

**К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЦИОНАЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ  
СТЕНКИ  
И СПОСОБА ИЗГОТОВЛЕНИЯ РОТОРОВ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ  
ОЧИСТИТЕЛЕЙ**

*Ротор дубалдарынын калыңдыгын аныктоо боюнча изилдөөлөрдүн жыйынтыгы берилген.*

*Приведены результаты исследований по определению толщины стенки роторов.*

*Results of researches by definition of a thickness of a wall of rotors are resulted.*

При проектировании центробежных очистителей (центрифуг) возникает необходимость решения двух противоречивых задач, а именно обеспечения высокой прочности и малой деформативности оболочки ротора при обеспечении минимальной массы. Большое значение при этом имеет толщина стенки ротора. В настоящее время в подавляющем большинстве случаев ротор центрифуги изготавливают путем отливки. При этом по технологическим условиям необходимо, чтобы толщина стенки отливки была не менее 6 мм, и большинство центрифуг имеет именно такую толщину стенки ротора.

Поэтому важной задачей является разработка метода расчетного (математического) определения толщины стенки ротора и на основе этого – предпочтительного способа изготовления роторов центрифуг.

Теоретический расчет толщины стенки ротора базируется на следующих положениях и допущениях:

- материал конструкции подчиняется закону Гука, его исходное состояние - естественное;
- процесс – изотермический;
- деформации и перемещения точек конструкции малы по сравнению с ее размерами;
- оболочка ротора является тонкой;
- напряженно-деформированное состояние оболочки ротора соответствует установившемуся эксплуатационному режиму с постоянной угловой скоростью вращения;
- собственный вес деталей центрифуги и слоя жидкости постоянной толщины не учитывается.

Все нагрузки, действующие на ротор, в соответствии с расчетной схемой ротора, представленной на рис. 1, разделим на радиальные и осевые. К радиальным нагрузкам относятся силы инерции  $P_{iо}$  и  $P_{iм}$ , возникающие при вращении ротора и слоя жидкости, и избыточное давление  $p$  ( $\text{Н/м}^2$ ) внутри оболочки. К осевым нагрузкам относятся: сила  $P_з$  от затяжки крепежа ротора, сила  $P_{гм}$  от гидростатического давления и сила  $P$  от избыточного давления внутри ротора.

Равномерно распределенная нагрузка от силы инерции  $P_{\Sigma} = \text{const}$  ( $\text{Н/м}^2$ ), действующая на стенку ротора, складывается из двух составляющих: инерционной нагрузки  $P_{iо}$  ( $\text{Н/м}^2$ ) от собственной массы ротора, имеющего расчетную длину  $l$ , и инерционной нагрузки  $P_{iм}$  ( $\text{Н/м}^2$ ) от массы слоя жидкости, толщиной  $h_m = \text{const}$ . Определив /1/ инерционные нагрузки от собственной массы ротора и от массы слоя жидкости, найдем расчетную силу инерции:

$$P_{\Sigma} = P_{iо} + P_{iм} = P_{\Sigma} = \frac{\omega^2}{g} \cdot \left[ \gamma \cdot h \cdot R + \frac{\gamma_{ж}}{2} \cdot (R_b^2 - R_m^2) \right], \text{ Н/м}^2,$$

(1)

где  $\omega$  - угловая скорость вращения ротора,  $\text{с}^{-1}$ ;  $\gamma$  - удельный вес материала ротора,  $\text{Н/м}^3$ ;  $h$  – толщина стенки ротора, м;  $R$  – средний радиус ротора, м;  $\gamma_{ж}$

– удельный вес жидкости,  $\text{Н/м}^3$ ;  $R_B$  – внутренний радиус ротора, м;  $R_M$  – внутренний радиус слоя жидкости, м;  $g$  – ускорение силы тяжести,  $\text{м/с}^2$ .

