УДК 530.145
DOI 10.58649/1694-9099-2026-2-418-321

БАКИРОВА Э.М., ТЫНЧТЫКБЕК УУЛУ У.
Жусуп Баласагын атындагы КУУ
БАКИРОВА Э.М., ТЫНЧТЫКБЕК УУЛУ У.
КНУ имени Жусупа Баласагына
BAKIROVA E.M., TYNCHTYKBEK UULU U.
KNU Jusup Balasagyn

ФРИДМАН ТЕҢДЕМЕЛЕРИНИН ЖАНА БАШКА КОСМОЛОГИЯЛЫК МОДЕЛДЕРДИН НЕГИЗИНДЕ ААЛАМДЫН ЭВОЛЮЦИЯСЫНЫН САНДЫК МОДЕЛИН ИЗИЛДӨӨ

ИССЛЕДОВАНИЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭВОЛЮЦИИ ВСЕЛЕННОЙ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ФРИДМАНА И ДРУГИХ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

RESEARCH ON NUMERICAL MODELING OF THE UNIVERSE'S EVOLUTION BASED ON THE FRIEDMANN EQUATIONS AND OTHER COSMOLOGICAL MODELS

Кыскача мүнөздөмө: Фридман теңдемелеринин негизинде Ааламдын эволюциясына сандык моделдөө жүргүзүлүп, космологиялык моделдердин негизги касиеттери изилденди. Бир текүү жана изотроптук Аалам моделдеринин кеңейүү динамикасы, сингулярдуулук маселеси жана аны модификацияланган гравитация теорияларынын негизинде жоюу мүмкүнчүлүктөрү каралды. Риман тензорун эске алган модификацияланган гравитация теориясынын алкагында алгачкы Ааламдын эволюциясын сүрөттөгөн регулярдуу космологиялык модель түзүлдү. Заттын релятивисттик жана чаң сымал абал теңдемелери үчүн чечимдер каралды.

Аннотация: На основе уравнений Фридмана проведено численное моделирование эволюции Вселенной и исследованы основные свойства космологических моделей. Рассмотрены динамика расширения однородных и изотропных моделей Вселенной, проблема сингулярности и возможности её устранения на базе модифицированных теорий гравитации. В рамках модифицированной теории гравитации с учётом тензора Римана построена регулярная космологическая модель, описывающая эволюцию ранней Вселенной. Рассмотрены решения для релятивистского и пылевидного уравнений состояния вещества.

Abstract: Based on the Friedmann equations, numerical modeling of the evolution of the Universe was carried out, and the main properties of cosmological models were investigated. The expansion dynamics of homogeneous and isotropic models of the Universe, the problem of singularity, and the possibilities of its elimination within modified theories of gravity were considered. Within the framework of a modified theory of gravity with the Riemann tensor taken into account, a regular cosmological model describing the evolution of the early Universe was constructed. Solutions for relativistic and dust-like equations of state of matter were considered.

Негизги сөздөр: модификацияланган гравитация теориясы; Фридман теңдемелери; алгачкы Аалам; космологиялык модель; сингулярдуулук; Риман тензору.

Ключевые слова: модифицированная теория гравитации; уравнения Фридмана; ранняя Вселенная; космологическая модель; сингулярность; тензор Римана.

Keywords: modified theory of gravity; Friedmann equations; early Universe; cosmological model; singularity; Riemann tensor.

Киришүү. Космология – бул Ааламдын түзүлүшүн жана эволюциясын изилдеген фундаменталдык илим. Анын теориялык негизин А. Эйнштейндин жалпы салыштырмалуулук теориясы түзөт. Бул теориянын негизинде А.А. Фридман тарабынан бир тектүү жана изотроптук кеңейүүчү Ааламдын моделдери алынган. Бул моделдер Аалам убакыттын өтүшү менен кеңейерин көрсөтөт.

