Байгесеков А.М., Исманова Б.Р.

# СЫЗЫКТУУ БИРИНЧИ ТҮРДӨГҮ ФРЕДГОЛЬМ - СТИЛТЬЕСТИН ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРИНИН ЧЫГАРЫЛЫШЫНЫН ЖАЛГЫЗДЫГЫ

Байгесеков А.М., Исманова Б.Р.

# О ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА-СТИЛТЬЕСА ПЕРВОГО РОДА

Baigesekov A., Ismanova B.

# ON THE UNIQUENESS OF SOLUTIONS TO LINEAR FREDHOLM-STIELTIES INTEGRAL EQUATIONS OF THE FIRST KIND

*УДК: 517.9*

*Акыркы он беш жылдын ичинде корректүү эмес маселелердин регуляризациясынын методдору кеңири масштабда өнүктүрүлүп келе жатат. Корректүү эмес коюлган маселелердин прикладдык мааниге ээ болгон негизги класстары болуп, биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелер болуп саналат. Көптөгөн теориялык жана колдонмо маселелерде Фредгольмдун интегралдык жана оператордук теңдемелери келип чыгат, аларга дифференциалдык теңдемелер үчүн ар кандай тескери маселелер, ошондой эле көптөгөн колдонмо маселелер, жарык нурунун спектрдик курамын изилдөө маселелери, автоматтык башкаруунун маселелери, кинематика жана сейсмика маселелери, электродинамиканын маселелери, анын ичинде өлчөө натыйжаларын математикалык иштетүү маселелери физикалык эксперименттерде каралып келет. Бул биздин макалада* $C[a,b]$ *жана* $L_{2,\varphi}[a,b]$ *мейкиндиктериндеги биринчи түрдөгү Фредгольм-Стилтьестин интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын регуляризациясы жана жалгыздыгын камсыздоо маселелерин изилдөөгө арналган. Маселенин актуалдуулугу сызыктуу интегралдык теңдемелердин, сызыктуу жана сызыктуу эмес биринчи түрдөгү Фредгольм-Стилтьестин интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылышын регуляризациялоо жана жалгыздыгы боюнча жаңы ыкмаларды иштеп чыгуу зарылдыгына байланыштуу болуп саналат. Берилген биздин макалада өсүүчү функция боюнча алынган туунду түшүнүгү колдонулат.*

***Ачкыч сөздөр:*** *Фредгольм-Стилтьестин интегралдык теңдемеси, өсүүчү функция, баа, чектелиш, сызыктуу интегралдык теңдеме.*

*За последние пятнадцать лет методы регуляризации некорректных задач получили широкое развитие. Основным классом некорректных задач, имеющих практическое значение, являются интегральные уравнения первого рода. Интегральные и операторные уравнения Фредгольма возникают во многих теоретических и прикладных задачах, в том числе в различных обратных задачах для дифференциальных уравнений, а также во многих прикладных задачах, задачах исследования спектрального состава света, задачах автоматического управления, задачах кинематики и сейсмичности, проблемы электродинамики, в том числе измерения. В физических экспериментах рассматриваются задачи математической обработки результатов. Данная статья посвящена исследованию регуляризации и единственности производной интегрального уравнения Фредгольма-Стилтьеса первого рода в пространствах C[a,b] и* $L_{2,\varphi}[a,b]$*. Актуальность проблемы связана с необходимостью разработки новых методов регуляризации и сингулярности системы линейных интегральных уравнений, линейных и нелинейных интегральных уравнений Фредгольма-Стилтьеса первого типа. В данной статье мы используем понятие производной возрастающей функции.*

***Ключевые слова:*** *Интегральное уравнение Фредгольма-Стилтьеса, возрастающая функция, оценка, ограниченность, линейно интегральное уравнение .*

*Over the past fifteen years, methods for regularizing ill-posed problems have received widespread development. The main class of ill-posed problems of practical importance are integral equations of the first kind. Integral and operator Fredholm equations arise in many theoretical and applied problems, including various inverse problems for differential equations, as well as in many applied problems, problems of studying the spectral composition of light, problems of automatic control, problems of kinematics and seismicity, problems of electrodynamics, in including measurements. In physical experiments, problems of mathematical processing of results are considered. This article is devoted to the study of regularization and*

