УДК 378.1: 517.1
DOI 10.33514/1694-7851-2024-4/2-368-375

**Тойбаева М. Н.**
магистрант
И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
**Абдыракманова Г. С.**
магистрант
И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.
**Мырзалиева М. К.**
магистрант
И.Арабаев атындагы Кыргыз мамлекеттик университети
Бишкек ш.

# ПРЕДМЕТ АРАЛЫК БАЙЛАНЫШТАР АРКЫЛУУ МАТЕМАТИКАЛЫК АНАЛИЗДИ ОКУТУУ

**Аннотация:** Макалада математикалык анализди окутууда предмет аралык байланыштын маанилүүлүгү каралган. Предмет аралык байланыштарды туура колдонуу үчүн ролдор жана факторлор аныкталган, бул материалды өздөштүрүүнү жакшыртууга жана студенттердин предметке болгон кызыгуусун стимулдаштырууга мүмкүндүк берет. Макала ошондой эле билим берүү процессин жакшыртуу үчүн предмет аралык байланыштарды туура колдонуу маанилүүлүгүн баса белгилейт. Математикалык анализ, негизги дисциплина катары, башка илимдер менен тыгыз байланышта. Физикалык маселелерди чыгаруунун жана геометриялык фигуралардын аянттарын жана көлөмдөрүн эсептөөнүн мисалдары берилген, бул аныкталган интегралды колдонуу аркылуу жасалган. Бул мисалдар студенттерге математикалык теоремалардын практикалык колдонулушун көрүүгө жардам берет, билим алууга болгон мотивацияны жакшыртат жана көз караштарын кеңейтет. Бул мисалдар математикалык анализдин башка предметтердеги, мисалы, физика жана геометриядагы практикалык колдонулушун көрсөтүп, студенттерге теориялык концепцияларды алардын практикалык маанисине карата жакшыраак түшүнүүгө жардам берет. Макалада дисциплиналар аралык байланыштарды колдонуу критикалык ойлонуу жөндөмдөрүн өнүктүрүү үчүн маанилүү экени баса белгиленет, ошондой эле ар кандай илим тармактарынан билимдерди талдоо жана интеграциялоо көндүмдөрүн формалаштырат. Ошондой эле, предмет аралык байланыштар материалды гармониялуу жана комплекстүү кабыл алууга жардам берээрин жана студенттерди ар кандай илим тармактарынан билимдерди интеграциялоону талап кылган татаал маселелерди чечүүгө даярдай турганын баса белгилейт.

**Негизги сөздөр:** Математикалык анализ, физика, предмет аралык байланыш, декарттын жалбырагы, аянт, көлөм, полярдык, циссоид, интеграл, геометрия, аныкталган интеграл.

**Тойбаева М. Н.**
магистрант

Кыргызский государственный университет имени И.Арабаева
г. Бишкек
**Абдыракманова Г. С.**
магистрант
Кыргызский государственный университет имени И.Арабаева
г. Бишкек
**Мырзалиева М. К.**
магистрант
Кыргызский государственный университет имени И.Арабаева
г. Бишкек

# ПРЕПОДАВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЧЕРЕЗ МЕЖПРЕДМЕТНЫЕ СВЯЗИ

**Аннотация:** В статье рассматривается важность междисциплинарного подхода в обучении математическому анализу. Определены роли и факторы, способствующие правильному использованию межпредметных связей, что позволяет улучшить усвоение материала и стимулировать интерес студентов к предмету. Статья также подчеркивает важность правильного использования межпредметных связей для улучшения учебного процесса. Математический анализ, будучи фундаментальной дисциплиной, тесно связан с другими областями науки. Представлены примеры решения физических задач, а также вычисления площадей и объемов геометрических фигур с использованием определенного интеграла. Эти примеры помогают студентам увидеть практическое применение математических теорем, улучшая мотивацию к учебе и расширяя кругозор. Эти примеры демонстрируют практическое применение математического анализа в других дисциплинах, таких как физика и геометрия, что помогает студентам лучше понять теоретические концепции через их практическую значимость. В статье подчеркивается важность применения межпредметных связей для развития критического мышления, а также формирования навыков анализа и интеграции знаний из разных областей науки. Также подчеркивается, что межпредметный подход способствует более гармоничному и комплексному восприятию учебного материала, а также готовит студентов к решению сложных задач, требующих интеграции знаний из разных областей науки.