Микротолкундуу реликттик нурлануунун ачылышы «Ысык Аалам» теориясын тастыктап, космологиянын өнүгүшүнө чоң салым кошкон. Бирок классикалык моделдерде Ааламдын баштапкы абалы сингулярдуулук менен байланыштуу болуп, бул теорияны жалпылоо зарылдыгын жаратат. Ошондой эле акыркы байкоолор Аалам ылдамдануу менен кеңейип жатканын көрсөттү.

Бул иштин максаты - Фридман теңдемелеринин жана модификацияланган космологиялык моделдердин негизинде Ааламдын эволюциясын сандык моделдөө жана анын негизги физикалык мыйзам ченемдүүлүктөрүн изилдөө болуп саналат.

Космология: Ааламдын түзүлүшү жана эволюциясы. Космология – бул Ааламдын ири масштабдуу түзүлүшүн жана эволюциясын изилдөөчү илим. Релятивдик космологиянын өнүгүүсүндө эки маанилүү этап болгон. Биринчи этап XX кылымдын 20-жылдарында башталган, анда А.А. Фридман Эйнштейндин жалпы салыштырмалуулук теориясынын негизинде бир тектүү жана изотроптук кеңейүүчү Ааламдын моделин түзгөн. XX кылымдын 60-жылдарынын ортосуна чейин Аалам өзүнүн эволюциясынын алгачкы баскычтарында кандай болгону – ысык же муздак экени белгисиз бойдон калган.

Релятивдик космологиянын өнүгүүсүнүн экинчи этабынын башталышын белгилеген чечүүчү учур - 1964-1965-жылдары Пензиас жана Вильсон тарабынан температурасы $T \approx 2{,}7K$ болгон, Ааламдын эң алыскы аймактарынан келген микротолкундуу реликттик нурлануунун ачылышы болду. Мындай нурлануунун бар экени «Ысык Аалам» [1] теориясы тарабынан алдын ала айтылган жана бул ачылыштан кийин аталган теория жалпы тарабынан кабыл алынды. Бул теорияга ылайык, Аалам эволюциясынын эң алгачкы баскычтарында фотондордон, электрондордон, позитрондордон жана башка бөлүкчөлөрдөн турган ультрарелятивдик ысык газга толгон.

Статикалык Ааламдан Сингулярдуулукка чейин. А. Эйнштейн 1915-жылы жалпы салыштырмалуулук теориясын (ЖСТ) иштеп чыгууда Ааламдын статикалуулугуна (өзгөрбөстүгүнө) ишенген. Статикалуулукка карама-каршы келбөө үчүн ал өз теориясына космологиялык туракттуулукту киргизген. Ал башка күчтөрдөн айырмаланып, эч кандай булактан жаралбаган, тескерисинче, мейкиндик-убакыттын түзүлүшүнө мүнөздүү болгон жаңы «антигравитациялык» күчтү киргизген. Эйнштейн мейкиндик-убакыт өзүнөн-өзү ар дайым кеңейет жана бул кеңейүү Ааламдагы калган бардык заттардын тартылуу күчү менен тең салмакталат, натыйжада Аалам статикалык абалда болот деп ырастаган.

Фридмандык космология биздин Ааламдын азыркы абалын канааттандырарлык сүрөттөйт, бирок Ааламдын баштапкы абалы тууралуу маселе белгисиз бойдон калууда. Пенрауз-Хокинг [2] теоремалары Эйнштейндин теңдемелеринин чыгарылышында сингулярдуулуктун болушун талап кылат.

Фридмандын чыгарылышында, абалын аныктоочу бардык теңдемелерде $t \to 0$ болгондо Ааламдагы заттын тыгыздыгы чексиздикке умтулат, муну менен бирге тиешелүү чыгарылыштар $t < 0$ аймагында формалдуу түрдө улантылгыс болуп чыгат.