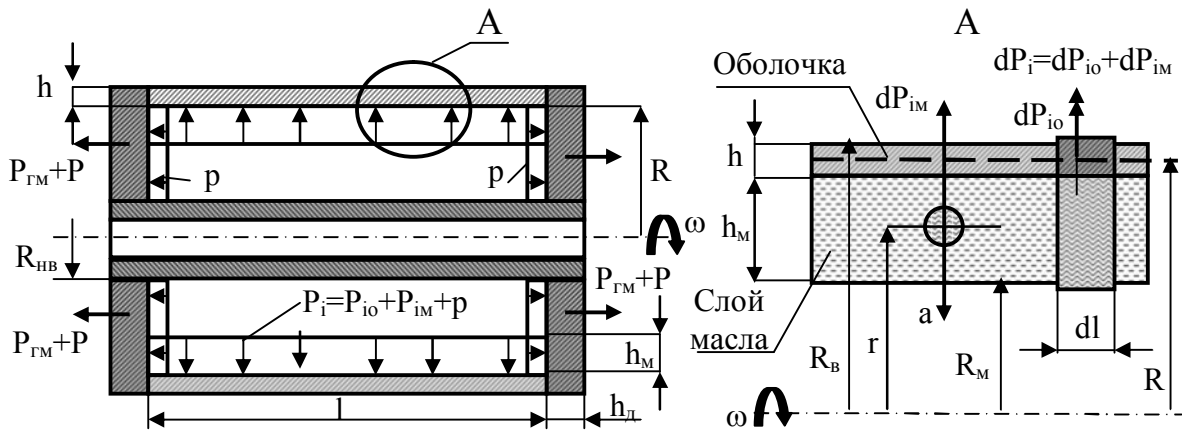


Рис. 1

Ротор испытывает сжатие от механического усилия  $P_3$ , а силы от гидростатического давления и избыточного давления жидкости в роторе, действуя на торцовые диски, растягивают его. Тогда суммарная осевая сила  $N_x$  (Н), действующая на оболочку ротора, определится по формуле:

$$N_x = P_3 - P_{ГМ} - P = P_3 - \frac{\pi \cdot \gamma_{ж} \cdot \omega^2}{4g} \cdot (R_B^2 - R_M^2)^2 - \pi \cdot p \cdot (R_B^2 - R_M^2), \text{ Н.} \quad (2)$$

Зная нагрузки, действующие на ротор, можно, пользуясь известными положениями теории сопротивления материалов, рассчитать толщину его стенки и выбрать способ изготовления.

Большое влияние на расчет ротора оказывает способ его заземления в диске нижнего основания. Возможны разные способы опирания свободного конца ротора на нижнее основание (рис. 2): с жестким заземлением в пазу диска (рис. 1, б), с упором в торец диска (рис. 1, в) и свободное опирание на боковую поверхность диска с установкой резинового уплотняющего кольца (прокладки) между диском и ротором (рис. 1, г). Наиболее эффективным является жесткое заземление свободного конца ротора в пазу диска (рис. 1, б).