*uniqueness of the derivative of the Fredholm-Stieltjes integral equation of the first kind in the spaces C[a,b] and* $L_{2,\varphi}[a,b]$*. The relevance of the problem is associated with the need to develop new methods for regularization and singularity of a system of linear integral equations, linear and nonlinear Fredholm-Stieltjes integral equations of the first type. In this article we use the concept of the derivative of an increasing function.*

***Keywords:*** *Fredholm-Stieltjes integral equation, increasing function, estimate, boundedness, linear integral equation.*

Акыркы он беш жылдын ичинде корректүү эмес маселелердин регуляризациясынын методдору кеңири масштабда өнүктүрүлүп келе жатат. Корректүү эмес коюлган маселелердин прикладдык мааниге ээ болгон негизги класстары болуп, биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелер болуп саналат.

Көптөгөн теориялык жана колдонмо маселелерде Фредгольмдун интегралдык жана оператордук теңдемелери келип чыгат, аларга дифференциалдык теңдемелер үчүн ар кандай тескери маселелер, ошондой эле көптөгөн колдонмо маселелер, жарык нурунун спектрдик курамын изилдөө маселелери, плазма, формацияларынын диагностикасына байланыштуу эксперименталдык маалыматтарды иштеп чыгуу маселелери, автоматтык башкаруунун маселелери, түз чек арадан толкун чагылышын изилдөө, акустика, кинематика жана сейсмика маселелери, электродинамиканын маселелери, анын ичинде өлчөө натыйжаларын математикалык иштетүү маселелери физикалык эксперименттерде каралып келет [1]-[7] .

Ж.Адамар тарабынан биринчи болуп дифференциалдык теңдемелер үчүн корректүүлүк боюнча түшүнүк киргизилген жана корректүү эмес коюлган маселеге мисал келтирилген. А.Н. Тихонов [6] корректүү эмес маселелердин практикалык маанилүүлүгүн жана аларды туруктуу чечүү мүмкүнчүлүгүн көрсөттү. XX кылымдын 50-60- жылдарында корректүү эмес маселелердин теориясы үчүн фундаменталдуу болгон жана ага көптөгөн математиктердин көңүлүн бурган бир катар жаңы ыкмалар пайда болду. Азыркы учурда, корректүү эмес маселелер математиканын дээрлик бардык тармактарына жайылып, билимдин тездик менен өнүгүп жаткан чөйрөсүнө айланды. Корректүү эмес коюлган проблемалар теориясынын негиздөөчүлөрү болуп А.Н. Тихонов [6], В.К. Иванов жана М.М. Лаврентьев [5] эсептелет. Классикалык тууралык концепциясынан айырмаланып, А.Н. Тихоновдун эмгектериндеги көйгөйлөрдү баяндоонун тууралыгынын жаңы концепциясы, Тихонов боюнча туура түшүнүк катары М.М. Лаврентьев тарабынан түзүлгөн.

В.К. Иванов киргизген квази-чечим түшүнүгү, биринчиден, чечимдин концепциясын жалпылайт, экинчиден, бардык туура шарттарды калыбына келтирет, үчүнчүдөн, корректүү эмес коюлган маселелерди болжолдуу чечүүнүн жаңы алгоритмдерине алып келет. М.М. Лаврентьев биринчи типтеги оператор теңдемелерин изилдеген. Ал баштапкы теңдемени өзүнө жакын теңдеме менен алмаштыруу идеясын ойлоп тапты, ал үчүн чечим табуу маселеси оң жагындагы кичинекей өзгөрүүлөргө туруктуу жана ар кандай оң жагы үчүн чечилет.

Илимий эмгектеринде М.И. Иманалиев [4], А.Асанов [1] - [2] тегиз эмес ядролуу биринчи түрдөгү Вольтерранын интегралдык теңдемелерин изилдешкен.

