2BC\right)dxdy.$$

Вычислим отдельно каждый из интегралов подынтегральной суммы:

$$J_{1ij} = \int_{-0,5a_1}^{0,5a_1}\int_{-0,5a_1}^{0,5a_1} A^2 dxdy =$$

$$= \frac{1}{4}\left(a_1 + \frac{1}{\gamma_{1j}}\sin\gamma_{1j}a_1\right)\left(a_1 + \frac{1}{\gamma_{2i}}\sin\gamma_{2i}a_1\right),$$

$$J_{2ij} = \int_{-0,5a_1}^{0,5a_1}\int_{-0,5a_1}^{0,5a_1} B^2 dxdy =$$

$$= \frac{C_{1j}^2}{4\alpha_{1ij}}\left(a_1 + \frac{1}{\gamma_{2i}}\sin\gamma_{2i}a_1\right)\left[1 - \exp(-\alpha_{1ij}a_1)\right],$$

$$J_{3ij} = \int_{-0,5a_1}^{0,5a_1}\int_{-0,5a_1}^{0,5a_1} C^2 dxdy =$$

$$= \frac{C_{2ij}^2}{4\alpha_{2ij}}\left(a_1 + \frac{1}{\gamma_{1j}}\sin\gamma_{1j}a_1\right)\left[1 - \exp(-\alpha_{2ij}a_1)\right],$$

$$J_{4ij} = \int_{-0,5a_1}^{0,5a_1}\int_{-0,5a_1}^{0,5a_1} 2ABdxdy =$$

$$= \frac{C_{1j}}{\alpha_{1ij}^2 + \gamma_{1j}^2}\left(a_1 + \frac{1}{\gamma_{2i}}\sin\gamma_{2i}a_1\right)\left[-\alpha_{1ij}\exp(-0,5\alpha_{1ij}a_1)\right],$$

$$J_{5ij} = \int_{-0,5a_1}^{0,5a_1}\int_{-0,5a_1}^{0,5a_1} 2ACdxdy = \frac{C_{2ij}}{\alpha_{2ij}^2 + \gamma_{2i}^2}\left(a_1 + \frac{1}{\gamma_{1j}}\sin\gamma_{1j}a_1\right)\times$$
$$\times\left[\alpha_{2ij}\cos(0,5\gamma_{2i}a_1) + \gamma_{2i}\sin(0,5\gamma_{2i}a_1) - \alpha_{2ij}\exp(-0,5\alpha_{2ij}a_1)\right],$$

$$J_{6ij} = \int_{-0,5a_1}^{0,5a_1}\int_{-0,5a_1}^{0,5a_1} 2BCdxdy = \frac{C_{1j}C_{2ij}}{(\alpha_{1ij}^2 + \gamma_{1j}^2)(\alpha_{2ij}^2 + \gamma_{2i}^2)}\times$$
$$\times\left[\alpha_{1ij}\cos(0,5\gamma_{1j}a_1) + \gamma_{1j}\sin(0,5\gamma_{1j}a_1) - \alpha_{1ij}\exp(-0,5\alpha_{1ij}a_1)\right] +$$
$$+\left[\alpha_{2ij}\cos(0,5\gamma_{2i}a_1) + \gamma_{2i}\sin(0,5\gamma_{2i}a_1) - \alpha_{2ij}\exp(-0,5\alpha_{2ij}a_1)\right].$$

Здесь в общем случае

$C_{1ij} = -\cos(0,5\gamma_{1j}a_1)$, $C_{2ij} = \Theta_{ij}\cos(0,5\gamma_{2i}a_2)$.

Общий интеграл определится как

$$J_{ij} = \int_{-0,5a_1}^{0,5a_1}\int_{-0,5a_1}^{0,5a_1} W_{ij}^2 dxdy = J_{1ij} + J_{2ij} + J_{3ij} + J_{4ij} + J_{5ij} + J_{6ij}. \quad (18)$$

Если длительность действия удара на пластину равна τ, то величина I_{jj} определяется по формулам [1]:
во время удара $0 < t < \tau$

$$I_{ij} = \frac{B_0}{a}\left[\exp(-hat)\left(D_{1ij}\sin(\lambda at) + D_{2ij}\cos(\lambda at) + \frac{2\bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2}\exp(-gat)\right) - \right.$$
$$\left. -\left(D_{3ij} - \frac{2s}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2}\right)\sin(\omega_{ij}t) - \left(D_{2ij} + \frac{2\bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2}\right)\cos(\omega_{ij}t)\right], \quad (19)$$

после окончания удара $t > \tau$

$$I_{ij} =$$
$$= \frac{B_0}{a}\left\{\exp(-ha\tau)\left[\left(D_{1ij}\sin(\lambda a\tau) + D_{2ij}\cos(\lambda a\tau) + \frac{2\bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2}\exp(-ga\tau)\right)\times\right.\right.$$
$$\times\cos[\omega_{ij}(t-\tau)] +$$
$$\left. +\left(D_{2ij}\sin(\lambda a\tau) - D_{1ij}\cos(\lambda a\tau) - \frac{2s}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2}\exp(-ga\tau)\right)\sin[\omega_{ij}(t-\tau)]\right] - \quad (20)$$
$$\left. -\left(D_{3ij} - \frac{2s}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2}\right)\sin(\omega_{ij}t) - \left(D_{2ij} + \frac{2\bar{\omega}_{ij}}{s^2 + \bar{\omega}_{ij}^2}\right)\cos(\omega_{ij}t)\right\},$$

где

$$D_{1ij} = \frac{\lambda h - g(\lambda - \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{3ij}} - \frac{\lambda h - g(\lambda + \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{4ij}},$$

$$D_{2ij} = \frac{gh + \lambda(\lambda - \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{3ij}} - \frac{gh + \lambda(\lambda + \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{4ij}},$$

$$D_{3ij} = \frac{\lambda h - g(\lambda - \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{3ij}} + \frac{\lambda h - g(\lambda + \bar{\omega}_{ij})}{2\lambda H_{4ij}},$$

$\bar{\omega}_{ij} = \omega_{ij}/a$, $H_{3ij} = h^2 + (\lambda - \bar{\omega}_{ij})^2$, $H_{4ij} = h^2 + (\lambda + \bar{\omega}_{ij})^2$.

