

**СЕКЦИИ: ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И ОБРАЗОВАНИИ: ОПЫТ, ПРОБЛЕМЫ И
ПЕРСПЕКТИВЫ РЕАЛИЗАЦИИ;
ЦИФРОВИЗАЦИЯ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК: НОВЫЕ
МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТЫ**

УДК 004.02

DOI 10.53473/16946324_2024_4

Аблабекова Чынара Азисовна,
физика – математика илимдеринин кандидаты, доцент
Кыргыз Республикасынын Эл аралык университети
Программалык инженерия кафедрасы
Жээналиева Назгуль Мидиновна, ага
окутуучу Кыргыз республикасынын Эл
аралык университети
Программалык инженерия кафедрасы
Досболова Фарида Кубанычбековна,
окутуучу Кыргыз Республикасынын Эл
аралык университети
Программалык инженерия кафедрасы

Аблабекова Чынара Азисовна,
к.ф.-м.н., доцент кафедры
Программная инженерия Международного
университета Кыргызской Республики
Жээналиева Назгуль Мидиновна,
старший преподаватель, заместитель зав. Кафедры
Программная инженерия МУК КР
Досболова Фарида Кубанычбековна,
препод. кафедры Программная инженерия
Международного университета
Кыргызской Республики

Ablabekova Ch.A., Ph.D., Acting
Associate Professor of the department
Software Engineering
The International University of the Kyrgyz Republic
Jeenalieva N.M.,
Senior Lecturer, Deputy Head of the
department Software Engineering
The International University of the Kyrgyz Republic **Dosbolova F.K.,**
Lecturer of the departments Software Engineering
The International University of the Kyrgyz Republic

**ТРАНСПОРТТУК МАСЕЛЕГЕ САНАРИПТИК ТЕХНОЛОГИЯЛАРДЫ
КОЛДОНУУ**

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ТРАНСПОРТНОЙ
ЗАДАЧИ**

FOR A TRANSPORT PROBLEM USING DIGITAL TECHNOLOGIES

Аннотациясы. Бул макалада оптималдаштыруу ыкмаларын элементтери, ошондой эле транспорт маселесин чечүү үчүн математикалык ыкмалар негиздерин аныктайт. Ошондой эле, мисалы, санариптик технологияларды колдонуу менен, оптималдаштыруу теориясынын бир нече ыкмалар менен маселени чечүү жана талдоо камтыйт. Бул транспорт маселесин изилдөө алкагында колдонулган санариптик технологияларды таасирин карап. Транспорттук маселе үчүн санариптик технологияны колдонуу азыркы учурда оптимизациянын математикалык ыкмаларын изилдөөдө маанилүү деген тыянак чыгарылды.

Негизги сөздөр: транспорт маселеси, математикалык методдор, математикалык модель, максаттуу функция, оптималдуу маршрут ж. б.

Аннотация. В данной статье излагаются элементы методов оптимизации, а также основы математических методов решения транспортной задачи. А также содержится пример, приведено решения и анализ задачи несколькими методами теории оптимизации, с использованием цифровых технологий. Рассмотрено влияние цифровых технологий, применяемых в рамках изучения транспортной задачи. Сделан вывод, что применение цифровых технологий для транспортной задачи необходимо при изучении математических методов оптимизации в настоящее время.

Ключевые слова: транспортная задача, математические методы, математическая модель, целевая функция, оптимальный маршрут и т.д.

Annotation. This article describes the elements of optimization methods, as well as the basics of mathematical methods for solving a transport problem. It also contains an example, provides solutions and analysis of the problem using several methods of optimization theory, using digital technologies. The influence of digital technologies used in the study of the transport problem is considered. It is concluded that the use of digital technologies for a transport task is necessary when studying mathematical optimization methods at the present time.

Key words: transport problem, mathematical methods, mathematical model, objective function, optimal route, etc.

Введение. На сегодняшний день большинство организаций занимаются перевозкой продукции для ее дальнейшей реализации. Поэтому большое значение имеет процесс оптимизации грузоперевозок с целью минимизации затрат на доставку грузов. Обеспечивая перемещения грузов, транспорт вносит значительный вклад в развитие внешнеэкономических, научно-технических, культурных, спортивных и других связей. [1]

Методы поиска оптимального решения транспортной задачи изучаем в разделах дисциплины методы оптимизации, а также в математическом программировании и исследование операций.