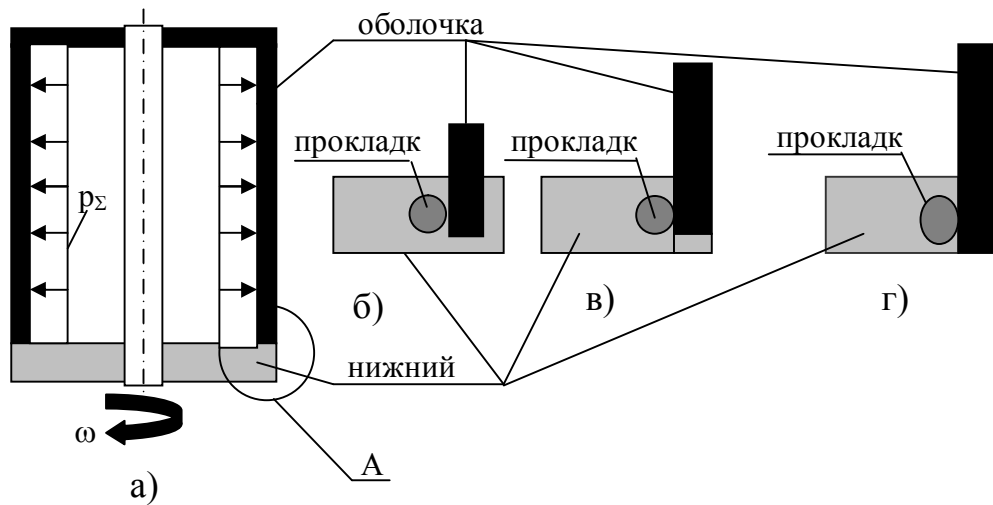


Рис. 2

Получим методику расчета, устанавливающую связь между толщиной стенки ротора  $h$  и величиной прогиба, касательных и нормальных напряжений, возникающих в оболочке ротора под действием внутренних сил и моментов для случая жесткого защемления концов оболочки в торцевых дисках. Далее, пользуясь этой методикой, можно будет находить толщину стенки ротора.

Расчетная схема ротора для этого случая приведена на рис. 3.

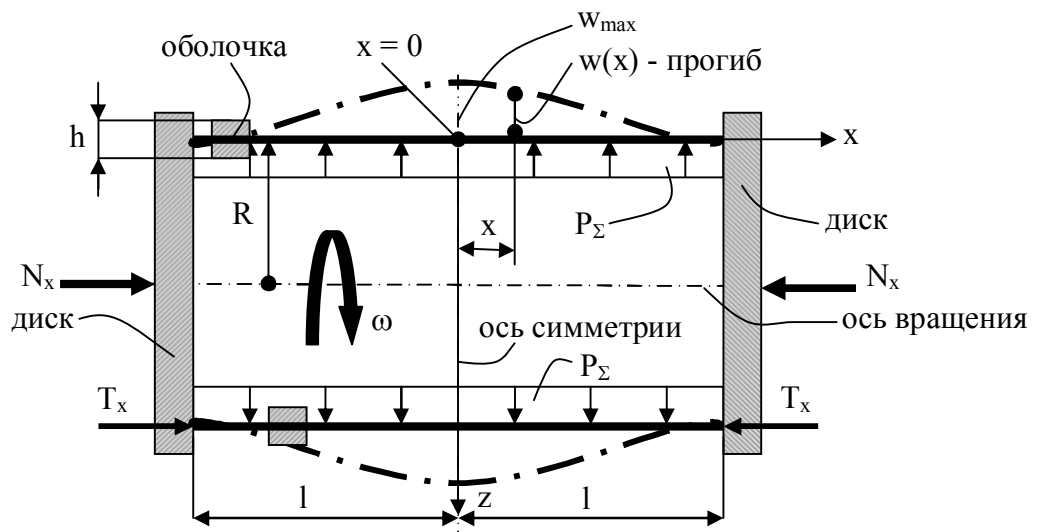


Рис. 3

Толщина стенки ротора должна обеспечивать два условия: допустимую деформацию и деформационную прочность.

Получим выражение для определения деформации (прогиба) оболочки ротора под действием нагрузок – сил  $P_{\Sigma}$  (Н/м<sup>2</sup>) и  $T_x$  (Н/м). Для определения прогиба составим и решим следующее дифференциальное уравнение четвертой степени /2/:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4k^4 w = \frac{P_{\Sigma}}{D} + \frac{\mu_1 T_x}{RD}, \quad (3)$$

где  $w$  - прогиб оболочки, м;  $x$  – текущая координата точки, в которой определяется прогиб, м;  $k$  – коэффициент, 1/м;

$$k = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1 - \mu_1^2)}{R^2 \cdot h^2}}, 1/м, \quad (4)$$

где  $\mu_1$  – коэффициент Пуассона;  $\mu_1 = 0,3$ ;  $P_{\Sigma}$  – равномерно распределенная радиальная нагрузка от давления  $p$ , веса жидкости и веса оболочки, Н/м<sup>2</sup>;  $T_x$  – осевая распределенная нагрузка на оболочку от затяжки оболочки, давления жидкости и избыточного давления  $p$ , Н/м;

$$T_x = \frac{N_x}{2 \cdot \pi \cdot R}, \text{ Н/м}, \quad (5)$$

$D$  – жесткость оболочки, Н·м.