Космологиянын алдында турган эң талылуу суроолордун бири $t = 0$ моментине чейин эмне болгон? Эгер болбосо, анда Аалам кантип жана кайдан пайда болгон? Ааламдын жаралышы жана өлүмү - бир гана космологиянын эмес, бүткүл заманбап табият таануу илиминин алдында турган эң толкундаткан көйгөйлөрдүн бири болуп саналат

Алгач бул маселени Фридмандын моделине караганда кыйла жалпыланган Ааламдын моделдерин изилдөө аркылуу чечүүгө же жок дегенде карап өтүүгө үмүттөр болгон. Мисалы, кандайдыр бир экзотикалык абалды аныктоочу теңдемеге ээ болгон зат менен толтурулган, бир

тектүү эмес жана анизотроптук Ааламдын моделдерин карап көрүү сунушталган. Бирок сингулярдуулукка жакын мейкиндик-убакыттын жалпы түзүлүшүн изилдөөдөн кийин [3] жана ЖСТдагы (Жалпы салыштырмалуулук теориясы) сингулярдуулук тууралуу бир катар теоремалар топологиялык методдордун жардамы менен далилденген соң [4], бул маселени классикалык гравитация теориясынын алкагында чечүү мүмкүнчүлүгү өтө күмөн болуп калды [5].

Ошондуктан, космологиянын өзүнүн эң башкы суроосу - бул сингулярдуулук маселеси. ЖСТнын (Жалпы салыштырмалуулук теориясынын) - Эйнштейндин классикалык гравитация теориясынын - алкагында кандайдыр бир сингулярдуулуктун пайда болушу кутулгус (болбой койбой турган кубулуш) деп эсептелет. Ошентип, сингулярдуулуктун келип чыгышы - бул теориянын чектелүү экенинин көрсөткүчү, ошондой эле так ушул сингулярдуулукка жакын аймактардагы шарттарда теорияны жалпылоо зарылдыгы тууралуу күмөнсүз далил болуп саналат [6]. Учурда сингулярдуулукту четтетүүгө жана сингулярдуулугу жок, акылга сыярлык космологиялык моделди түзүүгө үмүт берген айрым натыйжалар бар.

Модификацияланган гравитация жана сингулярдуулукту четтетүү. Аалам эволюциясынын эң алгачкы баскычтарында (сингулярдуулукка жакын) H (Хаббл туруктуусу) жана ρ (заттын тыгыздыгы) чоңдуктары каалаганчалык чоң болушу мүмкүн эле. Бирок, адатта, тыгыздык $\rho \sim 10^{94}$ г/см^3 жеткенде, кванттык-гравитациялык эффекттер ушунчалык күчөгөндүктөн, метриканын кванттык флуктуациялары классикалык маанилерден ашып түшөт деп эсептелет. Мындай шартта Ааламды классикалык мейкиндик-убакыт терминдери менен сүрөттөө мүмкүн эмес [7]. Мунун бардыгы моделдин негиздерин олуттуу модификациялоону (өзгөртүүнү) талап кылды. Модификацияланган түрдө бул модель «көөп чыгуучу Ааламдын» (инфляциялык модель) сценарийинин интенсивдүү иштелип жаткан варианттарынын бири болуп саналат.

Ошентип, МГТны (модификацияланган гравитациялык теорияны) изилдөөнүн эң кызыктуу багыттарынын бири - аларды космологиялык моделдерге колдонуу болуп саналат. Буга байланыштуу, 4-тартиптеги ийрилик тензорун эсепке алуу менен Фридмандын бардык Аалам моделдери изилденген. Мында ЖСТдан (Жалпы салыштырмалуулук теориясынан) четтөөлөр сингулярдуулукка жакын жерде олуттуу болоору жана тиешелүү чыгарылыш Фридмандын чыгарылыштарынан сапаттык жактан айырмаланышы мүмкүн экени болжолдонот.

