

УДК 519.1
DOI: 10.36979/1694-500X-2025-25-12-19-25

ЭФФЕКТЫ-КОМПЛЕКСЫ И ЯВЛЕНИЯ-КОМПЛЕКСЫ В ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКЕ

С.Б. Тагаева, П.С. Панков

Аннотация. В качестве развития введенных ранее в Кыргызстане рамочных понятий явлений и эффектов в математике в статье введены рамочные понятия явления-комплекса вместе с его описанием, компьютерной реализацией и эффекта-комплекса – как причины явлений-комплексов. Составлен список известных эффектов-комплексов (по данной терминологии): бесконечности, непрерывности, дискретного и непрерывного самоупорядочения, перехода количества в качество (эффект множественности), а также выявленных авторами непредсказуемости (обобщение неустойчивости), естественности (целостности), что подтверждено успешным решением задач искусственным интеллектом. Показано, что такие эффекты вызвали развитие математики и ее приложений, а аксиоматизация является вторичной. Описаны найденные авторами явления самоупорядочения отталкивающихся электрических зарядов на виртуальных топологическом торе и многоугольнике. Даны рекомендации по использованию естественности для повышения эффективности преподавания некоторых разделов математики независимо от языка обучаемых.

Ключевые слова: эффект; явление; математика; самоорганизация; информация; непрерывность; дискретность; компьютерное представление.

КОЛДОНМО МАТЕМАТИКАДАГЫ ЭФФЕКТ-КОМПЛЕКСТЕР ЖАНА КУБУЛУШ-КОМПЛЕКСТЕР

С.Б. Тагаева, П.С. Панков

Аннотация. Кыргызстанда мурун киргизилген математикалык кубулуштун жана эффекттин алкактык түшүнүктөрүн өнүктүрүү максатында, бул макалада кубулуш-комплексин (кубулуш анын сүрөттөлүшү, компьютердик ишке ашырылышы менен кошо) жана эффект-комплексин (кубулуш-комплексстердин себеби катары) алкактык түшүнүктөрү киргизилген. Белгилүү эффект-комплексстердин (ушул терминология боюнча) тизмеси түзүлгөн: чексиздик, үзгүлтүксүздүк, дискреттүү жана үзгүлтүксүз өзүн-өзү иретке келтирүү, сапатка айланган сандын өтүшү – көптүк эффекти, ошондой эле авторлор тарабынан аныкталгандар: болжолдобоочулук (туруксуздуктун жалпыланышы), табигыйчылык (бүтүндүк), бул жасалма интеллект тарабынан көйгөйлөрдү ийгиликтүү чечүү менен далилденген. Математиканын жана анын колдонмолорунун өнүгүшү мындай эффекттерден келип чыкканы, аксиомалаштыруу болсо экинчи даражадагы мааниге ээ экени көрсөтүлгөн. Виртуалдык топологиялык тордо жана көп бурчтукта өз ара түртүүчү электр заряддарынын өзүн-өзү иретке келүү кубулуштары авторлор тарабынан табылгандыгы баяндалган. Окутуучунун тилине көз карандысыз, математиканын кээ бир бөлүмдөрүн окутуунун натыйжалуулугун жогорулатуу үчүн табигыйчылыкты (бүтүндүктү) колдонуу боюнча сунуштар берилген.

Түйүндүү сөздөр: эффект; кубулуш; математика; өзүн-өзү иреттөө; маалымат; үзгүлтүксүздүк; дискреттик; компьютердик чагылдыруу.

EFFECT-COMPLEXES AND PHENOMENON-COMPLEXES IN APPLIED MATHEMATICS

S.B. Tagaeva, P.S. Pankov

Abstract. As a development of the framework concepts of phenomena and effects in mathematics previously introduced in Kyrgyzstan, this article introduces the framework concepts of a phenomenon-complex, computer implementation and

the effect-complex – as the causes of phenomena-complexes. A list has been compiled of both known effect-complexes (according to this terminology) – infinity, continuity, discrete and continuous self-ordering, the transition of quantity into quality (the multiplicity effect) – and those identified by the authors: unpredictability (a generalization of instability) and naturalness (integrity), which is confirmed by the successful solution of problems by artificial intelligence. It is shown that the development of mathematics and its applications is driven by such effects, with axiomatization being secondary. The phenomena of self-ordering of repelling electric charges on a virtual topological torus and polygon, discovered by the authors, are described. Recommendations are given on using naturalness to improve the effectiveness of teaching certain branches of mathematics, being independent on the learners' language.