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu_1^2)}, \text{ Н·м}. \quad (6)$$

где  $E$  – модуль упругости первого рода, Па.

Известно /2/, что решение уравнения (3) может быть записано в виде:

$$w(x) = C_1 \cdot \sin(kx) \cdot \text{sh}(kx) + C_2 \cdot \sin(kx) \cdot \text{ch}(kx) + C_3 \cdot \cos(kx) \cdot \text{sh}(kx) + C_4 \cdot \cos(kx) \cdot \text{ch}(kx) + w^*, \text{ м}, \quad (7)$$

где  $w^*$  - частное решение, которое находится в зависимости от закона изменения давления  $P_\Sigma$  и распределенного усилия  $T_x$ , м.

Предполагая, что расчетная модель является симметричной по координате  $x$ , получим выражение для определения частного интеграла:

$$w^* = \frac{1}{4k^4} \left( \frac{P_\Sigma}{D} + \frac{\mu T_x}{RD} \right), \text{ м.}$$

(8)

Найдя выражение для определения частного интеграла  $w^*$ , определив произвольные постоянные  $C_1, C_2, C_3$  и  $C_4$  из условий:  $w(x)$  – четная функция, при  $x = l$ , то есть в месте соединения оболочки с диском, прогиб  $w(x) = 0$  и угол поворота оболочки  $dw/dx = 0$ , и подставив их в уравнение (7), получим конечное выражение для определения прогиба  $w(x)$  в любой точке оболочки:

$$w(x) = \frac{1}{2k^4} \left( \frac{P_\Sigma}{D} + \frac{\mu_1 T_x}{RD} \right) \cdot \left( \frac{\cos(kl) \cdot \text{sh}(kl) - \sin(kl) \cdot \text{ch}(kl)}{\sin(2kl) + \text{sh}(2kl)} \cdot \sin(kx) \cdot \text{sh}(kx) - \frac{\sin(kl) \cdot \text{ch}(kl) + \cos(kl) \cdot \text{sh}(kl)}{\sin(2kl) + \text{sh}(2kl)} \cdot \cos(kx) \cdot \text{ch}(kx) + \frac{1}{2} \right), \text{ м.}$$

(9)

Максимальный прогиб не должен превышать определенной допустимой величины  $[w]$ , так, чтобы выполнялось условие:

$$w_{\max} \leq [w] = \frac{1}{4} h, \text{ м.}$$

(10)

Расчет на прочность заключается в проверке прочности оболочки по нормальным и касательным напряжениям, возникающим в оболочке ротора от действия внутренних сил и моментов, и в определении наиболее опасной точки.

Вначале определим внутренние силы и моменты. Поперечная сила  $Q$ , действующая в оболочке:

$$\begin{aligned}
Q &= D \cdot \frac{d^3 w}{dx^3} = \\
&= \frac{2}{k} \cdot \left( P_{\Sigma} + \frac{\mu_1 T_x}{R} \right) \cdot \left( \frac{\cos(kl) \cdot \operatorname{sh}(kl) \cdot \cos(kx) \cdot \operatorname{sh}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{\sin(kl) \cdot \operatorname{ch}(kl) \cdot \sin(kx) \cdot \operatorname{ch}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} \right), \text{ Н/м},
\end{aligned}
\tag{11}$$

Проверку прочности оболочки по касательным напряжениям, вызванным силой  $Q$ , произведем по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{\max}}{h} \leq [\tau], \text{ МПа}, \tag{12}$$

где  $[\tau]$  – допускаемое касательное напряжение, МПа;  $[\tau] = 60$  МПа по [3].