Большую роль в исследовании решений таких задач сыграл лауреат Нобелевской премии по экономике, Леонид Кантарович [5].

Основная часть. **Транспортная задача** – это математическая задача специального вида о поиске оптимального распределения однородных объектов с минимизацией затрат на перемещение.

Типы транспортных задач:

1. Транспортная задача по критерию стоимости перевозок.
2. Транспортная задача по критерию времени.
3. Транспортная задача на определение кратчайшего из расстояний по заданной сети дорог и задачи на введение максимального потока в цепи. [4]

Известно, что практические транспортные задачи имеют с много ограничениями и большим числом переменных. Нахождения решения для таких задач представляет собой огромную работу, что не мыслимо без информационных технологий. Сравниваем все результаты наших значений с моделью, полученном на третьем этапе.

В любой компании встречаются транспортные задачи, которые доставляют различные перевозки потребителям в нужное место и точное время используя минимальные затраты по различным ресурсам [4].

В реальных задачах планирования перевозки всегда описывают настоящие ситуации нехваткой информации об действительности, не можем видеть точной картины выполнения плана.

Математическая модель транспортной задачи выглядит следующим образом.

За переменную x_{ij} – количество груза, перевозимого из A_i в B_j . Задача будет называться закрытой моделью транспортной задачи, если будет выполнено равенство $\sum a_i = \sum b_j$. Иначе задача называется открытой.

Когда решаем открытую модель транспортной задачи нужно обязательно урегулировать. В модель задачи вводим или ложный пункт отправления, или ложный пункт назначения с нулевыми тарифами.

Целевая функция строится в поиске минимума затрат:

$$Z(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

Все ограничения представим в виде равенств

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, i = 1, 2, 3, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$$

План перевозок, обращающий в $\min$ суммарные транспортные издержки, называется оптимальным планом или оптимальным разрешением транспортной задачи.

Построение начального плана перевозок

Алгоритм заполнения выбранной клетки таблицы одинаков для всех методов составления опорного плана грузоперевозки.

Все методы построения опорного плана перевозки отличаются друг от друга только способом.

Транспортная задача решается несколькими методами:

1. Метод «северо-западного угла». На каждом шаге построения изначального опорного плана таблица заполняется по диагонали, начиная с левой верхней клетки.

2. Метод минимальной стоимости. При этом методе первой заполняется та клетка таблицы, имеющая наименьшее число. Если такая клетка не одна, то можно заполнить любую из них. Процесс распределения запасов длится до тех пор, пока все запасы не будут удовлетворены.

3. Метод Фогеля. В распределительной таблице по строкам и столбцам выделяется наибольшая разность между двумя наименьшими тарифами. В строке (столбце) с наибольшей разностью заполняется клетка с наименьшим тарифом. Строки (столбцы) с нулевым остатком груза дальше не учитываются. Далее на каждом этапе загружается только одна клетка. Как и в предыдущем методе, решение задачи происходит до удовлетворения всех потребностей. [3]

Метод аппроксимации Фогеля

1. Условие задачи записывают в виде таблицы со свободными нулевыми строкой и столбцом.

2. Для их заполнения вычисляют разности $\alpha_i = 0$ по строке ($\beta_j = 0$) по столбцу между $\min$ элементом тарифа и следующим по величине элементом. Если i -строка (или j -столбец) содержит более одного $\min$ элемента, то $\alpha_i = 0$ ($\beta_j = 0$).

3. После заполнения строки и столбца разностей выбирают наибольшую из всех и начинают заполнять таблицу с клетки, ей соответствующей. Возможны два случая:

– Если имеется лишь одна наибольшая разность, начинаем заполнять клетку ей соответствующую. Затем эти разности исправляются и строят новые.

– Если несколько равных между собой наибольших разностей, то начинают заполнять ту клетку, у которой наименьший элемент в столбце является наименьшим и в строке. [3]

Одной из видов транспортной задачи является классическая. Это задача оптимального плана перевозок однородного продукта в однородные пункты потребления на однородных транспортных средствах. [2]

Транспортная задача является особой формой поиска оптимального плана перевозок груза с минимальными затратами. С помощью транспортной задачи можно найти оптимальный план перевозки грузов, затрачивая при этом, минимальное количество затрат.

