ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА, МАТЕМАТИКА И ФИЗИКА

УДК 67.678

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДВУХ ТЕЛ С УЧЕТОМ УСЛОВИЙ АДАПТАЦИИ

Аманбаев Максат Канатбекович, преподаватель, Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66, e-mail: amanbaev.maxat@yandex.ru

Джаманбаев Мураталы Джузумалиевич, профессор, д.ф-м.н, Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66, e-mail: jamanbaevm@mail.ru

Аннотация. На основе модели «Движение одного тела, брошенного под углом к горизонту» рассмотрено движение двух тел с условием адаптации.

Ключевые слова: моделирование, движение, высота, скорость, угол падения.

ӨЗ АРА ЫНАКТАШУУ ШАРТЫ МЕНЕН ЭКИ НЕРСЕНИН КЫЙМЫЛЫНЫН МОДЕЛИ

Аманбаев Максат Канатбекович, окутуучу, И. Раззаков атындагы Кыргыз мамлекеттик техникалык университети, Кыргызстан, 720044, Бишкек ш., Ч.Айтматова пр. 66, e-mail: amanbaev.maxat@yandex.ru

Джаманбаев Мураталы Джузумалиевич, профессор, д.ф-м.н, И. Раззаков атындагы Кыргыз мамлекеттик техникалык университети, Кыргызстан, Кыргызстан, 720044, г. Бишкек, пр. Ч.Айтматова 66, e-mail: jamanbaevm@mail.ru

Аннотация. Бир материалдык точканын горизонтко карата болгон кыймылдын моделинин негизинде эки материалдык точканын өз ара ынакташуу шарты менен болгон кыймылдын модели каралган.

Ачкыч сөздөр: өз ара ынакташуу, кыймыл, бийиктик, ылдам.

MODELLING OF THE MOTION OF TWO BODIES ACCORDING TO ADAPTATION CONDITIONS

Amanbaev Maksat Kanatbekovich, Lecturer, Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, 66 Aitmatova Ave., e-mail: amanbaev.maxat@yandex.ru

Dzhamanbaev Murataly Dzhuzumalievich, professor, Doctor of Physics and Mathematics, Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakova, Kyrgyzstan, 720044, Bishkek, 66 Aitmatova Ave., e-mail: jamanbaevm@mail.ru

Abstract. In this article, the already known problem "Movement of one body thrown at an angle to the horizon" was studied, and on the basis of the model of this problem, other problems were formulated, the formulation and solution of which will be considered in the article itself.

Keywords: modeling, movement, height, speed, angle of incidence.

Как известно из модели движение телы брошенное под углом к горизонту из курса “Теоретической механики” [….] имеем

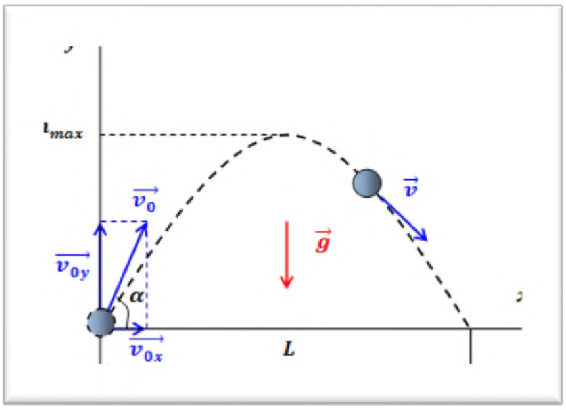

Рис. 1 Движение тела, брошенного под углом к горизонту

Из рисунка 1 видно, что

$$v_x = v_0 cos(\alpha), \tag{4}$$

$$\boldsymbol{x = v_0\, cos(\alpha)\, t,} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{y = tg(\alpha)x - \frac{g}{2v_0{}^2 * cos^2(\alpha)} x^2}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{L = \frac{v_0^2 * sin(2\alpha)}{g}}, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{L_{max} = \frac{2 * v_0{}^2}{g}}, \tag{8}$$