**Ключевые слова:** Математический анализ, физика, межпредметные связи, листья декарта, площадь, объем, поляр, циссоида, интеграл, геометрия.

**Toiybaeva M.N.**
Master's student
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.
**Abdyrakmanova G.S.**
Master's student
Kyrgyz State University named after I. Arabaev
Bishkek c.
**Myrzalieva M.K.**
Master's student
Kyrgyz State University named after I. Arabaev

Bishkek c.

# TEACHING MATHEMATICAL ANALYSIS THROUGH INTER-SUBJECT CONNECTIONS

**Abstract:** The article discusses the importance of an interdisciplinary approach in teaching mathematical analysis. It defines the roles and factors that contribute to the correct use of cross-disciplinary connections, which helps improve the comprehension of material and stimulate students' interest in the subject. The article also emphasizes the importance of proper use of interdisciplinary links to enhance the learning process. Mathematical analysis, being a fundamental discipline, is closely, related to other fields of science. Examples of solving physical problems, as well as calculating areas and volumes of geometric figures using definite integrals, are, presented. These examples help students see the practical application of mathematical theorems, improving motivation to study and broadening their horizons. These examples demonstrate the practical application of mathematical analysis in other disciplines, such as physics and geometry, which helps students, better; understand theoretical concepts through their practical significance. The article highlights the importance of applying interdisciplinary links for the development of critical thinking, as well as the formation of skills for analyzing and integrating knowledge from different scientific fields. It also stresses that the interdisciplinary approach contributes to a more harmonious and comprehensive perception of the study material, preparing students to solve complex problems requiring the integration of knowledge from different areas of science.

**Keywords:** Mathematical analysis, physics, interdisciplinary connections, Cartesian leaves, area, volume, polar, cissoid, integral, geometry.

Кыргыз Республикасынын «Билим берүү жөнүндөгү» законунда жана башка нормативдик документтердин талаптарында, жаңы окуу планына ылайык окуу китептерин кайра карап чыгуу, алардын илимий деңгээлин көтөрүү, материалдын жеткиликтүүлүгүн, практикалык багытын, предметтер аралык байланышты камсыз кылуу маселеси каралган. Окуу предметинин негизин үйрөтүүдө илимий түшүнүктөрдүн, курстун багыттоочу идеяларынын, принциптеринин мазмунун ачуу, окуучуларда илимий көз караштьы, дүйнөнүн жалпы илимий сүрөттөлүшүн калыптандыруу белгиленген.

Математикалык анализ курсун окуп үйрөнүүдө предмет аралык байланышты колдонуу терең билим алууга, илимий түшүнүктөрдүн бүтүндүктө калыптануусуна, илимий ой жүгүртүүгө, жаратылыштагы жана коомдогу көрүнүштөрдүн тыгыз байланышы жөнүндө терең билим берет. Ошондой эле студенттердин билим денгээлин көтөрүп, логикалык ой жүгүртүүсүн, чыгармачылык шыгын арттыруу менен алардын окуу материалды өздөштүрүүсүнө жардамы өтө чон. Ар бир түшүнүктүн маңызы көптөгөн талдоолор, сын пикирлер аркылуу ачылат жана мындай түшүнүктүн маңызы башка түшүнүктөрдүн жыйынтыктары менен байланышта болгондугу белгилүү. Ошондуктан, ар бир түшүнүктү өзүнчө бөлүп кароо мүмкүн эмес, себеби аларды жалпы бир система катары кароо керек. Жогоркулардын негизинде предмет аралык байланыштын мааниси терең экендигин дагы бир жолу белгилей кетсек болот.

Предмет аралык байланыш – жалпы окуу процессин жана анын бардык функциясын өркүндөтүүнүн дидактикалык шарты. Анын мазмунуна тектеш окуу предметтердин материалдарын координациялоо, окуу материалынын илимий жана прикладдык деңгээлин көтөрүү, билим алуучулардын билимдерин системалаштыруу, жалпыланган окуу көнүмүштөрүнө ээ кылуу, акырында ар тараптан өнүккөн инсанды калыптандыруу ж.б. кирет [1, 34б.].