Изгибающие моменты  $M_x$  и  $M_y$ , действующие в стенке ротора:

$$\begin{aligned}
M_x &= D \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{1}{k^2} \cdot \left( P_{\Sigma} + \frac{\mu_1 T_x}{R} \right) \cdot \left[ \frac{(\cos(kl) \cdot \operatorname{sh}(kl) - \sin(kl) \cdot \operatorname{ch}(kl)) \cdot \cos(kx) \cdot \operatorname{ch}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(\sin(kl) \cdot \operatorname{ch}(kl) + \cos(kl) \cdot \operatorname{sh}(kl)) \cdot \sin(kx) \cdot \operatorname{sh}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} \right], \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}};
\end{aligned}
\tag{13}$$

$$\begin{aligned}
M_y &= \mu_1 \cdot M_x = \frac{\mu_1}{k^2} \cdot \left( P_{\Sigma} + \frac{\mu_1 T_x}{R} \right) \cdot \left[ \frac{(\cos(kl) \cdot \operatorname{sh}(kl) - \sin(kl) \cdot \operatorname{ch}(kl)) \cdot \cos(kx) \cdot \operatorname{ch}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{(\sin(kl) \cdot \operatorname{ch}(kl) + \cos(kl) \cdot \operatorname{sh}(kl)) \cdot \sin(kx) \cdot \operatorname{sh}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} \right], \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}}.
\end{aligned}
\tag{14}$$

Продольная сила  $T_y$  в радиальном сечении оболочки ротора находится по формуле

$$\begin{aligned}
T_y &= \frac{E \cdot h}{R} \cdot \left[ \frac{1}{2k^4} \left( \frac{P_{\Sigma}}{D} + \frac{\mu_1 T_x}{RD} \right) \cdot \left\{ \frac{(\cos(kl) \cdot \operatorname{sh}(kl) - \sin(kl) \cdot \operatorname{ch}(kl)) \cdot \sin(kx) \cdot \operatorname{sh}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{(\sin(kl) \cdot \operatorname{ch}(kl) + \cos(kl) \cdot \operatorname{sh}(kl)) \cdot \cos(kx) \cdot \operatorname{ch}(kx)}{\sin(2kl) + \operatorname{sh}(2kl)} + \frac{1}{2} \right\} \right] - \mu_1 T_x, \frac{\text{Н}}{\text{м}}
\end{aligned}
\tag{15}$$

Произведем проверку прочности ротора на изгиб с использованием определенных нами сил и моментов и найдем наиболее опасную точку. Расчетная схема оболочки ротора для этого случая представлена на рис. 4. Ротор необходимо рассчитать на прочность в четырех характерных опасных

точках (на рис. 4 – 1, 2, 3, 4). Расчет будем выполнять по четвертой теории прочности

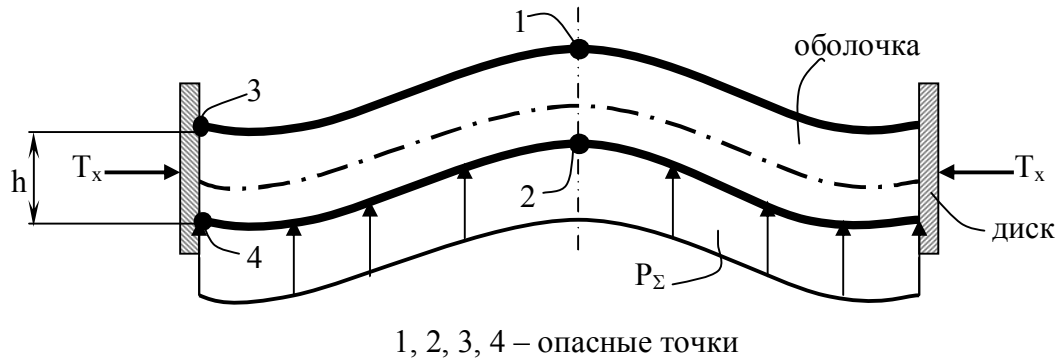


Рис. 4

Эквивалентное напряжение в опасной точке определяется по формуле

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y} \leq [\sigma], \text{ МПа},$$

(16)

где  $\sigma_x$  – напряжение изгиба по оси x, МПа;

$$\sigma_x = \pm \frac{T_x}{h} \pm \frac{6 \cdot M_x}{h^2}, \text{ МПа},$$

(17)

$\sigma_y$  – напряжение изгиба по оси y, МПа;

$$\sigma_y = \pm \frac{T_y}{h} \pm \frac{6 \cdot M_y}{h^2}, \text{ МПа},$$

(18)

$[\sigma]$  - допускаемое напряжение изгиба, МПа;  $[\sigma] = 120$  МПа по /2/.

