

УДК 517.368

DOI 10.33514/1694-7851-2024-4/2-439-445

Алымбаев А.Т.

физика-математика илимдеринин доктору

И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети

Бишкек ш.

Asangul1952@gmail.com

Көчөрбаева Б.Э.

ага окутуучу

И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети

Бишкек ш.

bermet88.88@list.ru

Шекербекова Г.Б.

магистрант

И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети

Бишкек ш.

Сыдыкова Р.А.

магистрант

И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети

Бишкек ш.

ҮЧҮНЧҮ ТАРТИПТЕГИ ТУРАКТУУ КОЭФФИЦИЕНТТҮҮ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕНДЕМЕЛЕРДИН СИСТЕМАСЫ ҮЧҮН ЧЕКТИК МАСЕЛЕНИН ЧЫГАРЫЛЫШЫ

Аннотация. Чектик маселелер илим жана техниканын көптөгөн маселелерин изилдөөдө кездешет. Азыркы учурда дифференциалдык теңдемелердин жалпы теориясында чектик маселелер орчунду орунду ээлеп, колдонмо математиканын тез өнүгүүчү разделдеринин бири болуп калды. Чектик маселелердин кеңири жана терең изилденген маселелеринин бири, мезгилдүү чектик маселелер. Мезгилдик чектик маселелердин математикалык моделдери термелүү кыймылын мүнөздөчүү кубулуштарды изилдөөдө кездешип, термелүү кыймылынын теориясын түзөт. Азыркы учурда дифференциалдык теңдемелердин мезгилдик чыгырылыштарынын теориясынын жалпы маселелерине жана ал чыгарылышты тургузуунун аналитикалык, асинтопикалык, сандык жана сапаттык ыкмаларын чагылдырган көптөгөн макала жана адабияттар көп.

Макалада үчүнчү тартиптеги турактуу коэффициенттүү дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн чектик маселе каралып, анын чыгырылышын тургузуу маселени ишке ашырылды. Чектик маселенин, мезгилдик чектик маселеден айырмасы анын чыгарылышынын аналитикалык түрдө сан огуна жайылтууга мүмкүн болбостугу эсептелет... Бул макалада турактуу коэффициенттүү үчүнчү тартиптеги теңдемелердин алтынчы даражадагы алгебралык теңдемеге келтирилген “мүнөздөчүү” теңдемелеринин тамырлары аркылуу жалпы чыгарылышы түзүлүп, чектик шартты канагандырган жекече чыгарылышын бөлүп алуу маселеси каралды. Жекече чыгарылыш Кланердин эрежесинин негизинде табылып, алтынчы тартиптеги сызыктуу алгебралык теңдемелердин системасын тургузуу маселесине келтирилип көрсөтүлдү. Чектик маселенин так жана жакындаштырылган чыгарылыштарынын айырмасы аныкталды.

Негизги сөздөр. Үчүнчү тартиптеги теңдеме, теңдемелердин системасы, чектик маселе, турактуу коэффициенттүү дифференциалдык теңдеме, так жана жакындаштырылган чыгарылыш, айырманын ченинин өлчөмү.

Алымбаев А.Т.

доктор физико-математических наук

Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева

г. Бишкек

Asangul1952@gmail.com

Көчөрбаева Б.Э.

старший преподаватель

Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева

г. Бишкек

bermet88.88@list.ru

Шекербекова Г.Б.

аспирант

Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева

г. Бишкек

Сыдыкова Р.А.

аспирант

Кыргызский государственный университет имени И. Арабаева

г. Бишкек

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПОСТОЯННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Аннотация. Краевые задачи встречаются во многих областях науки и техники. Настоящее время краевые задачи являясь быстро развивающийся разделом прикладной математики, играет важной роли в общей теории дифференциальных уравнений.