Биринчи түрдөгү интегралдык теңдеменин жалпыланган функциялар мейкиндигиндеги чыгарылыштары М.И. Иманалиевдин, П.С. Панковдун , Н.С. Габбасовдун эмгектеринде изилденген.
Биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелерди чыгаруунун ар кандай маселелери А.Н. Тихонов, М.М. Лаврентьев, В.К. Иванов, М.И. Иманалиев, В.Г. Романов, Ю.Е. Аниконов, В.П. Танан, А.Л. Бухгейм, С.И. Кабанихин, А.С. Апарцин, Н.А. Магницкиц, А. Саадабаев, Т.Д. Омуров, Т.Каракеев, А.Сражидинов, П.С. Панков, Н.С. Габбасов, Т.О. Бекешов, З.А. Каденова, Г.Б. Сапарова, Ж.О.Толубаев, А.М. Байгесков жана башкалардын эмгектеринде изилденген.

Корректүү эмес коюлган маселелердин теориясы жана колдонулушу жөнүндө кененирээк төмөнкү эмгектерде берилген [1]-[7] .

Бул биздин магистрдик иште $C[a,b]$ жана $L_{2,\varphi}[a,b]$ мейкиндиктериндеги биринчи түрдөгү Фредгольм-Стильтестин интегралдык теңдемесинин чыгарылышынын регуляризациясы жана жалгыздыгын камсыздоо маселелерин изилдөөгө арналган.

Маселенин актуалдуулугу сызыктуу интегралдык теңдемелердин, сызыктуу жана сызыктуу эмес биринчи түрдөгү Фредгольм-Стильтестин интегралдык теңдемелеринин системасынын чыгарылышын регуляризациялоо жана жалгыздыгы боюнча жаңы ыкмаларды иштеп чыгуу зарылдыгына байланыштуу болуп саналат.

Берилген биздин макалада [1] жумушунда өсүүчү функция боюнча алынган туунду түшүнүгү колдонулат жана аныктамасы менен берилген.

АНЫКТАМА [1]. $f(x)$функциясынын$\varphi(x)$өсүүчү функциясы боюнча$x \in (a,b)$ чекитиндеги туундусу деп, $\Delta f(x)$функциясынын өсүндүсүнүн$\Delta\varphi(x)$функциясынын өсүндүсүнө болгон катышынын $\Delta x$ аргументтин өсүндүсүнүн нөлгө умтулгандагы пределин айтабыз (эгерде ушул предел жашаса):

$$f'_{\varphi(x)}(x) = \frac{df(x)}{d\varphi(x)} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta\varphi(x)} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\varphi(x+\Delta x) - \varphi(x)}$$

**Интегралдык теңдеменин формасын карап көрөлү**

$$\int_a^b K(t,s)u(s)d\varphi(s) = f(t),$$

$t \in [a,b],$ **(1)**

$\varphi(t)$ – үзгүлтүксүз өсүүчү функция $[a,b]$,

$$K(t,s) = \begin{cases} A(t,s), & a \le s \le t \le b, \\ B(t,s), & a \le t \le s \le b. \end{cases} \quad (2)$$

Болжолдонууда, $A(t,s)$жана $B(t,s)$тиешелүүлүгүнө жараша үзгүлтүксүз функциялар $\{(t,s): a \le s \le t \le b\}$ жана$\{(t,s): a \le t \le s \le b\}$, чыгарылышы $u(t)$ изденүүдө$C[a,b]$.

Төмөнкү шарттар аткарылсын дейли:

а) $H(t,s) = A(t,s) + B(s,t)$туундулары бар$H'_{\varphi(t)}(t,a)$жана $H'_{\varphi(t)}(b,t)$ бардык$t \in [a,b]$,

$H''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,s)$ бардык$(t,s) \in G = \{(t,s): a \le s \le t \le b\}$,

$$H'_{\varphi(t)}(t,s) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{H(t+\Delta,s) - H(t,s)}{\varphi(t+\Delta) - \varphi(t)};$$

б) $H(b,a) \ge 0$, $H'_{\varphi(t)}(t,a) \le 0$ жана $H'_{\varphi(t)}(b,t) \ge 0$,бардык $t \in [a,b]$,

$H''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,s) \le 0$ бардык $(t,s) \in G$;

в) төмөнкү шарттардын жок дегенде бири аткарылса:

1) $H'_{\varphi(t)}(t,a) < 0$ бардык $t \in [a,b]$;

2) $H'_{\varphi(t)}(b,t) > 0$ дээрлик бардык $t \in [a,b]$;

3) $H''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,s) < 0$ дээрлик бардык $(t,s) \in G$.