Окутуучу өз сабагын өтүп жаткан учурда предмет аралык байланыштын ар түрдүү формасын колдонууга толук мүмкүнчүлүгү бар. Бирок мындай тандоо эң биринчиден окутуучунун окутуу ишмердүүлүгүнө тоскоол болбой, тескерисинче анын ишине көмөктөшүп, окутууну уюштуруунун дидактикалык шарты болуш керек. Предмет аралык байланыш тууралуу жакшы даярдалган материалдар болгон учурда гана окутуучу сабактын планын түзүүдө анын эффективдүү колдонуусун пландаштыра алат.

Предмет аралык байланышты туура колдонуунун төмөндөгүдөй факторлору бар [2, 46б.]:

- окутуучу – предметниктердин тыгыз карым катнашы;
- жалпы маселелерди жамаат менен чечүү, ошондой эле кандайдыр бир ишти алып барууда студенттерге бирдей талап коюу;
- табигый илим математика багытындагы окутуучулардын методикалык жактан бирге иштөөсү;
- башка предметти окуткан окутуучулар менен бирге методикалык бирикмелерди чогуу өткөрүү;

Математикалык анализ предметинин башка предметтер менен байланышынын ролу төмөнкүлөр:

- илимдин өсүп өнүгүүсүнө тоскоол болгон себептерди аныктоого;
- математикалык, физикалык жана башка кубулуштардын ортосундагы байланыштарды ачууга;
- башка илимдерде математикалык кубулуштарды колдонуусу жана өзүн-өзү көрсөтүүсү;
- башка предметтерди окуп үйрөнүүдө кабыл алынган билимдерди туура колдонуусу;
- студенттердин алган билимдерин практикалык ишмердүүлүктө колдонуусу.

Предмет аралык байланышты колдонуу студенттердин билим-деңгээлин түшүрбөстөн, тескерисинче кызыкчылыгын арттыруу менен математикалык анализ боюнча предметтик компетенциясын калыптандырат.

Предмет аралык байланышты колдонууда студенттердин чыгармачылык ой жүгүртүүсү да өсүп өнүгөт. Бир илимдин башка илимдер менен тыгыз байланышуунун натыйжасында ар бир илимдин агымын терең өздөштүрүү процесси жүрөт.

**Мисал 1:** Декарттын жалбырагынын аянтын тапкыла $x^3 + y^3 - 3axy = 0.$ [4, 68б.].

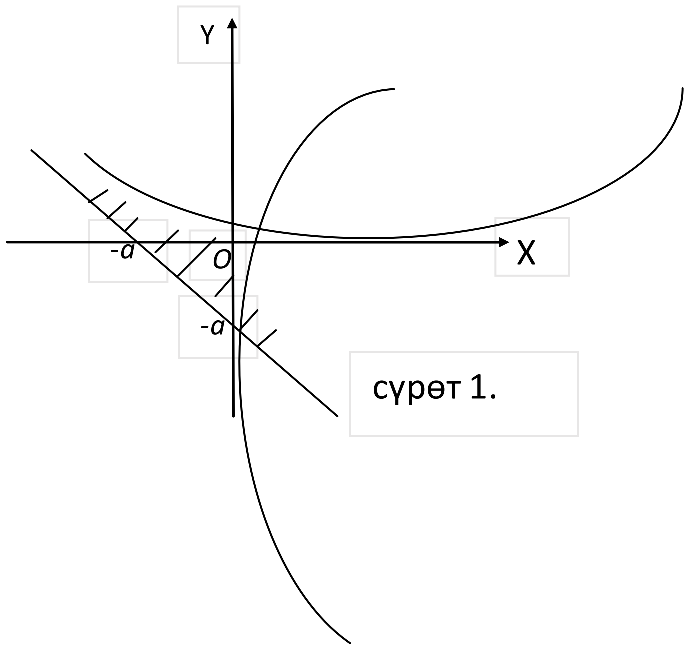
**Чыгаруу:** Функция айкын эмес берилгендиктен полярдык координаталарды колдонобуз.

$$x = \rho\cos\varphi, \quad y = \rho\sin\varphi$$

анда:

$$\rho^3\cos^3\varphi + \rho^3\sin^3\varphi - 3a\rho^2\cos\varphi\sin\varphi = 0$$

$$\rho(\cos^3\varphi + \sin^3\varphi) = 3a\sin\varphi\cos\varphi$$



сүрөт 1.