Периодические краевые задачи является более исследованной задачей, среди краевых задач. Математическая модель периодической краевой задачи, описывает колебательные процессы и образует общей теории колебаний. В настоящее время посвящены многочисленные работы теории периодических решений дифференциальных уравнений и разработаны аналитические, асимптотические, численные и численно-аналитические методы.

В статье рассматривается краевая задача для системы дифференциальных уравнений третьего порядка с постоянными коэффициентами, а также рассмотрены вопросы построения решений краевых задач. Существенная разница краевой задачи от периодической краевой задачи является невозможности его решения аналитически продолжиться на всю числовую ось. В работе решение систем дифференциальных уравнений третьего порядка, построено корнями характеристического уравнения шестой степени и рассмотрены вопросы выделения частных решений из общего решения удовлетворяющий краевым условиям задачи. Частное решение краевой задачи построено и сведено к решению линейного алгебраического уравнения согласно алгоритму метода Кланера. Оценены величины разности между точным и приближенным решениями краевой задачи.

Ключевые слова. Уравнение 3-го порядка, система уравнений, краевая задача, дифференциальная уравнения с постоянными коэффициентами, точное и приближенное решения, величина разности оценки.

Alymbaev A.T.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences
Kyrgyz State University named after I. Arbaev
Bishkek c.

Asangul1952@gmail.com

Kochorbaeva B.E.

senior lecturer
Kyrgyz State University named after I. Arbaev
Bishkek c.

bermet88.88@list.ru

Shekerbekova G.B.

postgraduate student
Kyrgyz State University named after I. Arbaev
Bishkek c.

Sydykova R.A.

graduate student
Kyrgyz State University named after I. Arbaev
Bishkek c.

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH A CONSTANT COEFFICIENT OF THE THIRD ORDER

Annotation. Boundary value problems occur in many fields of science and technology. Currently, boundary value problems, being a rapidly developing branch of applied mathematics, play an important role in the general theory of differential equations.

Periodic boundary value problems are a more studied problem in the environment of boundary value problems. A mathematical model of a periodic boundary value problem describes oscillatory processes and forms a general theory of oscillations. Currently, numerous works have been devoted to the theory of periodic solutions of differential equations and analytical, asymptotic, numerical and numerical-analytical methods have been developed.

The article considers a boundary value problem for a system of third order differential equations with constant coefficients, and also considers the issues of constructing solutions to boundary value problems. A significant difference between a boundary value problem and a periodic boundary value problem is the impossibility of solving it analytically and extending it to the entire numerical axis. In the work, the solution of systems of third-order differential equations is constructed by the roots of the characteristic equation of the sixth degree and the question of ways to isolate particular solutions from the general solution that satisfies the boundary conditions of the problem is considered. A particular solution to the boundary value problem is constructed and reduced to the solution of a linear algebraic equation according to the Klaner method algorithm. The magnitude of the difference between the interexact and approximate solutions of the boundary value problem is estimated.

Key words. 3rd order equation, system of equations, boundary value problem, differential equation with constant coefficients, exact and approximate solutions, estimate of the value of the estimate difference.

Үчүнчү тартиптеги турактуу коэффициенттүү теңдемелердин системасын карайлы

$$a_{11} \frac{d^3 x}{dt^3} + a_{12} \frac{d^3 y}{dt^3} + a_{13} \frac{d^2 x}{dt^2} + a_{14} \frac{d^2 y}{dt^2} + a_{15} \frac{dx}{dt} + a_{16} \frac{dy}{dt} + a_{17} x + a_{18} y = 0$$

$$a_{21} \frac{d^3 x}{dt^3} + a_{22} \frac{d^3 y}{dt^3} + a_{23} \frac{d^2 x}{dt^2} + a_{24} \frac{d^2 y}{dt^2} + a_{25} \frac{dx}{dt} + a_{26} \frac{dy}{dt} + a_{27} x + a_{28} y = 0, \quad (1)$$

мында $a_{ij} (i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ – турактуу заттык сандар.