Таким образом, можно сделать вывод, что решение транспортных задач, позволяет найти

минимальные затраты на перевозку грузов, выбрать кратчайшей путь маршрута, снизить количество времени на доставку груза, а также сократить различные расходы, что приведет конкурентоспособности самого малого предприятия. [4]

Решим следующую задачи транспортной компании.

Задача: Имеем в компании три надежных поставщика А, В, С, работающих уже давно с перевозками товаров для дома. Будем перевозить 120 т, 190 т, 80 т данного топлива, которые подставляют нам поставщики. Подставлять будем в четыре точки реализации товара, которые всегда принимают у нас каждый день по 70 т, 60 т, 187 т, 175 т соответственно. Каждая доставка имеет свою цену, запишем все расходы соответствующие каждому пункту назначения виде таблицы. Проблема задачи выяснить и составить оптимальный путь перевозок топлива по четырем пунктам, с гарантией, что груз доставят вовремя и полностью с планом употребления, но при этом с минимальными издержками на все расходы, в том числе и транспортные. Смотрим на транспортные расходы по таблице 1

Таблица 1 – Таблица исходных данных

Пункты производства	Мощности потребителей			
	70	60	185	75
120	8	1	2	6
190	4	6	8	12
80	2	5	9	9

Сначала для решения задачи выясним, к какому типу относится эта задача закрытому или открытому. Сравниваем по столбцу и по строке, объем поставок товара равен потребности пунктов назначения. Задача в нашем случае оказалась сбалансированной, сумма равна 390.

Далее мы переносим таблицу 1 на расчетные таблицы Excel, заполняя каждую строку и столбец данными задачи. Обозначаем данные ячейки: тарифы перевозок только одной тонны, данные объема производства, объем потребления, оптимальный план перевозок, формулу суммарного плана перевозок и пунктов потребления, а также формулу суммарного плана перевозок из пункта поставок. Обязательно вводим ячейку с данными о целевой функции общих затрат на перевозку.

Используя встроенные инструменты «Поиск решений» в анализе данных нужно установить минимум, мы находим издержки для перевозок. Итак, нажав на кнопку «поиск решений» получен оптимальный план перевозок следующим образом:

Первый потребитель получает от поставщика В 65 т и от поставщика С 5 т, что для него достаточно. Второй потребитель берет от поставщика В 60 т. Третий потребитель набирает от поставщика А 120 т и отгружает поставщика В 65 тонн, что ему достаточно. Третий же поставщик С отвозит четвертому 75 т. Получили общую стоимость затрат на перевозки топлива по потребителям.

Файл Главная Вставка Разметка страницы Формулы Данные Рецензирование Вид Надстройки									
Получение внешних данных		Обновить все		Подключения		Сортировка и фильтр		Работа с данными	
		Свойства		Сортировка		Фильтр		Очистить Повторить Дополнительно	
		Изменить связь						Текст по столбцам Удалить дубликаты	
		Подключения		Сортировка и фильтр					
B14 =СУММПРОИЗВ(B3:E5;B9:E11)									
	A	B	C	D	E	F	G		
3	A	8	1	2	6				
4	B	4	6	8	12				
5	C	2	5	9	9				
6									
7									
8									
9	A	0	0	120	0	план перевозок	объемы производства		
10	B	65	60	65	0	120	120		
11	C	5	0	0	75	190	190		
12	объем поставок	70	60	185	75	80	80		
13	объем потребления	70	60	185	75				
14	транспортные расходы	2065							

Для решения данной задачи с использованием метода Фогеля на Python, используем все параметры задачи, такие как спрос, затраты, издержки, запасы на перевозку. Следующий шаг вычисление оптимального распределения поставки по потребителям и обязательное условие задачи минимум расходов на перевозку, совсем минимум всех сумм транспортных растрат.

Полученные дополнительные условия к закрытой транспортной задаче позволяют получать

решения, более приближенные к реальной ситуации по доставке товаров. Исследован вопрос выбора решателя для транспортной задачи с условиями. Таким решателем является `scipy.optimize`, как более узко функциональный чем `cvxopt` и более быстрый чем `pulp`. Решение транспортной задачи требует минимизации затрат по доставке, поэтому функция цели вводиться со знаком минус, а выводиться по абсолютной величине.