$\rho = \dfrac{3a\sin\varphi\cos\varphi}{\cos^3\varphi + \sin^3\varphi}$, мында $\varphi \in \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ болгондуктан

$$S = \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho^2 d\varphi = \frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{(\cos^3\varphi + \sin^3\varphi)^2} d\varphi.$$

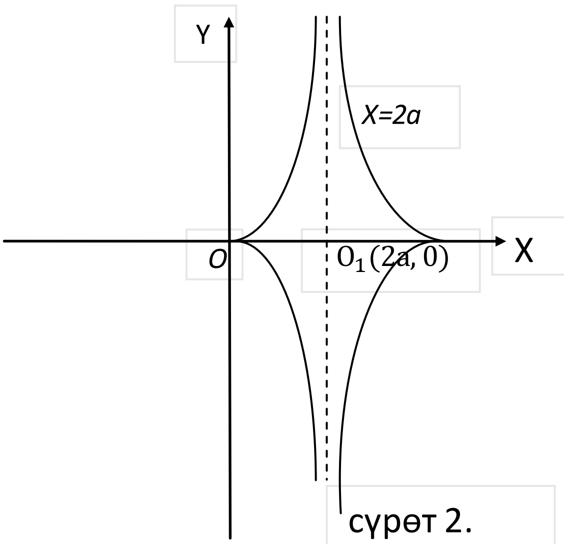
Бул интегралды чыгарыш үчүн төмөнкү ыкманы колдонобуз:

$$t = tg\varphi, \quad dt = \frac{1}{\cos^2\varphi} d\varphi, \quad \varphi = 0, \quad t = 0, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \quad t = +\infty$$

$$S = \frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{(\cos^3\varphi + \sin^3\varphi)^2} d\varphi = \frac{9a^2}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\varphi\cos^2\varphi}{\cos^6\varphi(1 + tg^3\varphi)^2} d\varphi =$$

$$= \frac{9a^2}{2}\int_0^{+\infty} \frac{t^2}{(1+t^3)^2} dt = \frac{9a^2}{2}\lim_{A\to\infty}\int_0^{A} \frac{t^2}{(1+t^3)^2} dt = -\frac{3a^2}{2}\lim_{A\to\infty}\left[\frac{1}{1+t^3}\right]\Bigg|_0^A = \frac{3}{2}a^2.$$

**Мисал 2:** Циссоиданын $y^2 = \dfrac{x^3}{2a - x}$ өзүнүн асимптотасынын $x = 2a$, айланасында айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмүн тапкыла [4, 71б.].



сүрөт 2.

**Чыгаруу:** Бул маселени чыгарыш үчүн координата системасын өзгөртөбүз, б.а. координат башталышын $O_1(2a,0)$ чекитине көчүрөбүз.

$x_1 = x - 2a, \quad y_1 = y,$ анда циссоиданын теңдемеси төмөнкү түргө келет.

$$y_1^2 = \frac{(x_1 + 2a)^3}{-x_1}$$

$O_1x_1$ огунда айлануудан пайда болгон фигуранын көлөмү төмөнкү өздүк эмес интегралга барабар болот.

$$V = \pi\int_{-\infty}^{\infty} x_1^2 dy_1 = 2\pi\int_0^{\infty} x_1^2 dy.$$

Бул интегралды интегралдаш үчүн $x_1$ өзгөрмөлүү чоңдугуна өтөбүз

$$2y_1y_1^1 = -\frac{3(x_1+2a)^2 x_1 - (x_1+2a)^3}{x_1^2} = -\frac{2(x_1+2a)^2(x_1 - a)}{x_1^2}$$

$$y_1^1=-\frac{(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2y_1}=-\frac{(x_1+2a)^2(x_1-a)}{x_1^2\cdot\sqrt{-\frac{(x_1+2a)^3}{x_1}}}=-\frac{(x_1+2a)(x_1-a)}{x_1^2\cdot\sqrt{-\frac{x_1+2a}{x_1}}}.$$