(1) системанын чыгарылышын $x = \alpha e^{\lambda t}, y = \beta e^{\lambda t}$ түрүндө издейбиз, мында α, β, λ – белгисиз тандалып алынуучу сандар

$$x = \alpha e^{\lambda t}, \quad x' = \alpha \lambda e^{\lambda t}, \quad x'' = \alpha \lambda^2 e^{\lambda t}, \quad x''' = \alpha \lambda^3 e^{\lambda t},$$

$$y = \beta e^{\lambda t}, \quad y' = \beta \lambda e^{\lambda t}, \quad y'' = \beta \lambda^2 e^{\lambda t}, \quad y''' = \beta \lambda^3 e^{\lambda t} \quad (2)$$

экендигин эске алып, (1) системадан α жана β карата теңдемелердин системасын алабыз

$$(a_{11} \lambda^3 + a_{13} \lambda^2 + a_{15} \lambda + a_{17}) \alpha + (a_{12} \lambda^3 + a_{14} \lambda^2 + a_{16} \lambda + a_{18}) \beta = 0,$$

$$(a_{21} \lambda^3 + a_{23} \lambda^2 + a_{25} \lambda + a_{27}) \alpha + (a_{22} \lambda^3 + a_{24} \lambda^2 + a_{26} \lambda + a_{28}) \beta = 0. \quad (3)$$

Система (3) α жана β чоңдуктарына карата нөлдүк эмес чыгарылышка ээ болот, эгерде аныктагыч

$$\begin{vmatrix} a_{11} \lambda^3 + a_{13} \lambda^2 + a_{15} \lambda + a_{17} & a_{12} \lambda^3 + a_{14} \lambda^2 + a_{16} \lambda + a_{18} \\ a_{21} \lambda^3 + a_{23} \lambda^2 + a_{25} \lambda + a_{27} & a_{22} \lambda^3 + a_{24} \lambda^2 + a_{26} \lambda + a_{28} \end{vmatrix} = 0$$

Мындан

$$(a_{11} \lambda^3 + a_{13} \lambda^2 + a_{15} \lambda + a_{17})(a_{22} \lambda^3 + a_{24} \lambda^2 + a_{26} \lambda + a_{28}) - (a_{12} \lambda^3 + a_{14} \lambda^2 + a_{16} \lambda + a_{18})(a_{21} \lambda^3 + a_{23} \lambda^2 + a_{25} \lambda + a_{27}) = 0.$$

Бул барабардыктын оң жагын λ -нын даражаларына карата топтоштуруп (1) системанын мүнөздөөчү теңдемесин алабыз.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \lambda^6 + \left(\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \right) \lambda^5 + \left(\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{25} & a_{26} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{25} & a_{26} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{17} & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{25} & a_{26} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{17} & a_{18} \\ a_{25} & a_{26} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{27} & a_{28} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{27} & a_{28} \end{vmatrix} \right) \lambda^4 + \begin{vmatrix} a_{15} & a_{16} \\ a_{27} & a_{28} \end{vmatrix} = 0.$$

Мүнөздөөчү (4) теңдеменин тамырларын $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ (3) системага коебуз.

$$(a_{11} \lambda_i^3 + a_{13} \lambda_i^2 + a_{15} \lambda_i + a_{16}) \alpha_i + (a_{12} \lambda_i^3 + a_{14} \lambda_i^2 + a_{16} \lambda_i + a_{18}) \beta_i = 0,$$

$$(a_{21} \lambda_i^3 + a_{23} \lambda_i^2 + a_{25} \lambda_i + a_{27}) \lambda_i + (a_{22} \lambda_i^3 + a_{24} \lambda_i^2 + a_{26} \lambda_i + a_{28}) \beta_i = 0. \quad (5)$$