Бир тектүү жана изотроптук фридмандык космологиялык моделдин метрикасы коштоп жүрүүчү координаттар системасында төмөнкүдөй көрүнүшкө ээ:

$$dS^2 = c^2 d\tau^2 - a^2(\tau)\left[d\chi^2 + A^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right)\right],$$

мында $A = \sin\chi$; $sh\chi$; χ маанилери тиешелүү түрдө туюк, ачык жана квазиевклиддик моделдер үчүн алынган (сигнатурасы $+,-,-,-$ колдонулган), ал эми $a(\tau)$ - Ааламдын радиусу, тагыраагы, анын масштабдык фактору.

Планктык тыгыздык учурундагы өтө чоң кванттык-гравитациялык флуктуациялардан улам, Ааламды сингулярдуулукка жакын жерде, б.а. $a(\tau)$ мааниси кичине болгондо классикалык түрдө сүрөттөө мүмкүн эмес. Ааламдын эволюциясын $a \to 0$ болгон шартта сүрөттөө кванттык космологиянын жардамы менен гана ишке ашат. Бул жагдай күтүлбөгөн натыйжаларга алып келиши мүмкүн. Буга байланыштуу $a(\tau)$ масштабдык фактору төрт өлчөмдүү ийрилик тензорун эсепке алган гравитациялык талаанын теңдемелери менен аныкталат [8]:

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \left[-A\tilde{R}^{2(\alpha-1)}\left(2\alpha R_{lmni}\cdot R^{lmnk} - \frac{1}{2}\delta_i^k \tilde{R}^2\right) - \alpha A\tilde{R}^{2(\alpha-1)}\theta_i^k \right] + \aleph T_i^k \quad (1)$$

$$\theta_{ik}\delta g^{ik} = 2g_{ir}g^{kb}g^{ic}g^{md}R^r_{bcd}\delta R^i_{klm} \quad (2)$$

мында R_{ik} - Ричч тензору, R - мейкиндиктин скалярдык ийрилиги, R^i_{klm} - төрт өлчөмдүү ийрилик тензору, $\tilde{R}^2$ - ийриликтин квадраты, A - туруктуу чоңдук, T_i^k - материянын энергия-

импульс тензору, a - каалагандай даража көрсөткүчү, ал эми θ_i^k функциясы (2) катышы менен аныкталат

Астрономиялык маалыматтар Ааламдын чоң масштабдарында, кеминде Ааламдын бүткүл байкалган бөлүгүнүн тартибинде $a(\tau)\sim 10^{28}\,см$, бир тектүү эместик жана анизотроптуулук орточо эсеп менен 10^{-4} маанисинен ашпай тургандыгын күбөлөйт. Ошондуктан, Ааламдын эволюциясын түшүнүү үчүн Фридмандын модели тибиндеги бир тектүү (же начар бир тектүү) жана изотроптук космологиялык моделдерди изилдөө жетиштүү болот.

Гравитациялык талаанын жалпыланган теңдемелер системасын (төрт өлчөмдүү ийрилик тензорун эсепке алуу менен) $\alpha = 1$ учуру үчүн изилдөө, мында $\tilde{\mathrm{R}}^{2(\alpha\text{-}1)}$ - Лагранжианга кошумчадагы каалагандай даража көрсөткүчү, (1)-теңдемедеги көбөйтүүчү туракту чоңдукка айланат жана интегралдоо туракттууларын тандоо Фридмандын моделдериндеги өзгөчө чекиттин (сингулярдуулуктун) ордун гана жылдырууга мүмкүндүк берет. Ошондуктан, маселени α даражасынын башка маанилеринде карап чыгуу белгилүү бир кызыгууну туудурат.