Знание формул с (1) по (5) позволяеть решить задачу достич цели подвижного или неподвижного обьекта с заданной скоростью, находящее на растоянии L.[5]

Задача 1. Достич цели, находящее на расстоянии L и движущее навстречу со скоростью v_2(Рис.2)

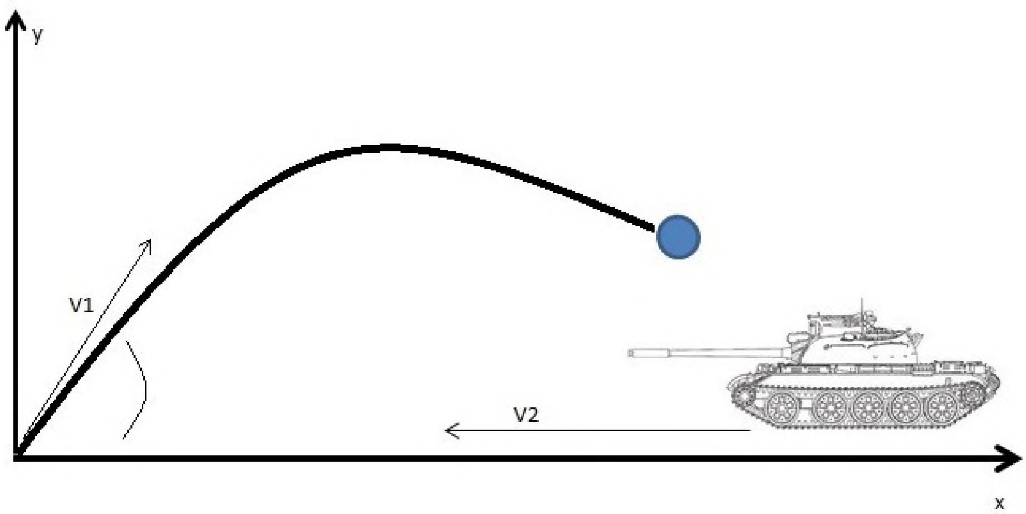

Рис. 2 Поражение подвижной цели

Считается, что скорость второго объекта постоянна и известно с какого растояние начал движение, что позволяет нам использовать в расчетах только одно общее время (время полета снаряда до цели).

Условием адаптации двух тел или условием встречи двух тел будет

$$L = v_1 cos(\alpha)\, t \quad + v_2 t \quad , \tag{9}$$

Где, v_2 – скорость второго объекта; t – время его движения.

Отсюда находим время встречи двух тел.

$$t = \frac{L}{(v_1 cos(\alpha) + v_2)}, \tag{11}$$

Используя формулы 5, 8 и 11 получаем следующее выражение:

$$v_1 cos(\alpha) \frac{L}{(v_1 cos(\alpha) + v_2)} = \frac{v_1^2 * sin(2\alpha)}{g}, \tag{12}$$

Упрощая данный многочлен, введем замену $cos(\alpha) = z$, после чего окончательный вид формулы будет выглядеть так:

$$(z^2 - z^4)v_1^4 + (2z - 2z^3)v_1^3 v_2 + (1 - z^2)v_1^2 v_2^2 = \frac{L^2 g^2}{4}, \tag{13}$$

Из этого уравнения находим угол под которым должен выпущен обьект, чтобы они встретились. Данное нелинейное уравнение относительно неизвестного угла под которым должен выпушен первый обьект, решается подпрограммой Мапле. Затем строится траектории движения первого обьекта выпушенное под углом к горизонту со скоростью $v_1 = 600$ м/с который должен попасть в другой обьект, движущуюся на встречу со скоростью $v_2 = 4{,}2$ м\с и находящуюся до начала движения на расстоянии L=31 км. Нелинейное уравнение относительно угла будет

$$(z^2 - z^4) * 600^4 + (2z - 2z^3) * 600^3 * 4{,}2 + (1 - z^2) * 600^2 * 4{,}2^4 = \frac{31000^2 * 9{,}8^2}{4}$$