В формулах (17) и (18), если продольная сила растягивает ротор, то ставим знак «плюс», а если сжимает - то «минус». Подобным же образом выбирается и знак перед второй дробью.

По формулам (16)–(18) определяются напряжения во всех четырех опасных точках и сравниваются с допускаемым. Расчет на прочность удобно выполнять с применением ЭВМ. Таким образом был рассчитан ротор центробежного очистителя. Результаты расчета приведены в табл.1.



Таблица 1

Толщина стенки $h$ , м	0,001	0,0015	0,002	0,0025	0,003	0,004	0,005	0,006	
Допуст. прогиб $[w]=h/4$ , м	0,00025	0,00038	0,0005	0,00063	0,00075	0,001	0,00125	0,0015	
Прогиб $w_{\max}$ , м	0,000029	0,000019	0,000014	0,000012	0,000009	0,000007	0,000006	0,000005	
Касат. напряж. $\tau_{\max}$ , МПа	8,52	6,96	6,02	5,39	4,92	4,26	3,81	3,48	
Нормальн. напряж.	$\sigma_{\text{ЭКВ1}}$ , МПа	103,2	68,8	51,6	41,2	34,4	25,6	20,4	17,1
	$\sigma_{\text{ЭКВ2}}$ , МПа	103,3	68,9	51,7	41,3	34,4	25,9	20,9	17,6
	$\sigma_{\text{ЭКВ3}}$ , МПа	164,5	109,7	82,3	65,8	54,8	41,1	32,9	27,4
	$\sigma_{\text{ЭКВ4}}$ , МПа	40,4	26,9	20,2	16,2	13,5	10,1	8,1	6,7

Из сравнения результатов расчета, приведенных в табл. 1, с допускаемыми напряжениями видно, что условие прочности оболочки по касательным напряжениям при любой толщине стенки ротора (от 1 до 6 мм) выполняется с большим запасом. По напряжениям изгиба оболочка обладает достаточной прочностью и жесткостью уже при толщине стенки  $h \geq 0,0015$  м (1,5 мм). При этом прогиб оболочки не превышает допустимой величины при любом значении толщины стенки.

Таким образом, можно сделать вывод, что оболочка ротора может иметь толщину стенки, не превышающую 1,5...2 мм, и, по сравнению с роторами, имеющими стенку обычной толщины, масса ротора центрифуги

может быть уменьшена в 2...3 раза, а по условиям прочности и жесткости - в четыре раза.

Поэтому, с точки зрения металлоемкости и минимальной массы конструкции, оболочки центробежных очистителей выгоднее выполнять не литыми, а сварными из тонкостенных труб, что не только позволит сэкономить металл, но и удешевит стоимость центрифуги, особенно, если центрифуга изготавливается не серийно, а единично.

Еще один вопрос, который позволяет решить рассмотренная выше методика, это подбор толщины стенки ротора при изготовлении его из неметаллических материалов. Это необходимо, например, при создании комбинированных электроцентробежных очистителей с внешней электризацией ротора, когда для ротора используются полимерные материалы, не обладающие высокой прочностью, но обладающие способностью электризоваться при внешнем воздействии. Применение таких комбинированных центрифуг позволяет повысить тонкость очистки жидкостей, а рассмотренная методика - рассчитать их ротор на прочность.

В целом же вышеизложенная методика является достаточно универсальной и позволяет определить толщину стенки для любого материала, из которого может быть изготовлен ротор центробежного очистителя.

### **Список литературы**

1. Определение нагрузок к расчету на прочность и деформативность роторов центрифуг // Наука и образование – ведущий фактор стратегии «Казахстан – 2030» // Труды Международной научной конф., посвященной 100-летию со дня рождения академика К.И. Сатпаева. – Караганда: КарГТУ, 1999. – С. 390 – 392.

2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - 9-е изд., перераб. - М.: Наука, 1986 – 512 с.

3. Ануриев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. В трех томах, т.1. - 7-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1992.