Keywords: effect; phenomenon; mathematics; self-organization; information; continuity; discreteness; computer presentation.

Введение. Цели научных исследований невозможно охарактеризовать однозначно, потому что они включают все существующее и предполагаемое (возможное). Но можно сказать, что одной из целей является поиск новых явлений. В данной статье развивается методика систематического поиска явлений, связанных с математикой, которая уже дала новые результаты как со стороны авторов, так и других исследователей в Кыргызстане.

В различных науках использовались и используются слова «явление» – как более узкое, и «эффект» – как более широкое. Иногда «эффектом» называют некоторые общие особенности различных явлений.

На основе анализа этих понятий в монографии [1] было предложено считать такие явления следствиями (или проявлениями) общего эффекта, который существует независимо от явлений, также предложен систематический поиск новых явлений на этой основе, впервые поставлен общий вопрос об эффектах и явлениях в математике. Отметим, что между таким эффектом и явлениями есть идейная связь, но нет логической связи. Обзор развития математики и ее приложений показывает, что каждое новое явление оказывалось неожиданным, парадоксальным и для него создавались логические обоснования, аксиоматические схемы, новые разделы математики. Для каждого явления разными авторами были построены различные системы аксиом и их эквивалентность устанавливалась через продолжительное время. Таким образом, первично – явление (в математике или в жизни), а не его математическая модель или аксиоматическая схема.

В монографии [2] приведен список некоторых таких эффектов и явлений.

Явление существует для человека только в виде чего-то доступного для его понимания: описания, информации, математической модели, компьютерной реализации. Это также является некоторым явлением, приближенно связанным с данным явлением. В особенности это относится к компьютерной программе, показывающей действие во времени. Как мы подчеркнули [3], действие такой программы – тоже реальное явление, поскольку компьютер – это реальный объект. Таким образом, в наше время появилась новая философская форма движения материи.

Мы предлагаем называть такие явления «явлениями-комплексами». В настоящее время все больше явлений представляется и изучается в таком виде. Соответственно, «эффект-комплекс» – это причина явлений-комплексов.

Далее приведен список как известных эффектов-комплексов (по нашей терминологии), так и выявленных нами, их роль в развитии математики, ее приложений и преподавания, примеры следствий-комплексов. Отметим, что одно и то же явление-комплекс в различных его формах может быть следствием нескольких эффектов-комплексов. Для некоторых известных эффектов-комплексов нами предложены и реализованы новые компьютерные представления.

1. Эффект-комплекс бесконечности. Несмотря на то, что бесконечности не существует, на протяжении более двух тысяч лет этот эффект развивал математику и физику. Вопрос об ограниченной или неограниченной делимости вещества привел к идее атома (современное понятие атома в физике не соответствует этой идее, вопрос оказался более сложным). Анаксагор (V век до н. э.) ввел понятие «гомеомерия» – «целое подобно своей части», что могло привести к открытию фракталов (фактически они появились в XX веке, как развитие идеи «множества Кантора», 1883).

В связи с парадоксом Зенона (V век до н. э.) математикам пришлось сделать вывод, что сумма бесконечного количества слагаемых может быть конечной.

В школе Пифагорейцев (IV век до н. э.) было обнаружено явление несоизмеримости отрезков (диагонали квадрата с его стороной), что привело к понятиям иррационального числа, вещественного числа в XIX веке (не все математики с этим согласились), к развитию высшей математики.

Г. Галилей (XVII век) обратил внимание, что преобразование $n \rightarrow n^2$ взаимно однозначно отображает бесконечное множество натуральных чисел на его часть, т. е. возникает явление гомеомерии. Это противоречит как интуиции, так и 8-й аксиоме Эвклида – «целое больше части».

Г. Кантор взял идею этого примера, как определение: если множество эквивалентно своей части, то оно называется бесконечным. Он обнаружил явление «разных бесконечностей»: мощность (N) множества натуральных чисел меньше мощности (S) точек отрезка. Далее он обнаружил аналогичное гомеомерии явление – мощность (S2) множества точек квадрата равна (S). Он поставил проблему нахождения множества, промежуточного между (N) и (S).