(2) колдонуп (1) тендемеси төмөнкүдөй болот

$$\int_a^t A(t,s)u(s)d\varphi(s) + \int_t^b B(t,s)u(s)d\varphi(s) = f(t). \quad (3)$$

(3) тендемесинин эки жагын $u(t)$ функциясына көбөйтүп жана алынган көбөйтүндүнү Стильтьес боюнча интегралдайбыз $a \le t \le b$.

Натыйжада

$$\int_a^b\int_a^t A(t,s)u(s)u(t)d\varphi(s)d\varphi(t)+\int_a^b\int_t^b B(t,s)u(s)u(t)d\varphi(t)d\varphi(s)=\int_a^b f(t)u(t)d\varphi(t). \qquad (4)$$

Жалпыланган Дирихле формуласын колдонуп, бизде (4)

$$\int_a^b\int_a^t A(t,s)u(s)u(t)d\varphi(s)d\varphi(t)+\int_a^b\int_a^s B(t,s)u(s)u(t)d\varphi(s)d\varphi(t)=\int_a^b f(t)u(t)d\varphi(t),$$

ошондо $\int_a^b\int_a^t [A(t,s)+B(s,t)]u(s)u(t)d\varphi(s)d\varphi(t)=\int_a^b f(t)u(t)d\varphi(t).$ (5)

Белгилейбиз $H(t,s)=A(t,s)+B(s,t)$, анда

$$\int_a^b\int_a^t H(t,s)u(s)d\varphi(s)u(t)d\varphi(t)=\int_a^b f(t)u(t)d\varphi(t). \qquad (6)$$

Белгилөөнү киргизебиз

$$Z(t,s)=\int_s^t u(\nu)d\varphi(\nu), \qquad (7)$$

бул жерден $d_{\varphi(s)}Z(t,s)=-u(s)d\varphi(s),$

ошондой эле

$u(t)d\varphi(t)=d_{\varphi(t)}Z(t,s)$

барабардыктын эки тарабын тең *2Z (t, s)* ке көбөйтсөк,

$$2Z(t,s)u(t)d\varphi(t)=2Z(t,s)d_{\varphi(t)}Z(t,s)=d_{\varphi(t)}Z^2(t,s),$$

$$Z(t,s)u(t)d\varphi(t)=\frac{1}{2}d_{\varphi(t)}Z^2(t,s), \qquad (8)$$

(7), (8) формулаларын колдонуп, бөлүктөп интегралдоону колдонобуз жана (6) байланыштын сол тарабындагы жалпыланган Дирихле формуласын колдонуп, аны төмөнкү түргө өткөрөбүз:

$$\int_a^b\int_a^t H(t,s)u(s)d\varphi(s)u(t)d\varphi(t)=-\int_a^b\left[\int_a^t H(t,s)d_{\varphi(s)}Z(t,s)\right]u(t)d\varphi(t)=$$

$$=-\int_a^b\left[H(t,s)Z(t,s)\big|_a^t-\int_a^t H'_{\varphi(s)}Z(t,s)d\varphi(s)\right]u(t)d\varphi(t)=\int_a^b H(t,a)Z(t,a)u(t)d\varphi(t)+$$

$$+\int_a^b\int_a^t H'_{\varphi(s)}Z(t,s)d\varphi(s)u(t)d\varphi(t)=\frac{1}{2}\int_a^b H(t,a)d_{\varphi(t)}Z^2(t,a)+\int_a^b\int_s^b H'_{\varphi(s)}(t,s)Z(t,s)u(t)\times$$

$$\times d\varphi(t)d\varphi(s)=\frac{1}{2}H(t,a)Z^2(t,a)\Big|_a^b-\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(t)}(t,a)Z^2(t,a)d\varphi(t)+$$