Лагранжианга кошумчадагы даража көрсөткүчүн $1/2$ деп тандап алабыз, анткени бул даража талаа теңдемелерин олуттуу түрдө жөнөкөйлөтүүгө алып келет. Анда (1) системасы $A=\sqrt{6}$, $P=\dfrac{\varepsilon}{3}$ болгондо, натыйжада төмөнкүдөй жөнөкөй түргө келет [9]:

$$aa^{11}-2a'^{2}-a^{2}=0$$

Бул теңдеменин чыгарылышы:

$$a=a_0/\cos(\eta+\eta_0)$$

мында a_0 жана η_0 - каалагандай туракттуулар (константалар), a_0 узундук өлчөмүнө ээ, ал эми η_0 - өлчөмсүз чоңдук, аны нөлгө барабар деп тандап алабыз. Анда Ааламдын кеңейүү закону төмөнкү көрүнүшкө ээ болот:

$$a=\frac{a_0}{\cos\eta} \quad (3)$$

τ менен η ортосундагы байланышты $cd\tau = ad\eta$ барабардыгынан табабыз. (3) формуласына ылайык, бизде:

$$c\tau = a_0 \ln\left|tg\left(\frac{\eta}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right| \quad (4)$$

Интегралдоо туракттуусу $\eta=0$ болгондо τ чоңдугу нөлгө айланышы үчүн нөлгө барабар деп тандалып алынган. Алынган модель $\eta=0$ болгондо регулярдуу минимумга ээ. Бул минимумга $\eta=-\pi/2$ $(\tau=-\infty)$ чекитинен $\eta=0$ чекитине чейинки алдын ала кысылуу аркылуу жетишилет, андан соң бүткүл оң убакыт жарым огу боюнча кеңейүү жүрөт.

Ошентип, жогоруда көрсөтүлгөн поляризациялык кошумчаны эсепке алуу менен тартылуу теңдемелерин модификациялоо, $\tau=0$ учурунда масштабдык фактордун регулярдуу минимумуна ээ болгон туюк космологиялык моделди берет. Моделдин эволюциясы көрсөтүлгөн чекитке карата симметриялуу: $a(\tau)=a(-\tau)$, муну (3) формуласынан оңой эле көрүүгө болот. $a(\tau)\to\infty$ шарты $|\tau|=\pi a_0/2c$ чоңдугунун чектүү маанисинде ишке ашат. Фридмандын чыгарылышына асимптотикалык түрдө чыкпоо (окшошпоо) жагдайы чыгарылыштын бардык этаптарында поляризациялык кошумчанын олуттуу таасири менен байланыштуу. Мындан төмөнкүдөй жыйынтыкка келебиз: гравитациялык талаанын Лагранжианындагы төрт өлчөмдүү ийрилик боюнча квадраттык кошумчалар сингулярдуулуктун кутулгус экени тууралуу Пенроуз-Хокингдин катаал теоремаларын колдонууга жол бербейт. Ошондуктан, бул теориянын алкагында мындай

кубулушту (сингулярдуулукту) жок кылуу мүмкүнчүлүгү пайда болот. Физикалык көз караштан алганда, бул факт күчтүү гравитациялык талаадагы кванттык эффекттерди кыйла так эсепке алуу менен сингулярдуулуктардын жоюлушун билдириши мүмкүн.

Бүткүл мейкиндик жана бардык убакыт үчүн жалпы чыгарылышты так түрдө табуу мүмкүн эмес. Бирок алдыга коюлган маселени чыгаруу үчүн буга муктаждык жок; өзгөчө чекиттин (сингулярдуулуктун) айланасындагы чыгарылыштын көрүнүшүн изилдөө жетиштүү [10].