К. Гёдель (1940) и П. Козн (1963) доказали, что существование такого множества зависит от выбранной системы аксиом, т. е. высказывания о бесконечных объектах не могут быть объективно «истинными» или «ложными», а являются соглашением людей. Этот результат можно считать завершением действия эффекта бесконечности в математике.

И в настоящее время этот эффект приводит к построению контрпримеров, опровергающих «естественные» гипотезы о непрерывных объектах в различных разделах математики.

Наглядные представления «бесконечности» делались как последовательности уменьшающихся (вложенных) объектов. В середине XX века к ним добавились изображения построения фракталов.

Ранее фракталы строились следующим образом: к исходному множеству последовательно добавлялись его уменьшенные копии.

Мы предложили «двусторонние фракталы»: на компьютере имеется изображение части (F) фрактала; если дать команду на уменьшение изображения, то видно, что (F) является меньшей копией, содержащейся в большей части (F_+); если дать команду на увеличение изображения, то видно, что (F) содержит подобную ей часть (или несколько частей) (F_-). Мы также предложили «управляемые фракталы»: пользователь по своему желанию вносит изменение в видимую часть и убеждается, что это изменение переходит на весь фрактал.

2. Эффект-комплекс непрерывности. Мы его упоминаем для полноты. В XVI–XVII веках различные авторы писали «*Natura non facit saltum*» – «Природа не делает скачков». Многие задачи, которые не имеют решения для «любых» функций, имеют решения для непрерывных или достаточно гладких функций, что, в целом, составляет основу математического анализа.

3. Эффект самоупорядочения. С древних времен известна идея «самопроизвольного возникновения порядка из хаоса» (например, согласно древнегреческой мифологии, «возникновение космоса из хаоса»). Мы разделили этот эффект на два: дискретный и непрерывный.

4. Эффект-комплекс иргөө (дискретный). Насколько известно, первое упоминание о реальном процессе – это термин кыргызского языка – явление «иргөө» (несколько сот лет назад). Это слово обозначает следующее явление, в нашей формулировке: если поместить в вибрирующий выпуклый сосуд большое количество (очень твердых) шаров различных размеров, сделанных из одного материала, то через некоторое время самые большие шары окажутся наверху посередине. Подчеркнем, что это явление не может быть объяснено физически. Плотность вещества в верхнем слое возникает выше, чем в нижнем слое.

Это явление было переоткрыто в XIX веке в Англии под названием «явление трясающейся тележки с углем». Цитируем «Segregation of Particles: The vibration causes smaller pieces of coal to sift down to the bottom of the cart, while larger lumps rise to the top.»

На основании численных экспериментов [4] нами выдвинута гипотеза, что аналогичные явления имеют место для некоторого класса систем достаточно большого количества стохастических

разностных уравнений в математике, а также следующая гипотеза: «Если достаточно большое количество объектов, не связанных между собой, находится в ограниченном метрическом пространстве, расстояния между объектами ограничены снизу положительным числом, есть возможность перемещения любого объекта в любое место, на объекты оказывается случайное внешнее воздействие, то возникает упорядоченность объектов».

В очередной раз этот эффект был переоткрыт и подтвержден вычислительным экспериментом [5].

Таким образом, нами был сделан вывод о существовании эффекта-комплекса самоупорядочения дискретных объектов, который мы назвали по первому примеру такого явления «иргөө».

Примечание. В [6] также рассматриваются процессы с наборами дискретных объектов, но введенный термин «самоорганизованная критичность» относится к системам, находящимся на грани распада, в то время как упорядоченные структуры, полученные вследствие эффекта-комплекса иргөө, являются устойчивыми.

Тот факт, что явления иргөө имеют место только для большого количества объектов, назван нами «эффектом-комплексом множественности» (см. пункт 6). Ранее новые явления определялись человеком неформально, визуально, но при обширных вычислительных экспериментах это становится практически невозможным. Поэтому мы ввели строгие определения для явлений и построили алгоритмы для их автоматического выявления [7]. Таким путем нами были обнаружены с соответствующими константами множественности:

- явление упорядочивания отталкивающихся электрических зарядов на виртуальном двумерном топологическом торе: когда количество зарядов является квадратом четного числа, возникает квадратная сетка; когда количество зарядов является квадратом нечетного числа, возникает треугольная сетка;
- явление упорядочивания отталкивающихся электрических зарядов на (возможно, так же и на реальном) многоугольнике: большинство зарядов образует треугольную сетку внутри многоугольника.