$i = 1, 6$

Мүнөздөөчү теңдеменин тамырларынын $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ жана өздүк маанилердин $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, \beta_6$, негизинде (1) системанын фундаменталдык чыгарылыштарынын системасын жазабыз:

$$x_1 = \alpha_1 e^{\lambda_1 t}, x_2 = \alpha_2 e^{\lambda_2 t}, x_3 = \alpha_3 e^{\lambda_3 t}, x_4 = \alpha_4 e^{\lambda_4 t}, x_5 = \alpha_5 e^{\lambda_5 t}, x_6 = \alpha_6 e^{\lambda_6 t}$$

$$y_1 = \beta_1 e^{\lambda_1 t}, y_2 = \beta_2 e^{\lambda_2 t}, y_3 = \beta_3 e^{\lambda_3 t}, y_4 = \beta_4 e^{\lambda_4 t}, y_5 = \beta_5 e^{\lambda_5 t}, y_6 = \beta_6 e^{\lambda_6 t}$$

Фундаменталдык чыгарылыштардын системасын эске алып (1) системанын жалпы чыгарылышын жазабыз.

$$\begin{aligned}
 x(t) &= c_{11}\alpha_1 e^{\lambda_1 t} + c_{12}\alpha_2 e^{\lambda_2 t} + c_{13}\alpha_3 e^{\lambda_3 t} + c_{14}\alpha_4 e^{\lambda_4 t} + c_{15}\alpha_5 e^{\lambda_5 t} + c_{16}\alpha_6 e^{\lambda_6 t}, \\
 y(t) &= c_{21}\beta_1 e^{\lambda_1 t} + c_{22}\beta_2 e^{\lambda_2 t} + c_{23}\beta_3 e^{\lambda_3 t} + c_{24}\beta_4 e^{\lambda_4 t} + c_{25}\beta_5 e^{\lambda_5 t} + c_{26}\beta_6 e^{\lambda_6 t} \quad (6)
 \end{aligned}$$

(1) система үчүн төмөндөгүдөй чектик шартты карайлы

$$x(t_1) = x_1, x(t_2) = x_2, x(t_3) = x_3, x(t_4) = x_4, x(t_5) = x_5, x(t_6) = x_6, \quad (7)$$

$$y(t_1) = y_1, y(t_2) = y_2, y(t_3) = y_3, y(t_4) = y_4, y(t_5) = y_5, y(t_6) = y_6 \quad (8)$$

мында x_i жана y_i ($i=1,6$) берилген заттык сандар. (6) жалпы бөлүп алуу маселесин карайлы.

(7),(8) чектик шартты эске алып, теңдемелердин системасын түзөбүз

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 e^{\lambda_1 t_1} c_{11} + \alpha_2 e^{\lambda_2 t_1} c_{12} + \alpha_3 e^{\lambda_3 t_1} c_{13} + \alpha_4 e^{\lambda_4 t_1} c_{14} + \alpha_5 e^{\lambda_5 t_1} c_{15} + \alpha_6 e^{\lambda_6 t_1} c_{16} &= x_1 \\
 \alpha_1 e^{\lambda_1 t_2} c_{11} + \alpha_2 e^{\lambda_2 t_2} c_{12} + \alpha_3 e^{\lambda_3 t_2} c_{13} + \alpha_4 e^{\lambda_4 t_2} c_{14} + \alpha_5 e^{\lambda_5 t_2} c_{15} + \alpha_6 e^{\lambda_6 t_2} c_{16} &= x_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dots\dots\dots \\
 \alpha_1 e^{\lambda_1 t_6} c_{11} + \alpha_2 e^{\lambda_2 t_6} c_{12} + \alpha_3 e^{\lambda_3 t_6} c_{13} + \alpha_4 e^{\lambda_4 t_6} c_{14} + \alpha_5 e^{\lambda_5 t_6} c_{15} + \alpha_6 e^{\lambda_6 t_6} c_{16} &= x_6 \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\beta_1 e^{\lambda_1 t_1} c_{21} + \beta_2 e^{\lambda_2 t_1} c_{22} + \beta_3 e^{\lambda_3 t_1} c_{23} + \beta_4 e^{\lambda_4 t_1} c_{24} + \beta_5 e^{\lambda_5 t_1} c_{25} + \beta_6 e^{\lambda_6 t_1} c_{26} = y_1$$