[6]

Задачу будем решать в Python с использованием библиотеку POT: Python Optimal Transport. На Python, которая устанавливаем заданное распределение и вычисляет общую стоимость перевозок:

Входные данные

Запасы: [120, 190, 80]

Спрос: [70, 60, 185, 75] Стоимости

перевозок:

	I	II	III	IV
A	8	1	2	6
B	4	6	8	12
C	2	5	9	9

```

if max_row_penalty > max_col_penalty:
    row_index = row_penalties.index(max_row_penalty)
    col_index = np.argmax(cost_matrix[row_index])
else:
    col_index = col_penalties.index(max_col_penalty)
    row_index = np.argmax(cost_matrix[:, col_index])

# Распределяем остатки
allocation_amount = min(supply[row_index], demand[col_index])
allocation[row_index, col_index] = allocation_amount
total_cost += allocation_amount * cost_matrix[row_index, col_index]

supply[row_index] -= allocation_amount
demand[col_index] -= allocation_amount

if supply[row_index] == 0:
    cost_matrix[row_index, :] = np.inf
if demand[col_index] == 0:
    cost_matrix[:, col_index] = np.inf

return allocation, total_cost

Выполняем оптимальное распределение методом Фогеля
allocation, total_cost = vogel_approximation_method(costs.copy(), supply.copy(), demand.co
print("Оптимальное распределение:")
print(allocation)
print("Общая стоимость перевозок:", total_cost)

```

При выполнении данной программы, оптимальное распределение топлива от поставщиков к потребителям с минимальной суммарной стоимостью перевозок.

```

Заданное распределение:
[[ 0.  0. 120.  0.]
 [ 65. 60. 65.  0.]
 [ 5.  0.  0. 75.]]
Общая стоимость перевозок: 2065.0

```

Общая стоимость перевозок будет $260 + 10 + 360 + 240 + 520 + 675 = 2065$ денежных единиц

Эта программа показывает, что указанное распределение имеет транспортные расходы на все пункты назначения в результате решения задачи 2065 денежных единиц, как и было найдено ранее. Итак, существуют три библиотеки на Python, с помощью которых можно решить задачи линейного программирования: `SiPy`, `Pulp`, `Pyomo`. Значение целевой функции при использовании библиотеки `Pyomo` $L(x)$. При решении оптимизационных задач можно использовать библиотеку `Pyomo`. [4]

Результаты:

Проведенное исследование на конкретном примере показывает возможность поиска решения транспортной задачи с использованием цифровых технологий. Перевод аналитических методов (поиска опорного плана, различных метода решения) в цифровой формат решения подразумевает также проверку условий оптимальности полученных планов также в программировании. Причем такой формат имеет особенности в применении стандартных аналитических методов, формируя свои динамические правила их использования. Итак в статье приведено решение закрытой транспортной задачи средствами Python с классическими условиями для поставщиков и потребителей товара.

Список использованной литературы:

1. Барганалиева Ж.К., Султанбаева Г.С. Ж.К. Решение задач линейного программирования с помощью библиотеки PYOMO на языке PYTHON // Международ. журнал прикладных и фундаментальных исследований – 2023. № 12. С. 29-32;URL: <https://applied-research.ru/ru/article/view?id=13601>
2. Романова М.В. Логистика: практикум. – М.: ФЛИНТА, 2020. – 144 с.
3. Рудик И.Д., Величко В.В. Понятие, виды и методы решения транспортной задачи // Международный научный вестник. – 2017. № 4. <https://eduherald.ru/ru/article/view?id=17437>
4. Транспортные задачи в Python и Tableau <https://coolbluedata.com/ru/optimal-transportproblems-with-tableau/>
5. Тухбатова Г.З., Сафина Г.Ф. Применение метода потенциалов для транспортной задачи в сетевой форме / В сборнике: Достижения и приложения современной информатики, математики и физики. Материалы IX Всероссийской научно-практической конференции. – Уфа, 2021. – С. 33-38. 6. <https://habr.com/ru/articles/330648/>