5. Синергетический эффект-комплекс (непрерывный). В некоторых местностях Земли имеются участки с камнями – шестиугольными призмами разной высоты, получившимися, как и другие камни и скалы, в результате застывания лавы. Это получило объяснение в явлении «ячейки Бенара» (1900) – возникновение упорядоченности в виде конвективных ячеек в форме правильных шестигранных структур в слое вязкой жидкости, равномерно подогреваемой снизу, внутри каждой ячейки жидкость поднимается по центру и опускается по граням. По этому явлению и другим открытым явлениям был сформулирован синергетический эффект-комплекс (по нашей терминологии) самоупорядочения в непрерывных средах, в рамках которого было сделано много открытий (см. например, [8]).

6. Эффект-комплекс перехода количества в качество. Среди всевозможных проявлений этого эффекта отметим математические: переход от размерности 1D (числа) к размерности 2D (2-векторы, 2×2 -матрицы) сразу дал различные новые результаты во всех разделах математики. Но исторически математики перешли от 2D к nD и упустили явления, которые возникают в 3D. Так, странные аттракторы могли быть открыты раньше 1963 года. Мы ввели понятия «эффект-комплекс множественности» и «константу множественности» (приближенное число): явления, которые становятся более вероятными, когда количество объектов превышает эту константу.

Как следствие можно отметить качественное повышение самостоятельности вычислительных устройств (с органами чувств и исполнительными механизмами) по мере количественного повышения мощности, объема памяти, быстродействия:

1) прием и хранение информации, выдача информации по запросу, выполнение указанных человеком действий;

1а) то же, но с интервалом времени;

2) существенное преобразование информации;

3) предложение решений, в том числе: сигнал человеку о появлении чего-то необычного или потенциально опасного; постановка диагноза в медицине, предполагающая соответствующий способ лечения со стороны врача; выявление цели, предлагающее человеку ее уничтожение;

4) активная помощь человеку в исполнении решений;

5) принятие и исполнение решений с помощью исполнительных механизмов.

Примечание. Время от времени возникающая дискуссия «Можно ли доверять компьютеру решение человеческих судеб» не имеет смысла. Еще до появления компьютеров, автоматические устройства (мины, ловушки, сигнализация) самостоятельно решали судьбы людей.

7. Эффект-комплекс непредсказуемости. Можно сказать, что целью науки является предсказание. Предсказание будущего в целом – слишком сложная задача, поэтому с древних времен ставятся частные задачи: предсказание солнечных и лунных затмений, предсказание положений планет, предсказание погоды. Двигателем науки всегда было предсказание результата какого-либо опыта. Вместе с тем устанавливались непредсказуемые явления и частные эффекты, что также двигало науку.

Так, явление, получившее в дальнейшем название «стрannого аттрактора», было сначала обнаружено случайно в экспериментах с химическими растворами, потом получило 3D-математическую модель, т. е. стало «явлением-комплексом» по нашей терминологии. Последующие странные аттракторы уже изобретались для имитации данного явления. Нами изобретен, реализован и используется в преподавании демонстрационный механический странный аттрактор (математическая модель $2 \times 2D$), наглядно показывающий причину непредсказуемости [9]. Это устройство опровергает «Физический тезис Черча – Тьюринга» (см., например, [10]). В одной из формулировок «Функции, чьи значения порождаются физическими системами могут быть вычислены по Тьюрингу» (т. е. на цифровом компьютере).

В математике был обнаружен эффект неустойчивости, или «бабочки»: малые изменения исходных данных могут вызвать сколь угодно разные большие последствия.

8. Эффект-комплекс естественности. В Кыргызстане были обнаружены явления:

- сходимость метода конечных разностей для уравнений в частных производных первого порядка с аналитическими начальными условиями вне зоны действия метода характеристик [11];
- корректность начальной задачи с аналитическими данными для уравнения теплопроводности с обратным временем [12] и для уравнения эллиптического типа;
- наличие аналитического решения у интегрального уравнения первого рода в неограниченной области с аналитической правой частью.

На основании этих явлений был сделан вывод о существовании эффекта аналитичности [13]: математическая задача, которая является некорректной для исходных данных – непрерывных и даже гладких функций, может стать корректной для аналитических функций соответствующего класса, в частности целых функций, т. е. определенных на всем множестве комплексных чисел.