$$\beta_1 e^{\lambda_1 t_2} c_{21} + \beta_2 e^{\lambda_2 t_2} c_{22} + \beta_3 e^{\lambda_3 t_2} c_{23} + \beta_4 e^{\lambda_4 t_2} c_{24} + \beta_5 e^{\lambda_5 t_2} c_{25} + \beta_6 e^{\lambda_6 t_2} c_{26} = y_2$$

$$\begin{aligned}
 \dots\dots\dots \\
 \beta_1 e^{\lambda_1 t_6} c_{21} + \beta_2 e^{\lambda_2 t_6} c_{22} + \beta_3 e^{\lambda_3 t_6} c_{23} + \beta_4 e^{\lambda_4 t_6} c_{24} + \beta_5 e^{\lambda_5 t_6} c_{25} + \beta_6 e^{\lambda_6 t_6} c_{26} &= y_6 \quad (10)
 \end{aligned}$$

Аныктагычтарды түзөбүз

$$\Delta^1 = \begin{vmatrix} \alpha_1 e^{\lambda_1 t_1} & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_1} & \dots & \alpha_6 e^{\lambda_6 t_1} \\ \alpha_1 e^{\lambda_1 t_2} & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_2} & \dots & \alpha_6 e^{\lambda_6 t_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_1 e^{\lambda_1 t_6} & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_6} & \dots & \alpha_6 e^{\lambda_6 t_6} \end{vmatrix},$$

$$\Delta^1_1 = \begin{vmatrix} x_1 & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_1} & \dots & \alpha_6 e^{\lambda_6 t_1} \\ x_2 & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_2} & \dots & \alpha_6 e^{\lambda_6 t_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_6 & \alpha_1 e^{\lambda_1 t_6} & \dots & \alpha_6 e^{\lambda_6 t_6} \end{vmatrix}, \dots, \Delta^1_6 = \begin{vmatrix} \alpha_1 e^{\lambda_1 t_1} & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_1} & \dots & x_1 \\ \alpha_1 e^{\lambda_1 t_2} & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_2} & \dots & x_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_1 e^{\lambda_1 t_6} & \alpha_2 e^{\lambda_2 t_6} & \dots & x_6 \end{vmatrix}. \quad (11)$$

$$c_{11} = \frac{\Delta^1_1}{\Delta^1}, \quad c_{12} = \frac{\Delta^1_2}{\Delta^1}, \dots, c_{16} = \frac{\Delta^1_6}{\Delta^1}.$$

$$\Delta^2 = \begin{vmatrix} \beta_1 e^{\lambda_1 t_1} & \beta_2 e^{\lambda_2 t_1} & \dots & \beta_6 e^{\lambda_6 t_1} \\ \beta_1 e^{\lambda_1 t_2} & \beta_2 e^{\lambda_2 t_2} & \dots & \beta_6 e^{\lambda_6 t_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_1 e^{\lambda_1 t_6} & \beta_2 e^{\lambda_2 t_6} & \dots & \beta_6 e^{\lambda_6 t_6} \end{vmatrix},$$

$$\Delta^2_1 = \begin{vmatrix} y_1 & \beta_2 e^{\lambda_2 t_1} & \dots & \beta_6 e^{\lambda_6 t_1} \\ y_2 & \beta_2 e^{\lambda_2 t_2} & \dots & \beta_6 e^{\lambda_6 t_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_6 & \beta_1 e^{\lambda_1 t_6} & \dots & \beta_6 e^{\lambda_6 t_6} \end{vmatrix}, \dots, \Delta^2_6 = \begin{vmatrix} \beta_1 e^{\lambda_1 t_1} & \beta_2 e^{\lambda_2 t_1} & \dots & y_1 \\ \beta_1 e^{\lambda_1 t_2} & \beta_2 e^{\lambda_2 t_2} & \dots & y_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_1 e^{\lambda_1 t_6} & \beta_2 e^{\lambda_2 t_6} & \dots & y_6 \end{vmatrix}.$$