Анда:

$$V=-2\pi\int_{-2a}^{0}\frac{(x_1+2a)\ (x_1-a)}{\sqrt{-\frac{x_1+2a}{x_1}}}dx_1=\left|\begin{array}{l}\frac{x_1+2a}{x_1}=-t^2\\ x_1\ =-\frac{2a}{1+t^2}\\ dx_1\ =\frac{4at}{(1+t^2)^2}dt\\ x_1+2a=\frac{2at^2}{1+t^2},\ x_1=-2a,\ t=0\\ x_1=0,\ t=\infty\\ x_1-a=-\frac{3a+at^2}{1+t^2}\end{array}\right|=$$

$$=2\pi\int_0^{\infty}\frac{2at^2(3a+at^2)4atdt}{t(1+t^2)^4}=48a^3\pi\int_0^{\infty}\frac{t^2dt}{(1+t^2)^2}+16a^3\pi\int_0^{\infty}\frac{t^4dt}{(1+t^2)^4}=$$

$$=\left|\begin{array}{l}t=tgz\\ dt=\sec^2 zdz\\ t=0,\ z=0,\\ t=\infty,\ z=\frac{\pi}{2}\end{array}\right|=48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 z\cos^4 zdz+16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 z\sin^4 zdz=$$

$$=48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 zdz-48a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^6 zdz+16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 zdz-16a^3\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^6 zdz=$$

$$=64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot3}{2\cdot4}-64a^3\pi\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}=2\pi^2a^3.$$

**Эскертүү:** мында төмөнкү интегралдарды колдондук,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^m x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^m x dx = \left| \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos x dx = dt \\ x = 0, t = 0 \\ x = \frac{\pi}{2}, t = 1 \end{array} \right| = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin^2 x)^{\frac{m-1}{2}} \cos x dx =$$

$$= \int_0^1 (1 - t^2)^{\frac{m-1}{2}} dt = \frac{(m-1)!!}{m!!} \cdot \frac{\pi}{2}.$$

**Мисал 3.** Түз сызыктуу кыймылда болгон нерсенин ылдамдыгы $V = 3t^2 + 2t \quad (м / с)$ болсун. Кыймыл башталгандан 5 секунд өткөндөгү басып өткөн аралыкты тапкыла [3, 90б.].

**Чыгаруу:** Басып өткөн аралык

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt = \int_0^5 \left(3t^2 + 2t\right) dt = \left[ 3\frac{t^3}{3} + 2\frac{t^2}{2} \right] \Bigg|_0^5 = 150 м$$

болот.

**Мисал 4.** Массасы $m$ болгон нерсени жерден $h$ бийиктигине көтөргөндөгү жумушту тапкыла [3, 91б.].

**Чыгаруу:** Бүткүл дүйнөлүк тартылуу закону боюнча, $m$ массасына таасир эткен күч $F = k\frac{mM}{r^2}$ болот.

Мында $M$ - жердин массасы , $r$ - массасынын жердин борборуна чейинки аралык, $k$ - гравитациялык чоңдук. Эгерде $r = R$ болсо, $F = mg$ болот, анда

$$mg = k\frac{mM}{R^2}$$

аткарылат.

Мындан $kM = gR^2$ алабыз,

$$F = mg\frac{R^2}{r^2}$$

Изделүүчү жумуш

$$A = \int_R^{R+h} F dr = \int_R^{R+h} mgR^2 \frac{dr}{r^2} = mgR^2 \left( -\frac{1}{2} \right) \Bigg|_R^{R+h} = mgR\frac{h}{R+h}$$

Келтирилген мисалдарда аянт жана көлөмдөрдү эсептөөдө аныкталган интегралды, өздүк эмес интегралды колдонуп чыгаруу каралды. Жогорудагыдай мисалдар математиканын ички байланыштарын жана физика илими менен байланышын ишке ашыруу менен студенттердин билимге болгон кызыкчылыгын арттыра тургандыгы айгине.

**Колдонулган дабияттардын тизмеси:**

1. Баринова О.Н. Интердисциплинарный подход в преподавании математического анализа. – М., Наука, 2018.
2. Сала Себастьян Г., Баркеро Б., Фонт В. Исследование и моделирование в преподавании математики в междисциплинарных контекстах. – М., Просвещение, 2021.
3. Смирнова И.А. Применение межпредметных связей в преподавании физики и математики. – М., Наука, 2013.
4. Моррисон К., МакДаффи М. Проблемы и преимущества междисциплинарного преподавания. – М., Издательство, 2016.
5. Кутанов А., Асанова Ж.К. Математикалык анализ. – Б., 2014.