В поиске причин существования эффекта аналитичности мы обратили внимание на следующее свойство аналитических функций: задание значений функций на любом множестве, имеющем точку сгущения, определяет ее значения везде. На основании этого мы дали рамочное определение [14] в расширенном виде: математический объект называется полностью целостным, если его изменение в одном месте вызывает изменения всего объекта (аналитические и гармонические функции, шар в Евклидовом пространстве любой размерности, правильные многогранники, математическая модель, соответствующая абсолютно упругому телу), и частично целостным, если вызывает изменения в других местах (выпуклые фигуры, управляемые фракталы, симметричные объекты). Соответственно, мы выдвинули гипотезу о существовании эффекта целостности – задачи, которые для некоторого класса объектов являются некорректными, могут стать корректными для целостных объектов из этого класса.

На основании метода, предложенного Сократом в диалоге «Менон» (см. например, [15]), о решении необразованным человеком математической задачи; известных фактов о самостоятельном открытии талантливыми подростками математических понятий и закономерностей (хотя трудно проверить

истинность каждого такого сообщения); известных задач, в том числе входящих в IQ: *продолжить последовательность ... , заполнить пробел...*; сформулированной нами способности «измеряющего воображения» [16], опыта развития методики [15] в [17]; опыта независимого представления языковых понятий без использования других языков [18, 19]; решения учащимися задач с целостными объектами без слов [20], мы сделали вывод о существовании эффекта естественности: есть класс ситуаций (реальных и виртуальных), в которых требуемое действие «очевидно» для человека без пояснений, вне связи с языком.

Трудно сказать, в какой степени этот эффект действует в овладении языков детьми, а также в изучении других языков методом погружения, в какой степени используют его создатели компьютерных игр.

Мы дали задания искусственному интеллекту chat.deepseek.com

1) *This is pseudo-graphic. Symbols mean nothing.*

$(\backslash Y \div || (\backslash Y \div || (\backslash Y Y \div || (\backslash Y \div ||$ What sign must be deleted? Ответ: Y

2) *What sign must be inserted?*

$\backslash 6 | \% \%$ ИИ догадался, что имеется в виду поворот на 180°. Ответ: 9

--S--

$\% \% | \backslash$

3) *There are the polygon (1,1)-(9,1)-(9,9)-(7,7)-(7,9)-(1,9) and the triangle (7,17)-(7,19)-(9,19) on a screen. What will you do?*

ИИ даже догадался проверить чувство естественности у человека.

Interaction: Check if the user can drag the triangle into the polygon.

Animation: Move the triangle down to interact with the polygon.

So the final shape is a square from (1,1) to (9,9).

4) *There is a floor. The squirrel stands on the floor. The table of height 1 meter is on the floor near the squirrel. The apple is on the table. What will you do?*

Ответ: Take the apple from the table and place it on the floor near the quirel.

5) $f(4,5)=7; f(6,4)=8; f(10,12)=20; f(7,14)=19; f(9,8)=?$ Ответ: 15 [индуктивный вывод теоремы Эйлера о многогранниках].

Таким образом, это свойство присуще не только человеку, но и мыслящим субъектам в целом.

Мы используем его в преподавании следующим образом: сначала дается задача без слов, также иногда предлагается самим учащимся составить такие задачи, а потом сообщается, как эти открытые самостоятельно понятие или закономерность называются в данном языке, в принятой терминологии.

Заключение. В статье сформулирована и подтверждена различными фактами и примерами, в том числе разработанными авторами, гипотеза о компьютеризации как новой форме движения материи, основанной на химической и физической формах движения материи, но не сводящейся к ним. Мы надеемся, что использование данной гипотезы и приведенных примеров будет способствовать поиску новых применений компьютеров и расширению их возможностей построением новых программных средств.

Авторы выражают благодарность школьникам и студентам, участвовавшим в экспериментах, и chat.deepseek.com за доказательство того, что чувство естественности (см. пункт 8) существует объективно.

Поступила: 06.11.2025; рецензирована: 20.11.2025; принята: 24.11.2025.