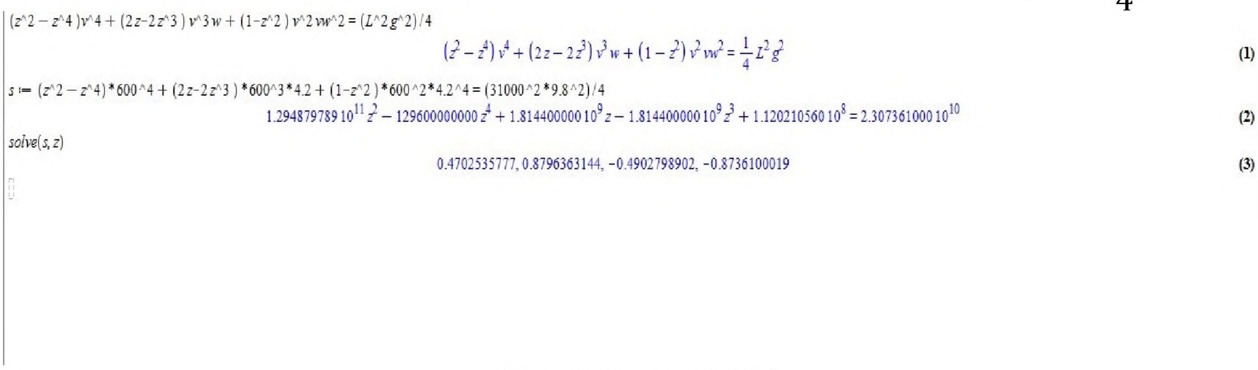

Рис. 3 Данные Maple

Введя данные в прикладную программу Maple, мы нашли 4 значения, из которых два удовлетворяют нашему условию. Мы получили два значения $z_1 = 0{,}47$ и $z_2 = 0{,}88$, или $cos\, \alpha = 0.47$ и $cos\, \alpha = 0.88$. Отсюда находим углы

α_1*=arccos(0.47)=61.96°* α_2*=arccos(0.88)=28.35°*

С помощью прикладной программы Maple найдем уравнение траектории движения, для этого вставим в формулу (1.14) все известные нам значения:

$$y = 1.88 * x - \frac{9.8}{2 * 600^2 * 0.47^2} * x^2$$

Соответственно подставляя значение углов в формулу (11) находим время встречи двух обьектов.

$$t_1 = \frac{31000}{600 * 0{,}47 + 4{,}2} = 108{,}32с.$$

$$t_2 = \frac{31000}{600 * 0{,}88 + 4{,}2} = 54{,}38с.$$

и построим траекторию движения первого обьекта под данным углом:

$$y = 0.54 * x - \frac{9.8}{2 * 600^2 * 0.88^2} * x^2$$

Как видно время полета разные в зависимости от траектории полета. В артиллерийских терминах подобный выстрел называется «выстрелом прямой наводкой», и он обусловлен необходимостью быстрого достижении цели. В нашем примере время полета почти отличаются в два раза. (Эта же задача решена и для случая, когда второй обек движется в обратную сторону относительно первого обьекта)

Задача 2. Построить траекторию движения первого обекта, выпушенное под углом к горизонту со скоростью $\boldsymbol{v_1 = 600}$ м/ с, который должен попасть в второй обьект, движущуюся на встречу на высоте **H =15** км со скоростью $\boldsymbol{v_2 = 267}$м/с и находящуюся до начала движения на расстоянии **L=31 км.**