«Чаң сымал» материя $P = 0$ учурунда (1) теңдемесинин чыгарылышы төмөнкүдөй түргө ээ:

$$a = a_1 \sin^2\left(\frac{\eta}{2}\right) \quad (5)$$

мында τ жана η ортосундагы байланыш төмөнкү катыш менен аныкталат:

$$c\tau = \frac{a_1}{2}(\eta - \sin\tau) \quad (6)$$

(5) жана (6) теңдемелери $a(\tau)$ көз карандылыгын параметрдик түрдө аныктайт. $a(\tau)$ функциясы $\tau = 0$ $(\eta = 0)$ болгондо нөлдөн баштап өсүп, $a = a_1$ болгондо $\tau = a_1\pi/2c$ $(\eta = \pi)$ максималдуу маанисине жетет, андан соң кайрадан $\tau = a_1\pi/c$ $(\eta = 2\pi)$ болгондо нөлгө чейин төмөндөйт. Энергиянын тыгыздыгы $\varepsilon \sim a^{-3}$ көз карандылыгы боюнча өзгөргөндүктөн, $\tau \to 0$ болгондо, демек $a(\tau) \to 0$ болгондо да энергиянын тыгыздыгы чексиздикке айланат. Ошентип, «чаң сымал» материя учурунда чыгарылыш дароо Фридмандын чыгарылышына келип такалат. Бул $P = 0$ болгондо жана $\alpha = 1/2$ даражасы тандалып алынганда, поляризациялык кошумча чыгарылыштын бардык этаптарына таасир этпегендиги менен байланыштуу.

Ачык Фридман модели үчүн ($\alpha = \frac{1}{2}$, $P = \frac{\varepsilon}{3}$, $A = \sqrt{6}$) (1) теңдемесинин ушундай эле чыгарылышы төмөнкүнү берет:

$$a = \frac{a_0}{ch\eta} \text{ и } c\tau = 2a_0\left(Arthe^{\eta} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (7)$$

Бул жерде интегралдоо туруктуулугу $-\pi a_0/2$ болгондо $\eta = 0$ чоңдугу τ нөлгө айланышы үчүн нөлгө барабар деп тандалып алынган. Бул учурда (7) формулалары a масштабдык факторунун τ убактысынан көз карандылыгын аныктайт. Ачык моделде чаң сымал материя үчүн да чыгарылыш дароо Фридмандын чыгарылышына келип такалат. Ошондуктан, (1) теңдемесинин деталдуу чыгарылышына токтолуп олтуруунун кажети жок.

Ааламдын тездетилген кеңейиши - биздин Аалам жөн эле кеңейбестен, ылдамдануу менен кеңейип жатканын далилдеген процесс. Бул кубулуш 1998-жылы америкалык окумуштуулар тобу тарабынан ачылган. Ааламдын кеңейүүсүнүн убакыттын өтүшү менен тездеши тууралуу фундаменталдык тыянак алыскы галактикалардагы өтө жаңы (супернова) жылдыздарга өтө кылдат жана так байкоо жүргүзүүнүн натыйжасында алынган. Бул тездетүүнү Ааламда көрүнбөгөн энергиянын болушу шарттайт деп эсептелет, бирок анын келип чыгышы жана жаратылышы дагы деле терең табышмак бойдон калууда. Байкоо жүргүзүү үчүн бир нече телескоптор, анын ичинде Чилидеги обсерваториядагы 3,6 метрлик жана 8,2 метрлик телескоптор колдонулган.

Ааламдын тездетилген кеңейиши жана көрүнбөгөн энергия. 2011-жылдагы физика боюнча Нобель сыйлыгынын лауреаттары Ааламдын тездетилген кеңейүүсүн ачкан астрономдор болушту. Алар: америкалыктар Сол Перлмуттер менен Адам Рисс, ошондой эле австралиялык Брайан Шмидт.

РФ Илимдер академиясынын Космостук изилдөөлөр институтунун (КИИ) окумуштуусу Алексей Вихлининдин жетекчилиги астындагы топ Ааламдын тездеп кеңейүүсүн эксперименталдык түрдө тастыкташкан. Учурда КИИде жаңы орбиталык рентген