$$+\frac{1}{2}\int_a^b\left[\int_s^b H'_{\varphi(s)}(t,s)d_{\varphi(t)}Z^2(t,s)\right]d\varphi(s)=\frac{1}{2}H(b,a)Z^2(b,a)-\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(t)}(t,a)Z^2(t,a)\times$$

$$\times d\varphi(t)+\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(s)}(b,s)Z^2(b,s)d\varphi(s)-\frac{1}{2}\int_a^b\int_a^t H''_{\varphi(s)\varphi(t)}(t,s)Z^2(t,s)d\varphi(s)d\varphi(t)=$$

$$=\frac{1}{2}H(b,a)\left[\int_a^b u(s)d\varphi(s)\right]^2-\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(t)}(t,a)\left[\int_a^t u(s)d\varphi(s)\right]^2d\varphi(t)+$$

$$+\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(s)}(b,s)\left[\int_s^b u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2d\varphi(s)-\frac{1}{2}\int_a^b\int_a^t H''_{\varphi(t)\varphi(s)}\left[\int_s^t u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2d\varphi(s)d\varphi(t),$$

$Z(t,t)=0.$

Бул жерден (6) колдонуп

$$\int_a^b\int_a^t H(t,s)u(s)d\varphi(s)u(t)d\varphi(t)=\frac{1}{2}H(b,a)\left[\int_a^b u(s)d\varphi(s)\right]^2-$$

$$-\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(t)}(t,a)\left[\int_a^t u(s)d\varphi(s)\right]^2d\varphi(t)+\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(s)}(b,s)\left[\int_s^b u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2d\varphi(s)-\qquad(9)$$

$$-\frac{1}{2}\int_a^b\int_a^t H''_{\varphi(s)\varphi(t)}(t,s)\left[\int_s^t u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2d\varphi(s)d\varphi(t).$$

(9) эске алып, (6) колдонуп

$$\frac{1}{2}H(b,a)\left[\int_a^b u(s)d\varphi(s)\right]^2-\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(t)}(t,a)\left[\int_a^t u(s)d\varphi(s)\right]^2d\varphi(t)+$$

$$+\frac{1}{2}\int_a^b H'_{\varphi(s)}(b,s)\left[\int_s^b u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2d\varphi(s)-\frac{1}{2}\int_a^b\int_a^t H''_{\varphi(t)\varphi(s)}\left[\int_s^t u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2d\varphi(s)d\varphi(t)=$$

$$=\int_a^b f(t)u(t)d\varphi(t).\qquad(10)$$

А) шарты боюнча, каалаган чечим үчүн $u(t)$ тендемеден (1) ден (10) келип чыгат. $f(t)\equiv 0$ болсун, анда б), в) шарттарынын негизинде, (10) колдонуп

$\int_a^t u(s)d\varphi(s)\equiv 0$ же $\int_t^b u(s)d\varphi(s)\equiv 0$ же $\int_s^t u(\xi)d\varphi(\xi)\equiv 0,$

$t, s \in [a,b], s < t$.

Натыйжада $u(t) \equiv 0$. Ошентип, кийинки теорема далилденди.

**ТЕОРЕМА 1.** а), б) жана в) шарттары аткарылсын. Анда (1) интегралдык теңдеменин чечими C [a, b] классында гана жатат.

**МИСАЛ 1.** Төмөнкү теңдемени карап көрөлү

$$\int_0^1 K(t,s)u(s)d\varphi(s) = f(t), \qquad t \in [0,1],$$

үчүн
$$K(t,s) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1-\sqrt{t})^k(\sqrt{s})^m, & 0 \le t \le s \le 1, \\ \frac{1}{2}(1-\sqrt{s})^k(\sqrt{t})^m, & 0 \le s \le t \le 1, \end{cases} \qquad (11)$$

$\phi(t) = \sqrt{t}, \qquad t \in [0,1], \qquad k > 1,\ m > 1,$ анда

$$H(t,s) = A(t,s) + B(s,t) = \frac{1}{2}(1-\sqrt{t})^k(\sqrt{s})^m + \frac{1}{2}(1-\sqrt{t})^k(\sqrt{s})^m = (1-\sqrt{t})^k(\sqrt{s})^m. \qquad (12)$$

