

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ КРИВЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БИКВАДРАТИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Макалада айлананы колдонуп ар турдуу тартимтеги ийри сызыктарды тузуудо биквадраттык кайра тузуулордун геометриялык моделин колдонуу мумкунчулугу каралган.

В статье рассматривается возможность использования геометрической модели биквадратичных преобразований окружности для формообразования кривых линий различных порядков.

The article deals with using a geometrical models for plase of forms for different form lines of building bicvadrats and again consist them.

В статье рассматривается способ формообразования кривых с использованием графической модели биквадратичного преобразования, порождаемого отображением однополостного гиперболоида и конуса, обозначаемого в дальнейшем символом Γ_4 , где прообразом задается окружность. Для получения кривых различной формы соответственно будет изменяться расположение прообраза-окружности на плоскости. Графическая модель биквадратичного преобразования Γ_4 приведена на рис. 1 /2/.

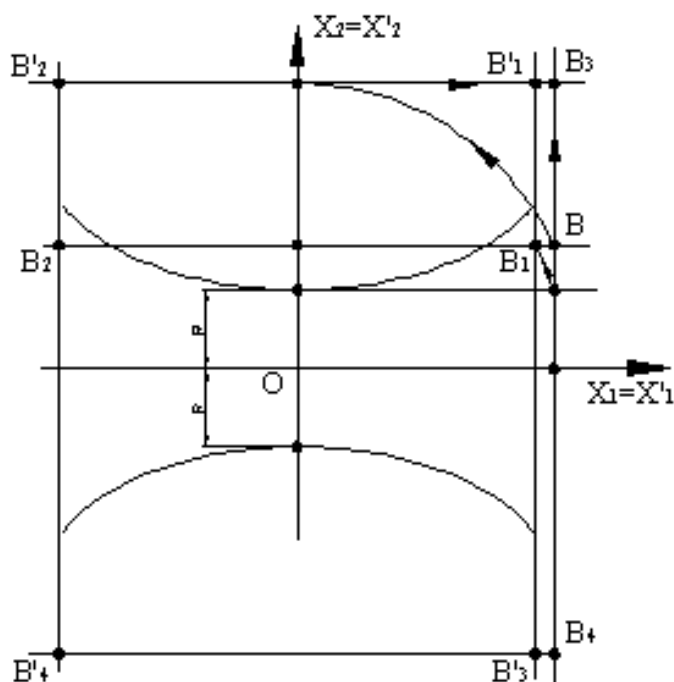


Рис. 1. Графическая модель биквадратичного преобразования

Биквадратичное преобразование плоскости является взаимно (4-4)-значным соответствием между точками двух совмещенных плоскостей $N_1 \equiv N'_1$.

Другими словами, каждой точке плоскости N_1 соответствуют четыре точки на плоскости N'_1 . И наоборот каждой точке плоскости N'_1 соответствуют четыре точки N_1 .

Для получения кривых прообраз-окружность (p) подвергается биквадратичному преобразованию Γ_4 . Каждая точка-прообраз преобразуется в четыре точки-образы. Последовательно соединяя полученные точки-образы, построим кривую и обозначим ее символом p' . Прообраз преобразуется в общем случае в кривую 4-го порядка. На рис. 2

показано преобразование точки-прообраза 1 окружности (p) в четыре точки-образы 1'1, 1'2, 1'3 и 1'4 с использованием графической модели биквадратичного преобразования Г4, где прообраз-окружность задается радиусом r=15 мм (размер берется произвольно). Центр окружности расположим на оси OX2, на расстоянии, равном t (t>R) относительно начала координат. На графической модели указываем область существования биквадратичного преобразования для более точного построения образа.

Обозначим точки на прообразе-окружности цифрами 1, 2, 3 и т.д. Заданную точку-прообраз 1 подвергнем биквадратичному преобразованию Г4 и построим точки 11, 12, 13, 14. Через точки 11, 12 проводим вертикальные линии параллельные оси OX2, а через точки 13 и 14 - горизонтальные линии параллельные оси OX1. Таким образом, пересечение этих линий определяет образы точек 1'1, 1'2, 1'3 и 1'4 прообраза точки 1. Следующие образы заданных точек находим согласно вышеизложенному алгоритму. Затем, последовательно соединяя полученные точки-образы, строим кривую (p'). В результате прообраз-окружность (p) преобразуется в кривую 4-го порядка (p'), которая распадается на две кривые второго порядка (рис.2). Используя уравнение обратного биквадратичного преобразования Г'4 /2/, определим уравнение для данной кривой:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \sqrt{\frac{X_1'^2 + X_2'^2 - R^2}{2}} \\ X_2 &= \sqrt{\frac{X_2'^2 - X_1'^2 + R^2}{2}} \end{aligned} \right\},$$

(1)

где X1, X2 – координаты точек-образов, X'1, X'2 – координаты точек – прообразов, R – коэффициент преобразования.

Значения X1 и X2 подставляются в уравнение прообраза-окружности:

$$(X_1 - a)^2 + (X_2 - b)^2 = r^2,$$

(2)

где a, b- координаты центра окружности-прообраза; r – радиус прообраза-окружности.

Определяем уравнение кривой (рис. 2):

$$\left(\sqrt{\frac{X_1'^2 + X_2'^2 - R^2}{2}} \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{X_2'^2 - X_1'^2 + R^2}{2}} - b \right)^2 = r^2.$$

(3)

Формообразование кривой-образа зависит от расположения прообраза-окружности (рис. 2) относительно начало координат.

Полученные графические и математические модели кривой дают возможность использовать биквадратичное преобразование Г4 в конструировании кривых четвертого и восьмого порядков в начертательной и прикладной геометрии.

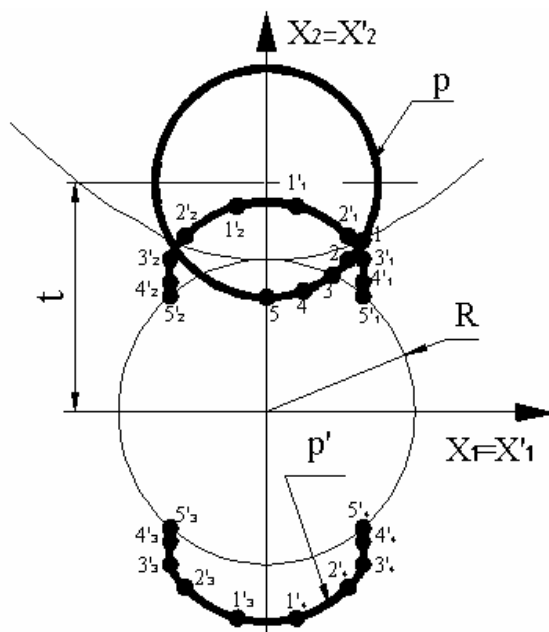


Рис. 2. Определение кривой с использованием биквадратичного преобразования Γ_4

Список литературы

1. Фролов А.С. Методы преобразования ортогональных проекций. - М.: Машиностроение, 1970. - 160 с.
2. Нурмаханов Б.Н., Кубентаева Г.К. Моделирование одного вида биквадратичного преобразования и исследование его свойств // Поиск: Научный журнал Министерства образования и науки РК, Алматы, №1, 2008. - С. 214-218.