$$c_{21} = \frac{\Delta^2_1}{\Delta^2}, \quad c_{22} = \frac{\Delta^2_2}{\Delta^2}, \dots, c_{26} = \frac{\Delta^2_6}{\Delta^2}.$$

(12)

(11),(12) турактууларды (6) коюуп, (1),(7),(8) чектик маселенин чыгарылыштарын алабыз. Чектик маселенин чыгарылыштарын табуудагы негизги проблема болуп, (4) мүнөздөөчү теңдеменин тамырларын табуу болуп $\lambda_1^0, \lambda_2^0, \lambda_3^0, \lambda_4^0, \lambda_5^0, \lambda_6^0$ (4) мүнөздөөчү теңдеменин тамырларынын жакындаштырылган маанилери болсун.

Анда

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= \bar{c}_{11} \bar{\alpha}_1 e^{\bar{\lambda}_1 t} + \bar{c}_{12} \bar{\alpha}_2 e^{\bar{\lambda}_2 t} + \bar{c}_{13} \bar{\alpha}_3 e^{\bar{\lambda}_3 t} + \bar{c}_{14} \bar{\alpha}_4 e^{\bar{\lambda}_4 t} + \bar{c}_{15} \bar{\alpha}_5 e^{\bar{\lambda}_5 t} + \bar{c}_{16} \bar{\alpha}_6 e^{\bar{\lambda}_6 t}, \\ \bar{y}(t) &= \bar{c}_{21} \bar{\beta}_1 e^{\bar{\lambda}_1 t} + \bar{c}_{22} \bar{\beta}_2 e^{\bar{\lambda}_2 t} + \bar{c}_{23} \bar{\beta}_3 e^{\bar{\lambda}_3 t} + \bar{c}_{24} \bar{\beta}_4 e^{\bar{\lambda}_4 t} + \bar{c}_{25} \bar{\beta}_5 e^{\bar{\lambda}_5 t} + \bar{c}_{26} \bar{\beta}_6 e^{\bar{\lambda}_6 t}, \end{aligned} \quad (13)$$

(1),(7),(8) чектик маселенин жакындаштырылган чыгарылышы болот.

$$r_{ij}^1 = \max_{ij}(c_{ij}\alpha_i, c_{ij}\bar{\alpha}_i), \quad r_{ij}^2 = \max_{ij}(\bar{c}_{ij}\beta_i, \bar{c}_{ij}\bar{\beta}_i),$$

анда так жана жакындаштырылган чыгарылыштардын айырмасынын өлчөмү төмөндөгүдөй чектөөнүн негизинде аныкталат:

$$|x(t) - \bar{x}(t)| \leq |r_{11}^1|(1 - e^{-\varepsilon_1 t}) + |r_{12}^1|(1 - e^{-\varepsilon_2 t}) + |r_{13}^1|(1 - e^{-\varepsilon_3 t}) + |r_{14}^1|(1 - e^{-\varepsilon_4 t}) + |r_{15}^1|(1 - e^{-\varepsilon_5 t}) + |r_{16}^1|(1 - e^{-\varepsilon_6 t}),$$

$$|y(t) - \bar{y}(t)| \leq |r_{21}^2|(1 - e^{-\varepsilon_1 t}) + |r_{22}^2|(1 - e^{-\varepsilon_2 t}) + |r_{23}^2|(1 - e^{-\varepsilon_3 t}) + |r_{24}^2|(1 - e^{-\varepsilon_4 t}) + |r_{25}^2|(1 - e^{-\varepsilon_5 t}) + |r_{26}^2|(1 - e^{-\varepsilon_6 t}),$$

мында $\varepsilon_i = |\lambda_i - \bar{\lambda}_i|$.