(9) формуласын колдонуп

$$\int_0^1\int_0^t (1-\sqrt{t})^k(\sqrt{s})^m u(s)d\varphi(s)u(t)d\varphi(t) =$$
$$= -\frac{1}{2}\int_0^1\int_0^t (-mk(1-\sqrt{t})^{k-1}(\sqrt{s})^{m-1})\left[\int_s^t u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2 d\varphi(s)d\varphi(t), \qquad (13)$$

анда акыркы барабардыкты эске алганда

$$-\frac{1}{2}\int_0^1\int_0^t (-mk(1-\sqrt{t})^{k-1}(\sqrt{s})^{m-1})\left[\int_s^t u(\xi)d\varphi(\xi)\right]^2 d\varphi(s)d\varphi(t) = \int_0^1 f(t)u(t)d\varphi(t). \qquad (14)$$

шарттарын текшеребиз а), б), в):

а) туундулары $H'_{\varphi(t)}(t,0), H'_{\varphi(s)}(1,t), H''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,s)$

бардык $(t,s) \in G = \{(t,s) \mid 0 \le s \le t \le 1\}$,

б) $H\ (1,0) = 0, \quad H'_{\varphi(t)}(t,0) = 0,\ H'_{\varphi(t)}(1,t) = 0,$

$H''_{\varphi(s)\varphi(t)}(t,s) = -mk(1-\sqrt{t})^{k-1}(\sqrt{s})^{m-1} \le 0,$

бардык $(t,s) \in G = \{(t,s) \mid 0 \le s \le t \le 1\}$;

в) $H''_{\varphi(s)\varphi(t)}(t,s) = -mk(1-\sqrt{t})^{k-1}(\sqrt{s})^{m-1} < 0,$

дээрлик бардык $(t,s) \in G = \{(t,s) \mid 0 \le s \le t \le 1\}$, Ошентип, теореманын бардык шарттары аткарылат. (14) барабардыктан, $f(t) = 0$ болгондо

$$\frac{1}{2}\int_0^1\int_0^t (-km(1-\sqrt{t})^{k-1}(\sqrt{s})^{m-1})\left[\int_s^t u(s)d\varphi(s)\right]^2 d\varphi(s)d\varphi(t) = 0. \qquad (15)$$

(15) тен в) ны колдонуп

$$\int_s^t u(s)d\varphi(s) = 0, (t,s) \in G$$

Демек, $u(t) = 0$, $t \in [0, 1]$.

Адабияттар:

1. Асанов А. Производная функции по возрастающей функции [Текст] / А. Асанов // Табигый илимдер журналы. – Бишкек: Кыргызско-Турецкий университет «Манас», 2001. – С. 18-64.
2. Асанов, А. Об одном классе интегральных уравнений Вольтерра первого рода [Текст] / А. Асанов // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1981. – Вып. 14. – С. 227.
3. Бухгейм, А.Л. Уравнения Вольтерра и обратные задачи [Текст] / А.Л.Бухгейм // Новосибирск: Наука, 1983.
4. Иманалиев, М.И. Регуляризация, единственность и существование решения интегральных уравнений Вольтера первого рода [Текст] /М.И.Иманалиев, А. Асанов // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1988. – Вып.21. – С. 3-38.
5. Лаврентьев, М.М. Регуляризация операторных уравнений типа Вольтерра [Текст] / М.М.Лаврентьев // В кн.: Проблемы математической физики и вычислительной математики. - Москва: Наука, 1977, С. 199-205.
6. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач [Текст] / А.Н.Тихонов, В.Я. Арсенин // Москва: Наука. – 1979.– 224 с.
7. Тойгонбаева, А.К. Об одном классе линейных интегральных уравнений Фредгольма-Стильтьеса первого рода [Текст] / А. Асанов, Б. Калимбетов, А.К. Тойгонбаева //
8. Вестник Карагандинского университета. – Серия «Математика», №4(68). – Караганды, 2012. – С. 3-6.Тойгонбаева А.К.