Определив прогиб пластины (16), можно найти деформации и напряжения на её поверхности в точке с координатами x и y

$$\varepsilon_x = -z\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} = -\frac{z}{m_0}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\partial^2 W_{ij}(x,y)}{\partial x^2}\cdot\frac{W_0 I_{ij}}{\omega_{ij}J_{ij}}, \quad (21)$$

$$\varepsilon_y = -z\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} = -\frac{z}{m_0}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{\partial^2 W_{ij}(x,y)}{\partial y^2}\cdot\frac{W_0 I_{ij}}{\omega_{ij}J_{ij}}, \quad (22)$$

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y\right),$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}\left(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x\right), \quad (23)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{Ez}{1+\mu}\cdot\frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x\partial y},$$

где E − модуль упругости материала пластины. Для поверхности пластины $z = \pm\,\delta/2$,

Производные от амплитудной функции (3) имеют вид:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{W_{ij}(x,y)}}{\partial \mathrm{x}^2}=$$

$$=-\gamma_{1j}^2\cos(\gamma_{1j}\mathrm{x})\Big(\cos(\gamma_{2i}\mathrm{y})-\mathrm{C_{2ij}}\exp[-\alpha_{2ij}(0,5\mathrm{a}_2\mp \mathrm{y})]\Big)+$$

$$+\mathrm{C_{1j}}\alpha_{1ij}^2\exp[-\alpha_{1ij}(0,5\mathrm{a}_1\mp \mathrm{x})]\cos(\gamma_{2i}\mathrm{y}),$$

$$\frac{\partial^2 W_{ij}(x,y)}{\partial y^2}=$$

$$=-\gamma_{2i}^2\cos(\gamma_{2j}y)\Big(\cos(\gamma_{1j}x)-C_{1j}\exp[-\alpha_{1ij}(0,5a_1\mp x)]\Big)+$$

$$+C_{2ij}\alpha_{2ij}^2\exp[-\alpha_{2ij}(0,5a_2\mp y)]\cos(\gamma_{1j}x),$$

$$\frac{\partial^2 W_{ij}(x,y)}{\partial y\partial x}=$$

$$=-\gamma_{1j}\gamma_{2i}\sin(\gamma_{2i}y)\Big(\sin(\gamma_{1j}x)\mp C_{1j}\alpha_{1ij}\gamma_{2i}\exp[-\alpha_{1ij}(0,5a_1\mp x)]\Big)\mp$$

$$\pm C_{2ij}\alpha_{2ij}\gamma_{1j}\exp[-\alpha_{2ij}(0,5a_2\mp y)]\sin(\gamma_{1j}x).$$

С учетом этого деформации вдоль положительных осей x и y определяются по формулам:

$$\varepsilon_x=-\frac{z}{m_0}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l}-\gamma_{1j}^2\cos(\gamma_{1j}x)\Big(1-C_{2ij}\exp[-0,5\alpha_{2ij}a_2)]\Big)+\\+C_{1j}\alpha_{1ij}^2\exp[-\alpha_{1ij}(0,5a_1-x)]\cdot\dfrac{I_{ij}}{\omega_{ij}J_{ij}}\end{array}\right).$$

$$\varepsilon_y=$$

$$=-\frac{z}{m_0}\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\left(\begin{array}{l}-\gamma_{2j}^2\cos(\gamma_{2j}y)\Big(1-C_{1j}\exp[-0,5\alpha_{1ij}a_1]\Big)+\\+C_{2ij}\alpha_{2ij}^2\exp[-\alpha_{2ij}(0,5a_2-y)]\cdot\dfrac{I_{ij}}{\omega_{ij}J_{ij}}\end{array}\right).$$

Далее по формулам (23) можно найти напряжения на поверхности пластины. Анализ полученных зависимостей позволит установить взаимосвязи деформаций и напряжений на поверхности пластины с условиями её ударного нагружения или, иными словами, с параметрами ударного импульса $P(\theta)$, действующего со стороны рабочего инструмента на пластину.

Литература

1. *Еремьянц В.Э.* Расчёт ударных процессов в машинах. Ч.8. Модели поперечного удара по пластине: Учебно-методическое пособие. Бишкек: Изд-во КРСУ, 2007. 65 с.
2. *Еремьянц В.Э., Панова Л.Т., Слепнёв А.А.* К задаче о продольном ударе по стержню, опирающемуся на пластину // Проблемы машиностроения и надёжности машин. 2007. №4. РАН. С. 58−63.
3. *Еремьянц В.Э., Панова Л.Т., Асанова А.А.* Анализ собственных частот и форм колебаний прямоугольной пластины, защемленной по двум противоположным краям // Вестник Кыргызско-Российского Славянского ун-та. 2009. Т. 9. № 1. С. 64−70.
4. *Бидерман В.Л.* Прикладная теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980. 480 с.