обсерваториясын түзүү боюнча иштер жүрүп жатат, анын башкы милдеттеринин бири - көрүнбөгөн энергиянын абалын аныктоочу теңдемени тактоо болуп саналат. Өткөн кылымда алыскы жогорку жаңы жылдыздарга байкоо жүргүзүү аркылуу биздин Аалам ылдамдануу менен кеңейип жатканы далилденген. Бул тездетүүнү түшүндүрүү үчүн «көрүнбөгөн энергия» түшүнүгү киргизилген. Анын касиеттери абдан өзгөчө болуп чыкты - мисалы, көрүнбөгөн энергия Ааламды ичинен сыртка карай түртүшү үчүн терс басымга ээ болушу керек. Бул табышмактуу көрүнбөгөн энергиянын жаратылышын аныктоо - физиканын эң башкы милдеттеринин бири, анткени заманбап илимий түшүнүктөргө ылайык, дал ушул көрүнбөгөн энергия биздин дүйнөнүн келечектеги өнүгүүсүн аныктайт

Ааламдын кеңейүүсүнүн тездешин далилдеген жаңы байкоолордун жардамы менен, мурда белгисиз болгон, терс басымга ээ энергиянын түрү - көрүнбөгөн энергия ачылды. Аалам кеңейген сайын андагы материянын тыгыздыгы азаят, муну менен бирге заттын тыгыздыгы көрүнбөгөн энергиянын тыгыздыгына караганда алда канча тез төмөндөйт. Акыры, көрүнбөгөн энергия үстөмдүк кыла баштайт. Дал ушул учур Ааламдын тездетилген кеңейүүсүнүн башталышына негиз болгон.

Корутунду. Бул иште Фридман теңдемелеринин негизинде Ааламдын эволюциясын сүрөттөгөн космологиялык моделдер каралды. Классикалык моделдерде сингулярдуулуктун пайда болушу мүмкүн экени жана бул жалпы салыштырмалуулук теориясынын чектелгендигин көрсөтөрү аныкталды.

Гравитация теориясын модификациялоо сингулярдуулукту четтетүүгө жана Ааламдын эволюциясын толук сүрөттөөгө мүмкүнчүлүк бере тургандыгы көрсөтүлдү. Ошондой эле астрономиялык байкоолор Аалам ылдамдануу менен кеңейип жатканын жана көрүнбөгөн энергия маанилүү роль ойной турганын тастыктайт.

Жыйынтыгында, сандык моделдөө Ааламдын кеңейүү динамикасын жана анын эволюциясынын негизги өзгөчөлүктөрүн түшүнүүдө маанилүү ыкма болуп саналат.

Колдонулган адабияттар

1. Дорошкевич А.Г., Новиков И.Д. Эволюция Вселенной и реликтовое излучение // Доклады Академии наук СССР. – 1964. – Т. 154. – С. 809–812.
2. Roger Penrose. Структура пространства-времени. – М.: Мир, 1972. – 300 с.
3. Белинский В.А., Лифшиц Е.М., Халатников И.М. Колебательный режим приближения к особой точке в релятивистской космологии // Успехи физических наук. – 1971. – Т. 103. – Вып. 3. – С. 463–500.
4. Stephen Hawking, Эллис Дж. Крупномасштабная структура пространства-времени. – М.: Мир, 1977. – 431 с.
5. Andrei Linde. Физика элементарных частиц и инфляционная космология. – М.: Наука, 1990. – 280 с.
6. Гинзбург В.Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными // Успехи физических наук. – 1981. – Т. 134. – С. 469–517.
7. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция Вселенной. – М.: Наука, 1975. – 736 с.
8. Шаршекеев О.Ш. Исследование Вселенной Фридмана с учетом четырехмерного тензора кривизны // Тезисы IV Советской гравитационной конференции (раздел «Космология»). – Минск: Изд-во Института физики АН БССР, 1976. – С. 114–117.
9. Шаршекеев О.Ш. Модели Метагалактики поля Шварцшильда в ОТО и модифицированной теории гравитации. – Фрунзе: Мектеп, 1980. – 116 с.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1988. – 512 с.

Рецензент: физика-математика илимдеринин кандидаты, доцент Ногаев М.А.