(1) системанын жекече учурун карайлы

$$\frac{d^3 t}{dt^3} = a_{11}x + a_{12}y, \quad (14)$$

$$\frac{d^3 t}{dt^3} = a_{11}x + a_{12}y,$$

(13) теңдеменин мүнөздөөчү теңдемеси

$$\lambda^6 - (a_{11} + a_{22})\lambda^3 - a_{12}a_{21} = 0, \quad (15)$$

$t = \lambda^3$ белгилөөнүн натыйжасында төмөндөгүдөй квадраттык теңдемеге келтирилет

$$t^2 - (a_{11} + a_{22})t - a_{12}a_{21} = 0.$$

Мындан

$$t_1 = \frac{a_{11} + a_{22} + \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}}{2}, \quad t_2 = \frac{a_{11} + a_{22} - \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}}{2}$$

$$\lambda^3 - t_1 = \lambda^3 - \sqrt[3]{t_1^3} = (\lambda - \sqrt[3]{t_1}) \left(\lambda^2 + \sqrt[3]{t_1} \lambda + \sqrt[3]{t_1^2} \right) = 0$$

Мындан

$$\lambda_1 = \sqrt[3]{t_1}, \quad \lambda_{2,3} = \frac{-\sqrt[3]{t_1} \pm \sqrt{\left(\sqrt[3]{t_1^2}\right)^2 - 4\sqrt[3]{t_1^2}}}{2} = \frac{-\sqrt[3]{t_1} \pm i \sqrt{3\sqrt[3]{t_1^2}}}{2} \quad (16)$$

$$\lambda^3 - t_2 = \lambda^3 - \sqrt[3]{t_2^3} = (\lambda - \sqrt[3]{t_2}) \left(\lambda^2 + \sqrt[3]{t_2} \lambda + \sqrt[3]{t_2^2} \right) = 0,$$

Мындан

$$\lambda_4 = \sqrt[3]{t_2}, \quad \lambda_{5,6} = \frac{-\sqrt[3]{t_2} \pm \sqrt{\left(\sqrt[3]{t_2^2}\right)^2 - 4\sqrt[3]{t_2^2}}}{2} = \frac{-\sqrt[3]{t_2} \pm i \sqrt{3\sqrt[3]{t_2^2}}}{2} \quad (17)$$

(16),(17) туюнтмалардын негизинде табылган тамырларды (6) формулага коюп (14),(7),(8) чектик маселенин чыгарылышын алабыз.

Турактуу коэффициенттүү дифференциалдык теңдемелерди жана алардын системаларын изилдөө негизинен Кошинин маселерин изилдөөгө арналган [1,2,3,4]. Ал эми чектик маселелердин чыгарылыштары үчүн изилдөөлөрдүн жана адабияттардын саны Кошинин маселелерине салыштырмалуу аз санда [5,6].

Адабияттар.

1. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.:Наука, 1966, – С. 331.
2. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – М. : Высшая школа, 1963, – 546с.
3. Стеланов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Высшая школа, 1958, – 427с.
4. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высшая школа, 1991, – 303с.
5. Самойленко А.Н., Ронто Н.И. Численно- аналитические методы исследование краевых задач. – Киев: Наукова думка, 1986, – 220с.
6. Алымбаев А.Т. Численные, численно – аналитические и асимптотические методы исследование краевых задач. – Бишкек : Издательство КНУ, 2015, – 205с.
7. Алымбаев А.Т. Об одном численно-аналитическом методе исследования периодической краевой задачи с ускоренной сходимости // Вестник Кыргызского государственного университета им И. Арабаева. – 2014, №3. – С.278-282.

**Рецензент: физика-математика илимдеринин кандидаты, профессордун м.а
Асанова Ж.К.**