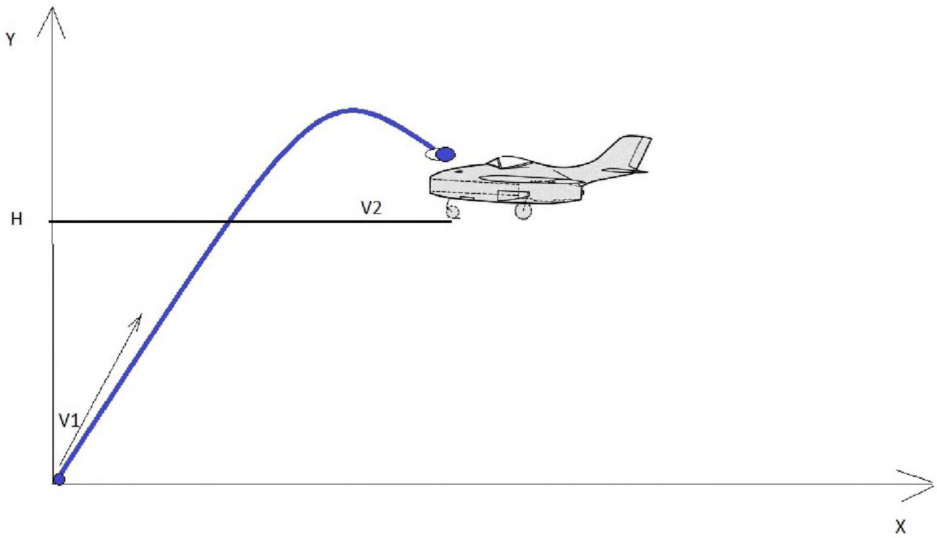

Рис. 4 Поражение летящего объекта

Для решение этой задачи принято нами следующее условие адаптации: высота полета второго обьекта считается как максимальная высота первого обекта.

$$\boldsymbol{H_{max}} = \frac{\boldsymbol{v_1^2 * sin^2(\alpha)}}{\boldsymbol{2 * g}}, \qquad (14)$$

Отсюда находим угол, под которым необходимо выпустить первого обьекта чтобы встретились на известной высоте h :

$$\boldsymbol{\alpha = arcsin\sqrt{\frac{2hg}{v_1^2}}}$$

Подставив известные нам из условия данные, получим:

$$\alpha = arcsin\sqrt{\frac{2 * 15000 * 9.8}{600^2}} = arcsin(0.81) = 54.09°$$

Для нахождения времени полета будем использовать формулу (11):

$$t = \frac{L}{(v_1\, cos(\alpha) + v_2)}$$

Использование этой формулы обусловлено тем, что здесь также как и в предыдущем примере, общее расстояние L равно сумме расстояний пройденных обоими телами.

Подставим известные нам значения в данную формулу и вычислим время встречи двух объектов:

$$t = \frac{31000}{(600*0.6+267)} = 49.44 \text{сек.}$$

Теперь по формуле нахождения координаты x:

$$\boldsymbol{x = v_0\, cos(\alpha)\, t}$$

Найдем место столкновения снаряда и самолета, подставим все значения в данное выражение:

$$x = 600 * 49.44 * 0.6 = 17798.4\text{м}. = \mathbf{17,798}\text{км}.$$

Траектории движения первого обекта будет :

$$y = \frac{-g}{2} * \frac{x^2}{v_1{}^2 * cos^2(\alpha)} + tg(\alpha) * x^2 = 1.34 * x - \frac{9.8}{2 * 600^2 * 0.6^2} * x^2$$

Рассмотренные задачи являются простыми и не учитывалось сопротивление движущей среды. На базе модели этих задач можно решать различные варианты проблем близкие к реальности. [6]

Список использованной литературы

1. Алешкевич В.А. Деденко Л.Г. Караваев В.А., «Механика», Академия 2004
2. Дж. Орир. Физика. – М.: Высшая школа, 1981. -632 с.
3. Е.И.Бутиков, А.С.Кондратьев, «Физика Том I Механика» М.:Просвещение 2000 .
4. Блехман И. И., Мышкис А. Д., Пановко Н. Г. Прикладная математика: Предмет, логика, особенности подходов. С примерами из механики: Учебное пособие. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: УРСС, 2006. — 376 с.
5. Сейтмуратов АЖ. Напряженно-деформированное состояние массива с учетом взаимодействия выработок / А.Ж. Сейтмуратов, И.У. Махамбаева // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. №3 (51). 2019. С.144-149
6. Рычков Б.А. Расчетная огибающая предельных кругов напряжений горных пород / Б.А. Рычков, Н.М. Комарцов, М.А. Кулагина // Известия Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова. №3 (51). 2019. С.144-149