Литература

1. Кененбаева Г.М. Теория и методика поиска новых эффектов и явлений в теории возмущенных дифференциальных и разностных уравнений / Г.М. Кененбаева. Бишкек: Илим, 2012. 204 с.
2. Borubaev A. Computer presentation of kinematic topological spaces / A. Borubaev, P. Pankov. Qingdao: Qingdao University, 2024. 150 p.
3. Панков П.С. Компьютеризация как специфическая форма движения материи / П.С. Панков, Б.Ж. Баячорова // Вестник КРСУ. 2021. Т. 21. № 6. С. 87–91.
4. Панков П.С. Иргөө кубулушу диссипациялык системалардын биринчи мисалы катарында жана компьютерде ишке ашыруу / П.С. Панков, Г.М. Кененбаева // КР Улуттук илимдер академиясынын Кабарлары. 2012. № 3. 105–108-б.
5. Maurel C. Numerical simulations of oscillation-driven regolith motion: Brazil-nut effect / C. Maurel, R.-L. Ballouz, D.C. Richardson, P. Michel, S.R. Schwartz // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2017. Volume 464. Issue 3. P. 2866–2881.
6. Bak P. Self-organized criticality: An explanation of the 1/f noise / P. Bak, C. Tang, K. Wiesenfeld // Physical Review Letters. 1987. 59 (4). P. 381–384.
7. Tagaeva S.B. Improved algorithm to detect patterns in irgöö-type processes / S.B. Tagaeva // Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR, 2022. No. 2. P. 92–98.
8. Kaijin W. A Prestressing Strategy Enabled Synergistic Energy-Dissipation in Impact-Resistant Nacre-Like Structures / W. Kaijin, S. Yonghui, Zh. Xiao, Zh. Shuaishuai, Zh. Zhijun, G. Xinglong, H. Linghui, Y. Hongbin, N. Yong // Advanced Science. 2022. 9. 2104867.
9. Панков П.С. Компьютерное и реальное моделирование явления странного аттрактора системой дифференциальных уравнений / П.С. Панков, С.Б. Тагаева // Вестник Института математики НАН КР. 2018. № 1. С. 17–23.
10. Arrighi P. The physical Church-Turing thesis and the principles of quantum theory / P. Arrighi, G. Dowek // International Journal of Foundations of Computer Science. 2012. Vol. 23. No. 5. Pp. 1131–1145.
11. Pankov P.S. Convergence of Finite Difference Method for First-Order Partial Differential Equations with Analytical Initial Conditions / P.S. Pankov, T.M. Imanaliev // Analytical and Approximate Methods: International Conference at the Kyrgyz-Russian Slavic University. Aachen: Shaker Verlag. 2003. P. 185–193.
12. Панков П.С. Корректность обратной начальной задачи для уравнения теплопроводности с аналитическими данными / П.С. Панков, Х.С. Сабирова // Дифференциальные уравнения в частных производных и родственные проблемы анализа и информатики: Труды международной научной конференции. Т. 1. Ташкент, 2004. С. 117–121.
13. Кененбаева Г.М. Эффект аналитичности для дифференциальных и интегральных уравнений / Г.М. Кененбаева. Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2015. 72 с.
14. Pankov P.S. Enlarged list of effects in mathematics and its applications / P.S. Pankov, S.B. Tagaeva // Herald of Institute of Mathematics of NAS of KR. 2025. No. 1. P. 18–23.
15. Платон. Собрание сочинений: в 4 т. Т. 1 / Платон. М.: «Мысль», 1990–1994.
16. Pankov P.S. Independent learning for Open society / P.S. Pankov // Collection of papers as results of seminars conducted within the frames of the program «High Education Support». Bishkek: Foundation «Soros-Kyrgyzstan», 1996. Issue 3. P. 7–38.
17. Панков П. Индуктивное и экспериментальное изучение математических дисциплин (Математические факты и понятия, которые могут быть обнаружены самостоятельно) / П. Панков, Ж. Джаналиева, А. Найманова. Saarbrücken: Lap Lambert Academic Publishing, 2015. 70 с.
18. Pankov P.S. Virtual Environment for Interactive Learning Languages / P.S. Pankov, E. Alimbay. Human Language Technologies as a Challenge for Computer Science and Linguistics: Proceedings of 2nd Language and Technology Conference. Poznan, 2005. P. 357–360.
19. Панков П. Кыргыз тилин компьютерде чагылдыруу / П. Панков, Б. Баячорова, М. Жураев. Бишкек: Турар, 2010. 172 б.
20. Pankov P.S. Olympiads without Words / P.S. Pankov, E.J. Bayalieva // Olympiads in Informatics. 2024. Vol. 18. P. 81–88.